2017학년도 세종대학교 수시모집

논술고사 채점기준표(자연계열 A형)

하위 문항	채점 기준	배점
1-1	● $\int_0^1 \sqrt{1+\left(\frac{e^t-e^{-t}}{2}\right)^2}\,dt$ 까지: 20점 ● $\int_0^1 \frac{e^t+e^{-t}}{2}\,dt$까지: 40점 ● $\frac{e-e^{-1}}{2}$: 60점	60
1-2	● $\int_0^x \sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt = \frac{1}{2}\left(e^x-\frac{1}{e^x}\right)$까지: 30점 ● $x=\ln(3\pm\sqrt{10})$까지: 40점 ● $x=\ln(3+\sqrt{10})$까지: 50점 ● $(\ln(3+\sqrt{10}),\ \sqrt{10})$: 60점	60
1-3	● $\int_0^t u(z)\,dz = 2t^3-4t^2+14t$: +10점 ● $3+\int_0^t v(z)\,dz = t^3+2t^2+5t+3$: +10점 ● $t^3-6t^2+9t-3=0$: +10점 ● $g(t)=t^3-6t^2+9t-3$의 그래프의 개형을 이해하여 x 축과 3번 만남을 보이면: +30점	60

하위 문항	채점 기준	배점
2-1	● $P(D)=P(D\cap A)+P(D\cap A^C)$만 있으면: 10점 ● $P(D)=P(D\|A)P(A)+P(D\|A^C)P(A^C)$만 있으면: 30점 ● $0.1\times0.01+0.01\times0.99$ 또는 $\frac{10+99}{100+9900}$ 또는 이와 동등한 식만 있으면: 50점 ● $\frac{109}{10000}$ 또는 0.0109: 60점	60
2-2	● $p_3=\frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)}$만 있으면: 10점 ● $p_3=\frac{\mathrm{P}(B\|A)\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(B\|A)\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B\|A^C)\mathrm{P}(A^C)}$만 있으면: 30점 ● $p_3=\frac{0.8\times0.01}{0.8\times0.01+0.1\times0.99}$ 또는 $p_3=\frac{80}{80+990}$ 또는 이와 동등한 식만 있으면: 50점 ● $p_3=\frac{8}{107}$: 60점	60
2-3	● $\int_0^t u(z)\,dz = 2t^3-4t^2+14t$: +10점 ● $3+\int_0^t v(z)\,dz = t^3+2t^2+5t+3$: +10점 ● $t^3-6t^2+9t-3=0$: +10점 ● $g(t)=t^3-6t^2+9t-3$의 그래프의 개형을 이해하여 x 축과 3번 만남을 보이면: +30점	60

하위 문항	채점 기준	배점
3-1	● $\sin(\angle \mathrm{CAB})=\frac{\sqrt{6}}{3}$: 30점 ● ABC 의 넓이 $8\sqrt{6}$: 60점	60
3-2	● 삼수선의 정리를 언급하면: +10점 ● $\overline{\mathrm{AR}}=2\sqrt{3}$: +50점 ● $\overline{\mathrm{AR}}=2\sqrt{3}$ 를 얻지 못했지만, $\overline{\mathrm{AR}}=\overline{\mathrm{AD}}\cos(\angle \mathrm{DAC})$식이 있으면: +10점	60
3-3	● $\overline{\mathrm{AQ}}=3\sqrt{2}\,\alpha$: +10점 ● $\overline{\mathrm{AS}}=6$ 또는 $\overline{\mathrm{QS}}=6-3\sqrt{2}\,\alpha$: +20점 ● $\overline{\mathrm{RS}}=2\sqrt{6}$: +10점 ● $\overline{\mathrm{PQ}}=3(\sqrt{2}-\alpha)$: 60점	60
3-4	● $\overline{\mathrm{DP}}=\frac{3\sqrt{10}}{4}$: +10점 ● $(\overline{\mathrm{DP}})^2=9(2\sqrt{2}\alpha-3\alpha^2)$: +20점 ● $\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$ 또는 $\alpha=\frac{5\sqrt{2}}{12}$: +10점 ● $\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$ 또는 $\alpha=\frac{5\sqrt{2}}{12}$ 를 얻고 $\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$ 인 경우 점 P가 삼각형 ABC 의 외부에 있다고 언급하고 $\alpha=\frac{5\sqrt{2}}{12}$ 을 얻으면: 60점	60

2017학년도 세종대학교 수시모집

논술고사 답안 예시(자연계열 A형)

[문제 1]

$f(x)=\frac{1}{2}(e^x+e^{-x})$ 라 하자.

