2) 자연계

문 항 1

문 제

【문항 1】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 구간 $[a,\ b]$의 임의의 점 x에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면의 넓이가 $S(x)$인 입체도형의 부피 V는

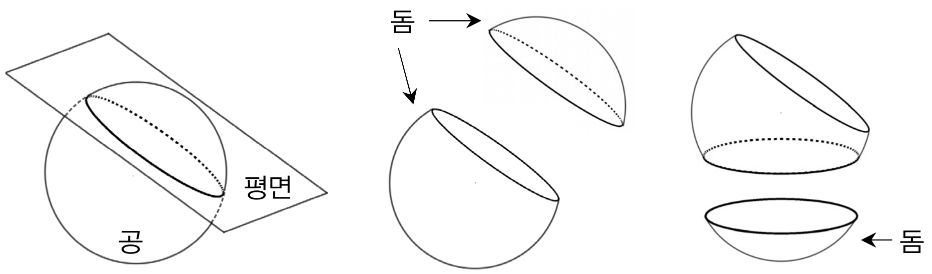
$$V=\int_a^b S(x)dx \text{ (단, } S(x)\text{는 구간 } [a,\ b]\text{에서 연속이다.)}$$

(나) 공간에서 한 정점으로부터 일정한 거리에 있는 점의 집합을 구라고 한다. 이때 정점을 구의 중심, 구의 중심과 구 위의 한 점을 이은 선분을 구의 반지름이라고 한다.

(다) 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1,\ z_1)$을 지나고 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n}=(a,\ b,\ c)$에 수직인 평면의 방정식은

$$a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$$

구의 중심으로부터의 거리가 구의 반지름의 길이보다 작거나 같은 점의 집합을 공이라 하고, 구의 중심을 공의 중심, 구의 반지름을 공의 반지름이라 하자.
그림과 같이 구와 한 평면으로 둘러싸인 입체도형을 돔이라 하자.



[1-1] 반지름의 길이가 1인 하나의 공에서 크기가 같은 돔 6개를 잘라내고자 한다. 돔의 크기가 최대가 되도록 잘랐을 때, 잘라내고 남은 입체도형을 A라 하자. 입체도형 A를 설명하고, 그 부피를 구하시오. (20점)

[1-2] [1-1]의 입체도형 A에서 최대한 큰 돔 하나를 더 잘라내었다. 마지막으로 잘라낸 돔의 평면 부분의 넓이를 구하시오. (10점)

출제의도

본 문항에서는 구와 평면이 만나는 경우의 기하학적 성질을 이해하고 입체도형의 부피를 구할 수 있는지를 평가하고자 한다.

[1-1] 문제 상황을 파악하고 상황에 맞는 구와 평면과의 위치 관계를 이해하여, 입체도형의 부피를 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[1-2] 상황에 맞도록 입체도형과 평면과의 위치 관계를 이해하고, 평면의 방정식을 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

문제해설

공간도형은 우리 주변에서 흔히 볼 수 있는 여러 가지 건축물에서 직선이나 평면 또는 곡선으로 나타나므로 실생활에서 많이 활용됨을 알 수 있다. 본 문항은 구와 평면과 만나는 경우의 기하학적인 성질을 이해하고 입체도형의 부피를 구하는 방법을 이용하여 원하는 부피를 구하고, 평면의 방정식과 점과 평면 사이의 거리를 구하는 방법을 이용하여 상황에 맞도록 문제를 해결하고, 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

평가기준

하위문항	채점 기준	배점
[1-1]	6개의 돔을 잘라내고 남은 입체도형을 설명할 수 있다.	8
	입체도형의 부피를 계산할 수 있다.	12
[1-2]	잘라내고자 하는 돔에 관한 평면을 찾을 수 있다.	5
	점과 평면 사이의 거리를 통해 평면부분의 넓이를 계산할 수 있다.	5

예시답안

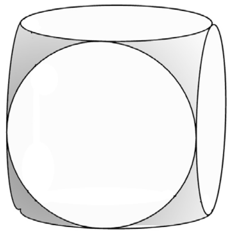
[1-1]

돔은 구와 한 평면으로 둘러싸인 입체도형이므로 돔의 평면 부분의 둘레는 원이 된다.

