2015학년도 숙명여자대학교 모의논술 자연계열문항 해설

1. 출제 의도와 문제의 구성

■ 출제 의도와 문제의 구성

학생들의 이해 능력, 분석 능력, 그리고 통합적 사고 능력을 평가하기 위하여, 수열, 주가 예측, 과학에서 객관적 진리를 탐구하는 방법에 대한 3개의 지문을 선정하여 그 주요 내용을 재구성하거나 창작하였다. 제시문 <가>는 수벌은 무정란으로부터, 암벌은 유정란으로 부터 태어난다는 생물학적 사실에 근거하여 조상의 수에 대한 수열을 구하고 이 수열의 중요한 성질에 대해 언급하고 있다. <나>는 주식시장에서의 주가 변화의 파동 형태가 제시문 <가>에서 제시한 수열과 비슷한 형태를 보이고 있다는 앨리어트의 파동이론에 대해 설명하고 있으며 이러한 특성은 인류 특유의 특질로 일반화하고 있다. <다>는 결정론에 대한 비판으로 귀납적 접근의 한계와 제한적 범위 내에서 부분적으로 결정론을 적용할 수 있을 뿐 이라는 점과, 우연히 일어나는 현상으로부터 규칙을 찾는 것에 대해 회의적 시각을 나타내고 있다.
<논제 2-1>에서의 두 개의 수리 문항은 제시문에서 언급하고 있는 현상과 수열의 성질을 수학적으로 표시할 수 있도록 필요한 정보를 제공하였기 때문에 이를 근거로 논리적 풀이 과정을 제시할 수 있는지를 평가하고자 하였다.
<논제 2-2>에서는 <가>의 규칙성과 <나>의 규칙성을 발견하는 과정에서의 과학적 접근방법의 차이와 <다>의 결정론에 대한 비판적 관점을 수용했을 때 <나>에서의 규칙성을 발견하는 과정이나 방법의 문제점에 대해 논리적으로 기술할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

■ 각 제시문의 요지

제시문 <가> : 고등학교 수학 I, 수열, 수열의 극한 단원의 내용과 관련된 내용을 예제를 통해 설명하고 있다. 이 글에서는 수벌은 무정란에서 암벌은 유정란에서 태어난다는 전제 하에서 어떤 수벌이 있을 때 조상의 수가 얼마나 되는지를 알아보는 예제로 관련된 현상을 수열로 표시하는 방법과 이 수열이 가지는 특징을 설명하고 있다.

출처: 알렉스 벨로스(김명남 옮김), 신기한 수학나라의 알렉스 의 내용을 발췌하여 재구성한 것이다.

제시문 <나> : 앨리어트의 파동이론은 주가변동의 규칙성 이론으로 약세장과 강세장에서 충격파동, 조정파동, 기본파동, 중간파동, 단기파동이 특별한 주기성을 갖고 규칙적으로 나타난다고 설명하고 있다.

S. 포사멘티어 외(김준열 옮김), 피보나치 넘버스 의 내용을 발췌하여 재구성한 것이다.

제시문 <다> : 결정론에 의한 과학의 객관적 진리도출에 대한 비판과 귀납적 증명에 대한 불완전성으로 인하여 우연한 현상으로부터 규칙성을 찾는 것이 가능하지 않기에, 제한적 범위에서 결정론을 적용하며 객관적 진리도출은 필연적인 것과 우연한 것을 모두 고려해야 함을 주장하고 있다.

출처: 최영주, 세계의 교양을 읽는다 3- 사회자연과학편 의 내용을 발췌하여 재구성한 것이다.

2. 답안 구성 요소

■ 논제 2-1

(1) 답안 구성 요소

답안을 구성하는데 있어 다음과 같은 내용들이 적합하게 결합되고 논리적으로 일관성 있게 연결되어 있어야 한다.

1) <가>에서는 수벌은 무정란에서 암벌은 유정란에서 태어난다는 생물학적 사실에서 조상의 수를 수열을 통해 계산하는 방법을 소개하고 있는 반면 <나>에서는 이러한 전제 없이 단순히 현상의 관찰을 통해 규칙성을 찾고 있음을 지적하고 있어야 한다.

2) <다>에서 포퍼는 귀납법적 접근에 대한 부정적 의견, 바슬라르는 제한적 범위 내에서 결정론을 적용할 수 있음, 하노 베크의 우연히 일어난 것으로부터 규칙을 찾는 것에 대해 비판하고 있다는 것을 지적하고 있어야 한다.