(1-1) $x=0$에서 $x=1$까지의 곡선의 길이는

$$\int_0^1 \sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt=\int_0^1\sqrt{1+\left(\frac{e^t-e^{-t}}{2}\right)^2}\,dt=\int_0^1\frac{e^t+e^{-t}}{2}\,dt=\frac{e-e^{-1}}{2}=\frac{1}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)$$

이다.

(1-2) $x>0$일 때, 점 $(0,1)$로부터 점 $(x,f(x))$까지 곡선의 길이는

$$\int_0^x \sqrt{1+\{f'(t)\}^2}\,dt=\int_0^x\sqrt{1+\left(\frac{e^t-e^{-t}}{2}\right)^2}\,dt=\int_0^x\frac{e^t+e^{-t}}{2}\,dt=\frac{e^x-e^{-x}}{2}=\frac{1}{2}\left(e^x-\frac{1}{e^x}\right)$$

이다.

$\frac{1}{2}(e^x-e^{-x})=3$ 으로부터 $e^{2x}-6e^x-1=0$이므로 $x=\ln(3+\sqrt{10})$이다. 이 때, $y=f(x)$에 대입하면 $y=\sqrt{10}$. 따라서 $t=0$일 때, 점 Q의 좌표는 $(\ln(3+\sqrt{10}),\ \sqrt{10})$이다.

(1-3) 시각 t에서 점 $(0,1)$과 점 P 사이의 곡선의 길이는 $\int_0^t u(z)\,dz=2t^3-4t^2+14t$이다.

시각 t에서 점 $(0,1)$과 점 Q 사이의 곡선의 길이는

$3+\int_0^t v(z)\,dz=t^3+2t^2+5t+3$이다.

$\int_0^t u(z)\,dz=3+\int_0^t v(z)\,dz$로부터 $t^3-6t^2+9t-3=0$이다.

$g(t)=t^3-6t^2+9t-3$라 하면, $g'(t)=3(t-1)(t-3)$이다.

$g(t)$는 3차 함수이고 $g(0)=-3,\ g(1)=1,\ g(3)=-3$이므로, $t\ge 0$에서 점 P와 Q는 3번 만난다.

[문제 2]

(2-1) D를 불량품이 추출될 사건이라고 하면 구하는 확률은 $P(D)$이다.

$$\begin{aligned}P(D)&=P(D\cap A)+P(D\cap A^C)\\&=P(D|A)P(A)+P(D|A^C)P(A^C)\\&=0.1\times0.01+0.01\times0.99=\frac{109}{10000}=0.0109\end{aligned}$$

(2-2)

$$\begin{aligned} p_3 &= \mathrm{P}(A|B) \\ &= \frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(B)} \\ &= \frac{\mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A)}{\mathrm{P}(B|A)\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B|A^C)\mathrm{P}(A^C)} \\ &= \frac{0.8\times 0.01}{0.8\times 0.01+0.1\times 0.99} \\ &= \frac{8}{107}\approx 0.075 \end{aligned}$$

(2-3)

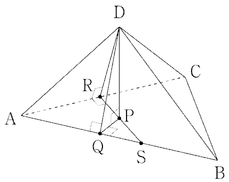
x를 p_1의 증가량이라 하고 y를 p_2의 감소량이라고 할 때 다음 두 조건을 만족하는 x를 구한다.

$$100x-50y\le 15 \quad \left(\Leftarrow \frac{100\text{만원}}{0.01}\times x-\frac{50\text{만원}}{0.01}\times y\le 1500\text{만원}\right) \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\frac{(0.8+x)\times 0.01}{(0.8+x)\times 0.01+(0.1+y)\times 0.99}\ge \frac{8}{107} \quad \cdots\cdots (2)$$

식 (2)를 풀면 $y\le \frac{x}{8}$ 이고 이를 식 (1)과 연립하면 $x\le \frac{4}{25}=0.16$ 을 만족해야 한다. 따라서 주어진 조건 하에서 최대한 높일 수 있는 p_1의 값은 $0.8+0.16=0.96$ 이다.