하나의 공에서 겹치지 않는 2개의 돔을 생각할 때, 크기가 같은 경우는 공의 중심에서 2개의 돔을 결정하는 두 평면사이의 거리가 같은 경우이다. 돔의 크기가 최대가 되도록 자르는 경우 두 돔의 평면부분이 서로 접하게 된다.

그러므로 크기가 같은 3개 이상의 돔을 잘라낼 때, 잘라낸 돔의 크기가 최대가 되려면 이웃하는 돔의 평면부분이 서로 접해야 한다.

크기가 같은 3개의 돔을 잘라서 남은 부분의 부피가 최소가 되어야 하므로 다음과 같이 생각할 수 있다. 공의 중심을 좌표공간의 원점에 두고 평면 $x=1$, $x=-1$, $y=1$, $y=-1$, $z=1$, $z=-1$에 평행한 평면으로 자른다고 할 때, 남은 부분의 부피가 최소가 되는 경우는 임의의 하나의 돔의 평면부분이 이웃하는 4개의 돔의 평면부분과 서로 접할 경우의 6개의 돔을 잘라내고 남은 입체도형이 구하고자 하는 입체도형 A이다. 그림으로 나타내면 다음과 같다.



공의 중심을 좌표공간의 원점에 두고 평면 $x=1$, $x=-1$, $y=1$, $y=-1$, $z=1$, $z=-1$에 평행한 평면으로 자른다고 할 때, 돔들이 처음으로 서로 접하는 경우를 생각한다. xy평면에 놓인 접점들은 반지름의 길이가 1인 원에 내접하는 정사각형이므로

평면 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $y=-\frac{\sqrt{2}}{2}$, $z=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $z=-\frac{\sqrt{2}}{2}$에 의해 생기는 돔을 잘라낼 때 남은 부분의 부피가 최소가 된다.

남은 부분의 부피를 구하기 위해 돔 하나의 부피를 구한다.

$x=\frac{\sqrt{2}}{2}$에 의해 생기는 돔 중 부피가 작은 돔은 $\frac{\sqrt{2}}{2}\le x\le 1$에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면은 반지름의 길이가 $\sqrt{1-x^2}$인 원판으로 이루어진 입체도형이므로 제시문 (가)에 의하여 잘라낸 돔 하나의 부피는 $\pi\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{1}(1-x^2)dx=\frac{8-5\sqrt{2}}{12}\pi$이다.

반지름의 길이가 1인 공은 $-1\le x\le 1$에서 x축에 수직인 평면으로 자른 단면은 반지름의 길이 $\sqrt{1-x^2}$인 원판으로 이루어진 입체도형이므로 제시문 (가)에 의하여 $\pi\int_{-1}^{1}(1-x^2)dx=\frac{4}{3}\pi$이다.

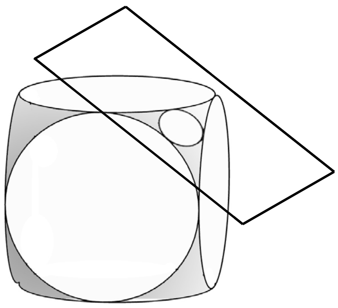
따라서 돔의 크기가 최대가 되도록 잘라내고 남은 입체도형 A의 부피는

(공의 부피)$-6\times$(돔 하나의 부피)$=\frac{15\sqrt{2}-16}{6}\pi$이다.

[1-2]

[1-1]에서 구한 입체도형 A는 반지름의 길이 $r_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$인 원판 6개와 서로 모양이 같은 구의 일부분 8개로 둘러싸여 있다.

크기가 가장 큰 돔을 제외하기 위해서는 입체도형 A에서 구의 일부 중 인접한 세 원들과 모두 접하는 평면으로 잘라내는 것이다.



새로운 돔을 $x\ge 0$, $y\ge 0$, $z\ge 0$ 인 부분에서 잘라낸다고 할 때, 원 3개에 모두 접하는 평면의 법선벡터는

대칭성에 의해 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{1}{\sqrt{3}},\ \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$가 되고, 평면과 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$에 놓인 중심이 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\ 0,\ 0\right)$이고 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{2}}{2}$인 원과의 접점은 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{2}\right)$이다.

