2018학년도 부산대학교 대학입학전형 대비
모의논술고사(자 연 계) 문 제 지

지 원 학 과(부)		수 험 번 호		성 명	

【유의사항】
1. 시험시간은 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답안을 작성하시오.
5. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
6. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
7. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

【문항 1】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 영벡터가 아닌 두 공간벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기를 $\theta\,(0 \le \theta \le \pi)$라 할 때,
두 공간벡터의 내적은 $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$이다.

(나) 점 $\mathrm{A}(x_1,\, y_1,\, z_1)$를 지나고, 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n} = (a,\, b,\, c)$에 수직인 평면의 방정식은

$$a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$$

직선 $l : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{z-3}{3}$ 위의 점$\mathrm{A}(2,\, 2\sqrt{3}\,,\, 3)$에서 직선 l에 접하고 반지름이 2인 구들을 생각하자. 원점을 O라 하고 이러한 구위의 점들 중 $\overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} = 20$를 만족하는 점을 P라고 하자.

1-1. 위 조건을 만족하는 점 P가 나타내는 영역의 넓이를 구하시오. (15점)

1-2. 점 P가 나타내는 영역을 포함하는 평면의 방정식을 구하시오. (15점)

(뒷면에 계속)

【문항 2】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 증명하면 된다.

(1) $n=1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다.

(2) $n=k$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n=k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다.

(나) (1) $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$일 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이다.

(2) 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 모든 실수에 대하여 연속일 때, $f(x)$를 그 구간에서 연속 또는 연속함수라고 한다.

(다) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때, $\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$ (단, $a \le x \le b$)이다.

(라) 구간 $[a,\ b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 미분가능한 함수 $x=g(t)$의 도함수 $g'(t)$가 구간 $[\alpha,\ \beta]$에서 연속이고 $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$이면 $\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$이다.

(마) 닫힌 구간 $[a,\ b]$에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는 $V=\int_a^b S(x)dx$ (단, $S(x)$는 구간 $[a,\ b]$에서 연속)이다.

2-1. 정의역이 $(0,\ \infty)$인 함수 $f(x)$가 $f(x^2) = \frac{f(x)}{x}$를 만족시킨다. 모든 자연수 n에 대하여 $f(x) = \frac{f(x^{2^{-n}})}{x^{1-2^{-n}}}$이 성립함을 제시문 (가)를 이용하여 보이시오. **(15점)**

2-2. 논제 2-1의 결과를 이용하여 정의역 $(0,\ \infty)$에서 연속인 함수 $g(x)$에 대하여 $g(1)=1$, $\int_1^{x^2} g(t)\,dt = \int_{x^2}^{x^4} g(t)\,dt$을 만족시키는 함수 $g(x)$를 구하시오. **(10점)**

2-3. 논제 2-2에서 구한 $g(x)$와 두 직선 $x=\frac{1}{e}$, $x=1$ 및 x축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축 위의 $x=\frac{1}{t}$ $(1 \le t \le e)$인 점을 지나고 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 밑변이 밑면에 있고 높이가 $\ln t$인 삼각형일 때, 이 입체도형의 부피를 구하시오. **(10점)**

(다음장에 계속)

【문항 3】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

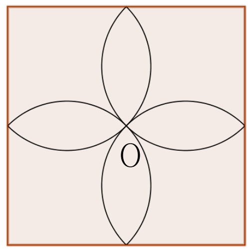
(가) 사건 A가 일어나는 경우의 수가 m이고, 그 각각에 대하여 사건 B가 일어나는 경우의 수가 n일 때, 두 사건 A, B가 동시에 일어나는 경우의 수는 $m \times n$이다.

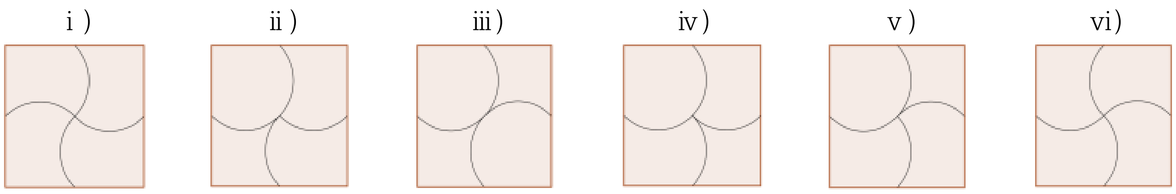
(나) 서로 다른 것을 원형으로 배열하는 순열을 원순열이라고 하고, 서로 다른 n개를 원형으로 배열하는 원순열의 수는 $\frac{n!}{n} = (n-1)!$

(다) 두 사건 A, B에 대하여 사건 A가 일어났다는 조건하에서 사건 B가 일어날 확률을 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이라 하고, 기호로 $\mathrm{P}(B|A)$와 같이 나타내고,

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(A \cap B)}{\mathrm{P}(A)} \quad (\text{단, } \mathrm{P}(A) > 0)$$

그림과 같이 넓이가 1인 정사각형 모양의 타일이 있다. 이 타일의 이웃하는 변의 중점을 지름의 양 끝으로 하는 반원을 그릴 때, 네 반원의 교점을 O라 하자. 각 변의 중점과 점 O를 끝점으로 하는 두 개의 호 중에서 하나의 호를 각각 선택하면 다음과 같은 6개의 서로 다른 무늬의 타일을 만들 수 있다.
(회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 보고, 뒤집는 경우는 생각하지 않는다.)





3-1. 빨간색, 노란색, 파란색, 초록색의 네 가지 색을 이용하여 위에서 만든 각 타일의 네 개의 영역을 각각 다른 색으로 칠하려고 한다. 이와 같은 방법으로 만들 수 있는 서로 다른 타일의 종류는 몇 가지인지 구하여라. **(20점)**

3-2. 논제 3-1에서 만든 타일 중 하나를 선택하였더니, $\frac{1}{4}$보다 큰 넓이를 차지하는 색이 존재하였다. 이 때 선택된 타일의 빨간색, 노란색 영역의 넓이가 서로 같을 확률을 구하여라. **(15점)**

*** 주의사항: 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.**