[문제 3]



(3-1) $\sin(\angle\mathrm{CAB})=\sqrt{1-\cos^2(\angle\mathrm{CAB})}=\sqrt{\frac{2}{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 이므로 삼각형 ABC의 넓이는 다음과 같다.

$$\frac{1}{2}\overline{\mathrm{AB}}\cdot\overline{\mathrm{AC}}\sin(\angle\mathrm{CAB})=8\sqrt{6}$$

(3-2) 삼수선의 정리에 의하여 선분 AR는 선분 DR에 수직이므로 다음을 얻는다.

$$\overline{\mathrm{AR}}=\overline{\mathrm{AD}}\cos(\angle\mathrm{DAC})=3\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{6}}{3}=2\sqrt{3}$$

(3-3) 삼수선의 정리에 의하여 선분 AQ는 선분 DQ에 수직이므로 다음을 얻는다.

$$\overline{\mathrm{AQ}}=\overline{\mathrm{AD}}\cos(\angle\mathrm{DAB})=3\sqrt{2}\,\alpha$$

선분 RP의 연장선이 선분 AB 또는 그 연장선과 만나는 점을 S라 하자.(위 그림 참조) 그러면

$$\overline{\mathrm{AS}}=\frac{\overline{\mathrm{AR}}}{\cos(\angle\mathrm{CAB})}=6,\ \overline{\mathrm{RS}}=\sqrt{\overline{\mathrm{AS}}^2-\overline{\mathrm{AR}}^2}=2\sqrt{6},\ \overline{\mathrm{QS}}=\overline{\mathrm{AS}}-\overline{\mathrm{AQ}}=6-3\sqrt{2}\,\alpha$$

이다. (결국 S는 위 그림과 같이 선분 AB 위에 있음을 알 수 있다.) $\triangle\mathrm{ASR}$와 $\triangle\mathrm{PSQ}$는 닮은 삼각형이므로 닮음비를 이용하면

$$\overline{\mathrm{PQ}}:6-3\sqrt{2}\,\alpha=2\sqrt{3}:2\sqrt{6}$$

에서 $\overline{\mathrm{PQ}}=3(\sqrt{2}-\alpha)$ 이다.

(3-4) 주어진 사면체는 밑면이 $\triangle\mathrm{ABC}$이고 높이가 $\overline{\mathrm{DP}}$인 삼각뿔이므로 부피 V는 다음과 같다.

$$V=\frac{1}{3}\cdot\triangle\mathrm{ABC}\cdot\overline{\mathrm{DP}}=\frac{1}{3}\cdot 8\sqrt{6}\cdot\overline{\mathrm{DP}}$$

따라서 $V=\frac{1}{3}\cdot 8\sqrt{6}\cdot\overline{\mathrm{DP}}=4\sqrt{15}$를 풀어 $\overline{\mathrm{DP}}=\frac{3\sqrt{10}}{4}$을 얻는다. $\triangle\mathrm{DPQ}$에 피타고라스 정리를 적용하면

$$(\overline{\mathrm{DP}})^2=(\overline{\mathrm{DQ}})^2-(\overline{\mathrm{PQ}})^2=(\overline{\mathrm{DQ}})^2-9(\sqrt{2}-\alpha)^2$$

을 얻고, $\triangle\mathrm{DAQ}$에 피타고라스 정리를 적용하면

$$(\overline{\mathrm{DQ}})^2=(\overline{\mathrm{AD}})^2-(\overline{\mathrm{AQ}})^2=(3\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2}\,\alpha)^2=18(1-\alpha^2)$$

이다. 따라서

$$(\overline{\mathrm{DP}})^2=(\overline{\mathrm{DQ}})^2-9(\sqrt{2}-\alpha)^2=9(2\sqrt{2}\,\alpha-3\alpha^2)$$

이다. 근의 공식을 이용하여 $\left(\frac{3\sqrt{10}}{4}\right)^2=(\overline{\mathrm{DP}})^2=9(2\sqrt{2}\,\alpha-3\alpha^2)$에서 $\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$ 또는 $\alpha=\frac{5\sqrt{2}}{12}$를 얻는다. 그런데 $\cos(\angle\mathrm{DAB})=\frac{\sqrt{2}}{3}$일 때,

$(\overline{\mathrm{DP}})^2=9\left(2\sqrt{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}-3\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)^2\right)=6$이므로 $\overline{\mathrm{DP}}=\sqrt{6}$이고,

$\overline{\mathrm{DR}}=\overline{\mathrm{AD}}\cdot\sin(\angle\mathrm{DAC})=\sqrt{6}$이므로 $\mathrm{P}=\mathrm{R}$이다. 그러므로 점 P가 삼각형 ABC의 내부에 있기 위하여서는 $\cos(\angle\mathrm{DAB})=\alpha>\frac{\sqrt{2}}{3}$이어야 하고 $\alpha=\frac{5\sqrt{2}}{12}$를 얻는다.