따라서 구하는 평면의 방정식은 제시문 (다)에 의하여 $x+y+z-\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$ 이다.

공의 중심인 원점에서 평면 $x+y+z-\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$ 사이의 거리는 $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{6}$ 이다. 마지막으로 잘라낸 돔의 평면부분의 원의 반지름의 길이를 r_2라 하면 피타고라스의 정리에 의하여

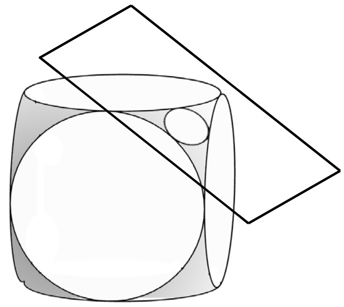
$r_2^2=\frac{3-2\sqrt{2}}{6}$ 이므로

마지막으로 잘라낸 평면부분의 넓이는 $\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\pi$ 이다.

[1-2] 별해

[1-1]에서 구한 입체도형 A는 반지름의 길이 $r_1=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 원판 6개와 서로 모양이 같은 구의 일부분 8개로 둘러싸여 있다.

크기가 가장 큰 돔을 제외하기 위해서는 입체도형 A에서 구의 일부 중 인접한 세 원들과 모두 접하는 평면으로 잘라내는 것이다.



새로운 돔을 $x\geq 0$, $y\geq 0$, $z\geq 0$ 인 부분에서 잘라낸다고 할 때, 원 3개에 모두 접하는 평면의 법선벡터는 대칭성에 의해 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$가 되고 평면과 $x=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 에 놓인 중심이 $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0, 0\right)$이고 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 원과의 접점은 $\mathrm{P}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, 평면과 $y=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 에 놓인 중심이 $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}, 0\right)$이고 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 원과의 접점은 $\mathrm{Q}\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, 평면과 $z=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 에 놓인 중심이 $\left(0, 0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$이고 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 원과의 접점은 $\mathrm{R}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$이다. 세 점 $\mathrm{P}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\mathrm{Q}\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\mathrm{R}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$을 지나는 평면의 방정식은 $x+y+z-\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$ 이다.

마지막으로 잘라낸 돔의 평면부분의 원의 반지름의 길이를 r_2라 하면 세 점 $\mathrm{P}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\mathrm{Q}\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\mathrm{R}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$을 꼭짓점으로 하는 정삼각형의 외접원이다.

정삼각형이므로 $r_2=\frac{\sqrt{3}}{3}\overline{\mathrm{PQ}}$ 이므로 $r_2^2=\frac{3-2\sqrt{2}}{6}$이고 마지막으로 잘라낸 평면부분의 넓이는 $\frac{3-2\sqrt{2}}{6}\pi$이다.

문 항 2

문 제

【문항 2】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서의 미분계수는

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

(나) 함수 $y=f(x)$에 대하여 $x=a$에서의 미분계수 $f'(a)$가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다. 또 함수 $f(x)$가 어떤 구간에 속하는 모든 x의 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$는 그 구간에서 미분가능하다고 한다.

좌표평면 위의 점 $(t,\ 0)$에서 포물선 $y^2=4px\ (p>0)$ 위의 점에 이르는 거리의 최솟값을 $f(t)$라 하자.

[2-1] 함수 $f(t)$의 미분가능성을 조사하시오. (25점)

[2-2] $G(p)=\int_0^{5p} tf(t)dt$일 때, $G(1)$의 값을 구하시오. (10점)

출 제 의 도

본 문항에서는 좌표평면 위의 한 점에서 곡선에 이르는 거리의 최솟값을 분류하여 함수로 나타낼 수 있는지와 미분계수의 정의를 이해하고 있는지를 평가하고자 한다. 또한 정적분을 구간을 분류하여 계산할 수 있는지를 평가하고자 한다.