3) <나>의 파동이론은 결정론적 관점에서 현상을 설명하고 있으며 그 규칙이 인류 특유의 특질인 것과 우주의 특성인 것으로 확대하고 있음을 지적해야 한다.

4) <나>에서는 우연한 현상에 대해 귀납적인 방법으로 규칙성을 찾고 있으며 또한 기본파동을 기간을 어떻게 잡고 중간파동이나 단기파동을 어떻게 정의하는가에 따라 파동의 개수를 인위적으로 조절할 수 있는 등 논리적인 비판이 제시되어야 한다.

■ 논제 2-2

(1) 답안 구성 요소

○ 문항 (2-2.a)

문제 2-2.a에 대한 풀이에는 아래의 두 과정 1)과 2)가 논리적으로 기술되어야 하며 한다. 2)의 경우는 3단계로 구분할 수 있다.

1) 선분의 전체 길이를 1이라고 하면 긴 부분의 길이를 x라 하면 짧은 부분의 길이는 $1-x$이고 $1:x=x:1-x$ 가 성립한다. 이 식으로부터 $x^2=1-x$이므로 $x=\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$에서 황금비는 $\dfrac{1}{x}=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ 임을 알 수 있다.
(다른 풀이: 선분을 둘로 나누었을 때 긴 부분의 길이를 a, 짧은 부분의 길이를 b라 하면 문제의 조건에서 $a:b=a+b:a$ 가 성립한다. 이 식으로부터 $a^2=b(a+b)=ab+b^2$임을 알 수 있다.
a와 b의 비를 구하기 위하여 위 식을 b로 나누면 $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2=\dfrac{a}{b}+1$이므로 $\left(\dfrac{a}{b}\right)=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. 즉 황금비는 $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ 임을 알 수 있다.)

2-1) 제시문 <가>에서 수열 $\{a_n\}$은 $a_{n+1}=a_{n-1}+a_n$의 성질을 가진다고 했으므로 연속하는 수열의 비는 다음과 같이 쓸 수 있음을 보여야 한다.

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_{n-1}+a_n}{a_n}=1+\frac{a_{n-1}}{a_n}$$

2-2) 연속된 두 수의 비 $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$이 수렴한다고 했으므로 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=r$이라 두면 다음과 같은 식으로 표시할 수 있음을 보여야 한다.

$$r=\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{a_{n-1}}{a_n}\right)=1+\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n-1}}{a_n}=1+\frac{1}{r}$$

2-3) 이 식 $r=1+\dfrac{1}{r}$ 은 $r^2=r+1$이고 이 식에서 근의 공식을 이용하여 r을 구하면 $r=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$이다.

따라서 수열 $\{a_n\}$의 연속된 두 항의 비는 황금비 $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$에 수렴한다.

○ 문항 (2-2.b)

문항 2-2.b의 풀이에서는 다음과 같이 두 부분이 내용이 논리적으로 언급되어 있어야 한다.

1) 처음 이야기를 들은 한 사람을 $b_1 = 1$이라 하고 n번째 날에 새로 소문을 들은 사람의 수를 b_n이라 하자.
$n = 1$부터 차례로 구해보면

$$b_1 = 1,\ b_2 = 2a,\ b_3 = 2a \times 2a + a,\ b_4 = 2a(4a^2 + a) + a \times 2a$$

임을 알 수 있고 제시문 (가)에서와 같이 b_n 사이의 관계를 알아보면 소문을 들은 사람은 다음날에는 $2a$명에게, 또 그 다음날에는 a명에게 소문을 전한다고 했으므로 이를 b_n으로 표시하면

$$b_n = 2a \times b_{n-1} + a \times b_{n-2}$$

와 같이 나타낼 수 있음을 보다.

2) 4번째 날에 새로 소문을 들은 사람의 수가 80명이므로 $b_4 = 80$ 이고 이를 a의 식으로 표시하면
$b_4 = 8a^3 + 4a^2 = 80$이 된다. 즉, $2a^3 + a^2 - 20 = 0$ 이 되고 이를 인수분해하면

$$(a-2)(2a^2 + 5a + 10) = 0$$

가 되어 $a = 2$ 이거나 $\frac{-5 \pm \sqrt{25-80}}{4}$ 되는데 뒤의 값은 허수이므로 답이 될 수 없으며 a는 사람의 수 이므로 자연수가 되어야 하기 때문에 $a = 2$ 가 됨을 알 수 있다.