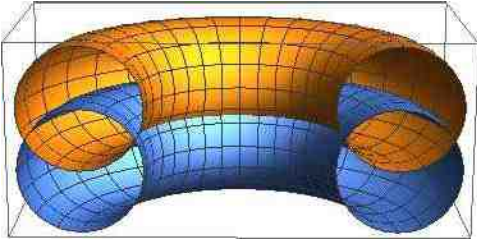
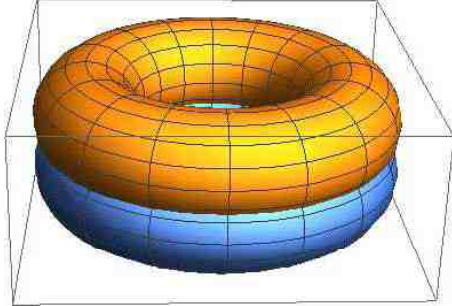


기출 문제 (자연계열 B형)

[문제 1] 아래 글을 읽고, 각 물음에 답하시오.

아래 그림과 같이 반지름이 같은 두 원이 서로의 중심을 지나는 단면을 갖도록 튜브를 만들 때, 주입해야 할 공기의 양을 구하고 싶다.

가로와 세로의 길이가 62cm이고, 높이가 18cm인 직육면체의 상자에 꼭 맞게 들어가도록 튜브를 만들 때, 주입해야 할 공기의 부피(cm^3)를 다음 단계에 따라 구하시오.

- (1-1) 문제에서 주어진 튜브의 부피는 교과서에서 배운 회전체의 부피를 이용하여 구할 수 있다. 튜브를 x 축에 대한 회전체로 이해할 수 있도록, 튜브의 단면을 좌표평면의 제1사분면에 그리시오. 또, 그려진 두 원의 중심 사이의 거리와 원의 중심에서 x 축까지의 최단거리를 구하시오. (10 점)
- (1-2) 양의 상수 c 에 대해, 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속함수 $f(x)$ 는 $0 \leq f(x) \leq c$ 이다. 두 직선 $x = a, x = b$ 와 두 함수 $y = c + f(x), y = c - f(x)$ 의 그래프로 둘러싸인 영역을 x 축 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 $\int_a^b f(x) dx$ 를 이용하여 나타내시오. (10 점)
- (1-3) (1-1)과 (1-2)의 결과를 이용하여, 튜브에 주입해야 할 공기의 부피를 구하시오. (10 점)

[문제 2] 모든 실수에서 정의된 함수 f 가 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sin x$ 라고 하자.

이때, $x_1 < x_2$ 인 실수 x_1, x_2 에 대하여 두 점 $(x_1, f(x_1))$ 과 $(x_2, f(x_2))$ 를 지나는 직선의 기울기를 $L(x_1, x_2)$ 로 나타내자. 즉,

$$L(x_1, x_2) = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

이다. 주어진 단계에 따라 각 물음에 답하시오.

(2-1) 임의의 실수 c 에 대하여, 방정식 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}} + c$ 의 해가 오직 한 개임을 보이시오. (10 점)

(2-2) 평균값 정리를 이용하여, $m > \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이면 $L(x_1, x_2) = m$ 을 만족하는 x_1, x_2 가 존재하지 않음을 보이시오. (10 점)

(2-3) 중간값 정리를 이용하여, $0 < m < \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이면 $L(0, x) = m$ 을 만족하는 x 가 구간 $(0, \pi)$ 에 존재함을 보이시오. (10 점)

(2-4) 함수 f 의 그래프를 원점을 중심으로 각 θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) 만큼 회전이동 했다고 하자. 이 회전이동으로 얻은 곡선이 어떤 함수의 그래프가 되도록 하는 θ 의 최댓값을 구하시오. (10 점)

[문제 3] 아래 제시문 (가),(나),(다)를 읽고, 이를 이용하여 각 물음에 답하시오.

(가) 500 원, 100 원, 50 원, 10 원짜리 동전이 충분히 많이 있을 때, 동전의 개수를 최소한으로 하여 1370 원을 지불하는 방법은 500 원짜리 동전 2 개, 100 원짜리 동전 3 개, 50 원짜리 동전 1 개, 10 원짜리 동전 2 개를 지불하는 것이다.

(나) 1g, 2g, 2^2 g, ..., 2^6 g 짜리 추가 각각 충분히 많이 있을 때, 양팔 저울에 추를 최소한으로 올려 73g 짜리 물체와 평형을 이루게 하는 방법은 2^6 g 짜리 1 개, 2^3 g 짜리 1 개, 1g 짜리 1 개를 올리는 것이다.

(다) 어떤 실수 x 를 십진법으로 나타낸 것이 15.401 이라는 것은

$$x = 1 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 4 \times \frac{1}{10^1} + 1 \times \frac{1}{10^3}$$

이라는 것을 의미한다.

또, 실수 x 를 십진법으로 나타낸 것이 순환소수 $1.\dot{2}$ 라는 것은

$$x = 1 \times 10^0 + \sum_{k=1}^{\infty} \left(2 \times \frac{1}{10^k} \right) = 1 \times 10^0 + 2 \times \frac{1}{10^1} + 2 \times \frac{1}{10^2} + 2 \times \frac{1}{10^3} + \dots$$

과 같이 수렴하는 무한급수로 표현된다는 뜻이다.

같은 방법으로 양의 실수 x 를 이진법으로 나타낸다는 것은 0 또는 1인 a_i, b_j 에 대해

$$x = \left(a_n \times 2^n + \dots + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0 \right) + \left(b_1 \times \frac{1}{2^1} + b_2 \times \frac{1}{2^2} + \dots \right)$$

일 때, $x = a_n \dots a_1 a_0 . b_1 b_2 b_3 \dots_{(2)}$ 와 같이 나타내는 것이다. 첨자 (2) 는 십진법과 구분하여 이진법을 나타내기 위해 표시하는 것이다.

예를 들어, $101.01_{(2)}$ 는 실수 $2^2 + 1 + \frac{1}{2^2} = \frac{21}{4}$ 을 의미한다.

(3-1) 제시문 (다)를 이용하여 어떤 실수 a 를 이진법으로 나타낸 것이 $0.0\dot{1}_{(2)}$ 이다.

실수 a 를 기약분수로 나타내시오. (10 점)

(3-2) 제시문 (가)와 (나)에서 조건을 만족하는 동전의 개수와 추의 개수를 구하는데 사용된 공통된 생각이 무엇인지 논리적으로 설명하시오. (10 점)

(3-3) 실수 $\frac{1}{3}$ 을 이진법으로 나타내면 순환소수가 된다. 우선, (3-2)의 결과를 바탕

으로 이 순환소수를 소수점 아래 네 자리까지 구하시오. 또, $\frac{1}{3}$ 을 이진법으

로 나타낸 순환소수를 구하고, 근거를 들어 설명하시오. (10 점)