[2-1] 한 점에서 곡선에 이르는 거리의 최솟값을 구간별로 분류하여 함수로 나타내고, 미분계수의 정의를 이용하여 미분가능 여부를 판단할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[2-2] 정적분을 구간을 분류하여 계산할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

문 제 해 설

본 문항은 좌표평면위의 한 점에서 포물선 위의 점에 이르는 거리의 최솟값을 구하고, 좌표평면의 한 점의 변화에 따른 최솟값의 변화를 분류하여 함수로 표현할 수 있는지, 미분가능성을 판단할 수 있는지를 평가한다. 또한 분류된 구간에 따라 정적분을 정확하게 계산할 수 있는지를 평가한다.

평 가 기 준

하위문항	채점 기준	배점
[2-1]	점 $(t, 0)$ 과 곡선위의 점 (x, y) 사이의 거리를 구할 수 있다.	5
	구간을 분류하여 구간에 따른 최솟값을 구하고 함수로 나타낼 수 있다. $t \geq 2p$ 일 때, $f(t)=2\sqrt{p(t-p)}$, $t<2p$ 일 때, $f(t)=\|t\|$ 를 구할 수 있다.	10
	제시문 (가), (나)를 이용하여 $t=0$, $t=2p$ 과 이 두 점 이외의 모든 실수에서 함수 $f(t)$ 의 미분가능성을 설명할 수 있다.	10
[2-2]	함수 $G(p)$ 를 이용하여 $G(1)$ 의 식을 구할 수 있다.	4
	정적분 $\int_0^2 t^2 dt$, $\int_2^5 (t \times 2\sqrt{t-1})dt$ 과 $G(1)$ 의 값을 계산할 수 있다.	6

예 시 답 안

[2-1]

포물선 $y^2=4px$ 위의 한 점을 $\mathrm{A}(x, y)$라 하고, x축 위의 한 점을 $\mathrm{B}(t, 0)$이라 하면

$$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{\{x-(t-2p)\}^2+4p(t-p)}$$ 이다.

$t-2p \geq 0$ 인 경우, $f(t)=2\sqrt{p(t-p)}$ 이다.

$t-2p<0$ 인 경우, $f(t)=\sqrt{t^2}=|t|$ 이다.

그러므로 함수 $f(t)$ 는

$$f(t)=\begin{cases} 2\sqrt{p(t-p)} & (t \geq 2p) \\ t & (0 \leq t < 2p) \\ -t & (t<0) \end{cases}$$

이다.

함수 $f(t)$ 는 정의된 각 구간에서 미분가능하므로 $t=0$ 과 $t=2p$에서 미분가능성을 확인하면 된다.

제시문 (가), (나)에 의하여

(ⅰ) $\lim\limits_{t \to 0-} \dfrac{f(t)-f(0)}{t-0}=\lim\limits_{t \to 0-} \dfrac{-t-0}{t-0}=-1$, $\lim\limits_{t \to 0+} \dfrac{f(t)-f(0)}{t-0}=\lim\limits_{t \to 0+} \dfrac{t-0}{t-0}=1$

따라서 $t=0$ 에서 미분가능하지 않다.

(ⅱ) $\lim\limits_{t \to 2p-} \dfrac{f(t)-f(2p)}{t-2p}=\lim\limits_{t \to 2p-} \dfrac{t-2p}{t-2p}=1$

$$\lim_{t \to 2p+} \frac{f(t)-f(2p)}{t-2p}=\lim_{t \to 2p+} \frac{2\sqrt{p(t-p)}-2p}{t-2p}=\lim_{t \to 2p+} \frac{2p}{\sqrt{p(t-p)}+p}=1$$

따라서 $t=2p$ 에서 미분가능하다.

그러므로 함수 $f(t)$ 는 $t=0$ 을 제외한 모든 실수에서 미분가능하다.

[2-2]

$$G(p)=\int_0^{5p} tf(t)dt=\int_0^{2p} tf(t)dt+\int_{2p}^{5p} tf(t)dt=\int_0^{2p} t^2dt+\int_{2p}^{5p} t\times 2\sqrt{p(t-p)}\,dt$$

따라서

$$G(1)=\int_0^2 t^2dt+\int_2^5 t\times 2\sqrt{t-1}\,dt$$

(ⅰ) $\int_0^2 t^2dt=\left[\frac{1}{3}t^3\right]_0^2=\frac{8}{3}$

(ⅱ) $t-1=s$ 라 두면

$$\int_2^5 t\times 2\sqrt{t-1}\,dt=2\int_1^4 (s+1)\sqrt{s}\,ds=2\int_1^4 (s\sqrt{s}+\sqrt{s})ds=2\left[\frac{2}{5}s^{\frac{5}{2}}+\frac{2}{3}s^{\frac{3}{2}}\right]_1^4$$

$$=2\left\{\frac{2}{5}(2^5-1)+\frac{2}{3}(2^3-1)\right\}=2\left(\frac{62}{5}+\frac{14}{3}\right)=\frac{124}{5}+\frac{28}{3}$$

그러므로 $G(1)=\frac{8}{3}+\frac{28}{3}+\frac{124}{5}=\frac{184}{5}$ 이다.

문 항 3

문 제

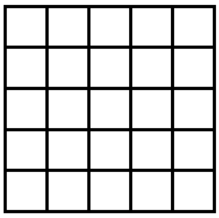
【문항 3】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 두 사건 A, B에 대하여 사건 A와 사건 B가 일어나는 경우의 수를 각각 m, n이라고 하면 두 사건 A, B가 잇달아 일어나는 경우의 수는 $m \times n$이다.

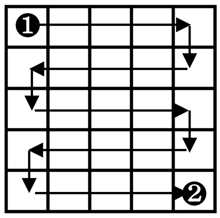
(나) n개 중에서 서로 같은 것이 각각 p, q, $\cdots$, r개씩 있을 때, n개를 일렬로 나열하는 순열의 수는

$$\frac{n!}{p! \times q! \times \cdots \times r!} \quad (\text{단, } p+q+\cdots+r=n)$$

[그림1]과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형을 가로, 세로로 각각 5등분하여 한 변의 길이가 1인 25개의 정사각형을 만든 뒤, [그림2]와 같이 ❶번에서 ❷번까지 화살표 방향으로 25개의 정사각형에 각각 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 흰색 또는 검은색 타일을 붙이려고 한다. 흰색 타일은 연속해서 붙일 수 없고, 검은색 타일은 연속해서 2개까지는 붙일 수 있다.



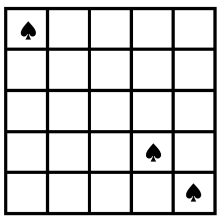
[그림 1]



[그림 2]

[3-1] 검은색 타일을 최대한 많이 붙이려고 한다. 이때 검은색 타일의 개수를 구하고, 타일을 붙일 수 있는 경우의 수를 구하시오. (10점)

[3-2] [그림3]과 같이 ♠가 표시된 3개의 위치에는 반드시 검은색 타일을 붙이는 경우의 수를 구하시오. (25점)



[그림 3]

출 제 의 도

본 문항에서는 합의 법칙, 곱의 법칙, 같은 것이 있는 순열을 활용하여 주어진 상황을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는지 평가하고자 한다.

[3-1] 같은 것이 있는 순열을 활용하여 주어진 상황을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

[3-2] 합의 법칙, 곱의 법칙, 같은 것이 있는 순열을 활용하여 주어진 상황을 만족하는 경우의 수를 구할 수 있는지를 평가하는 문항이다.

문 제 해 설

주어진 상황에서 자신이 선택할 수 있는 방법 중에서 합리적인 방법을 선택할 수 있다는 것은 매우 중요하다. 본 문항은 합의 법칙, 곱의 법칙, 같은 것이 있는 순열 등을 이용하여 주어진 상황에 맞는 경우의 수를 구할 수 있는지, 풀이 과정을 논리적으로 전개할 수 있는지를 평가한다.

평 가 기 준

하위문항	채점 기준	배점
[3–1]	붙일 수 있는 검은색 타일의 최대 개수를 구할 수 있다.	6
	검은색 타일의 개수가 최대일 때, 타일을 붙일 수 있는 경우의 수를 구할 수 있다.	4
[3–2]	주어진 경우가 [case1]과 [case2]로 나누어진다는 것을 알 수 있다.	2
	방정식을 이용하여 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ) 영역의 관계식을 각각 세울 수 있다.	8
	같은 것이 있는 순열을 이용하여 (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ) 영역의 경우의 수를 각각 구할 수 있다.	12
	합의 법칙, 곱의 법칙을 이용하여 경우의 수를 구할 수 있다.	3

예 시 답 안

[3-1]

검은색 타일을 연속해서 2개씩 붙이는 횟수를 A라 하면,

$$3A \le 25\,,\ A \le \frac{25}{3}$$

이므로 A의 최댓값은 8이고, $25 = 3\times 8 + 1$이다.

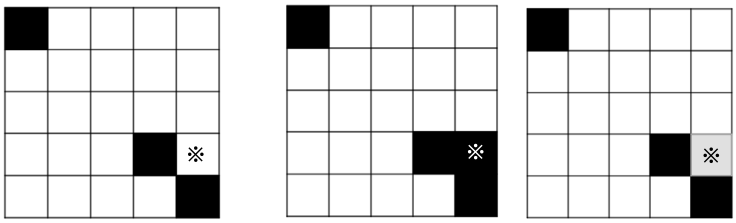
따라서 검은색 타일의 최대 개수는 $2\times 8 + 1 = 17$이다.

이 때, 타일을 붙일 수 있는 경우의 수는

‘검은색이 타일이 연속해서 붙는 경우’ 8개, ‘검은색 타일을 연속하지 않고 1개만 붙이는 경우’ 1

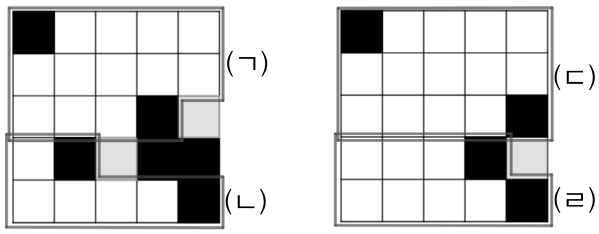
개, 총 9개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.
그러므로 $\frac{(8+1)!}{8!}=9$ 이다.

[3-2]



[그림4]　　[case1]　　[case2]

[그림4]와 같이 ※자리에
검은색 타일을 붙이는 경우 [case1]과 흰색 타일을 붙이는 경우 [case2]로 구별하고 검은색 타일이 연속해서 2개가 붙는 개수를 x, 검은색 타일이 연속되지 않고 1개만 붙는 개수를 y라 하자.



[그림5]　　[그림6]

[case1]은 [그림5]와 같이 ❶과 ❷를 제외한 6개의 타일의 색이 정해진다.
(ㄱ)영역에서 붙일 수 있는 흰색 타일의 개수는 $(x+y-1)$이다.
즉, $2x+y+(x+y-1)=14$, $3x+2y=15$
이를 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(1, 6)$, $(3, 3)$, $(5, 0)$ 뿐이다.
즉, (ㄱ)영역이 만들어지는 경우의 수는 $\frac{7!}{6!}+\frac{6!}{3!3!}+\frac{5!}{5!}=7+20+1=28$ 이다.
(ㄴ)영역에서 붙일 수 있는 흰색 타일의 개수는 $(x+y-1)$이다.
즉, $2x+y+(x+y-1)=7$, $3x+2y=8$
이를 만족하는 순서쌍 (x, y)는 $(0, 4)$, $(2, 1)$ 뿐이다.
즉 (ㄴ)영역이 만들어지는 경우의 수는 $\frac{4!}{4!}+\frac{3!}{2!}=1+3=4$ 이다.
따라서 [case1]이 만들어지는 경우의 수는 $28\times4=112$ 이다.
[case 2]는 [그림6]과 같이 ❶과 ❷를 제외한 6개의 타일의 색이 정해진다.
위와 같은 방법으로 계산하면 (ㄷ), (ㄹ)영역이 만들어지는 경우의 수는 각각 37, 7이다.
따라서 [case2]가 만들어지는 경우의 수는 $37\times7=259$ 이다.
그러므로 구하는 경우의 수는 $112+259=371$ 이다.