2017학년도 부산대학교 대학입학전형 대비
모의논술고사(의 학 계) 문 제 지

지원학과(학부)		수험번호		성 명	

【유의사항】
1. 시험시간은 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답을 작성하시오.
5. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
6. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
7. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

※ 모든 서술과정의 각 단계에서 근거와 이유를 명확히 밝히시오.

【문항 1】 다음 제시문을 근거로 하여 아래 논제에 답하시오.

[제시문]

[가] 함수 $f(x)$의 정의역 위의 점 a에 대하여

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{x \to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

가 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

[나] 정의역의 모든 점에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수는

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

이다.

[다] $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$, $\lim_{x \to a} g(x) = \beta$ (α, β는 실수)일 때, $\alpha = \beta$이고 a에 가까운 모든 x에 대하여 $f(x) \le h(x) \le g(x)$가 성립하면 $\lim_{x \to a} h(x) = \alpha$이다.

1-1. n을 2 이상의 자연수라고 할 때, 실수 전체에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^n \sin \dfrac{1}{x^2} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

가 $x=0$에서 미분가능한지 아니한지를 밝히시오. (10점)

※ 임의의 함수 $g(x)$와 임의의 양수 a, b에 대하여 두 부등식

$$g(a) \le a\,, \qquad g(ab) \le g(a) + g(b) - 1$$

이 성립한다고 가정하였을 때, 다음 물음에 답하시오.

1-2. $x > 0$, $h > 0$일 때, 부등식 $\dfrac{h}{x+h} \le g(x+h) - g(x) \le \dfrac{h}{x}$가 성립함을 보이시오. (15점)

1-3. $g(x)$가 미분가능할 때, 논제1-2와 제시문 [나], [다]를 이용하여, $x > 0$에서 도함수 $g'(x)$를 구하시오. (10점)

(뒷면에 계속)

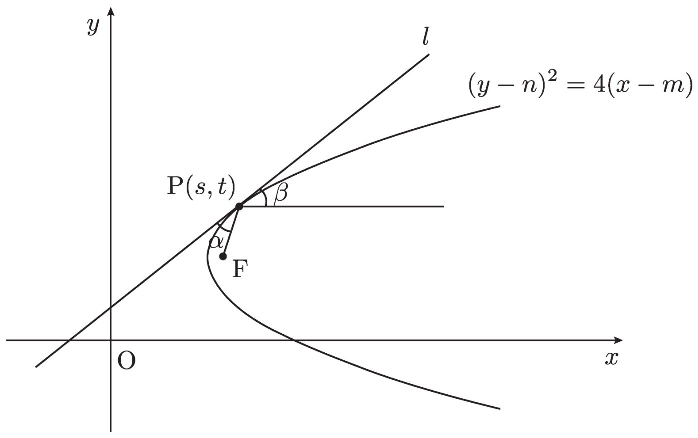
【문항 2】 다음 제시문을 근거로 하여 아래 논제에 답하시오.

[제시문]

[가] 포물선의 대칭선은 준선에 수직이면서 초점을 지나는 직선인데, 이것을 대칭축이라고 한다. 광원을 포물선의 초점에 놓으면, 광원에서 나오는 빛은 포물선에 반사되어 대칭축과 평행한 방향으로 나아간다. 반대로 대칭축에 평행하게 포물선에 들어온 빛은 포물선에 반사되어 포물선의 초점을 지나간다. (여기서 포물선에 반사된다는 것은 포물선의 접선에 반사된다는 것을 말하며, 빛이 포물선의 접선에 반사될 때, 광원에서 포물선에 이르는 선분과 접선이 이루는 각의 크기 α와 빛이 반사되어 나아가는 직선과 접선이 이루는 각의 크기 β는 같다.)

[나] 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 에 대하여 $\vec{a} = \overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\vec{b} = \overrightarrow{\mathrm{OB}}$ 인 점 $\mathrm{O, A, B}$ 를 잡았을 때, $\theta = \angle\mathrm{AOB}$ $(0 \le \theta \le \pi)$를 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 가 이루는 각의 크기라고 한다. 또한, $|\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\theta$ 를 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$ 의 내적이라 하고 기호로 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ 로 나타낸다. 즉, $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}|\,|\vec{b}|\cos\theta$ 이다.

※ 아래 그림과 같이 좌표평면 위에 포물선 $(y-n)^2 = 4(x-m)$이 있다. 이 포물선의 초점을 F라 하고, 포물선 위를 움직이는 임의의 점 P를 잡고 점 P를 지나는 포물선의 접선을 l 이라 하자. (그림에서 O 는 좌표평면의 원점이다.)



2-1. 제시문 [가]의 밑줄 친 부분의 명제가 성립한다는 것을 제시문 [나]를 이용하여 증명하시오. (15점)

2-2. 초점 F 에서 직선 l 위로 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, 제시문 [나]를 이용하여 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{HP}}$를 구하고, $2\overrightarrow{\mathrm{FH}} = \overrightarrow{\mathrm{FG}}$ 가 성립하는 점을 G라고 할 때, 점 G의 자취의 방정식을 구하시오. (15점)

(다음 장에 계속)

【문항 3】 다음 제시문을 근거로 하여 아래 논제에 답하시오.

[제시문]

[가] 원은 평면 위에서 한 점으로부터의 거리가 일정한 점들의 집합이며, 구는 공간 위에서 한 점으로부터의 거리가 일정한 점들의 집합이다. 원과 그 내부를 직선으로 자르면 그 단면은 선분이고, 구와 그 내부를 평면으로 자르면 그 단면은 원과 그 원의 내부이다. 서로 다른 두 직선이 만나면 하나의 교점이 생기고, 서로 다른 두 평면이 만나면 하나의 교선이 생긴다.

[나] 서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 $r\,(0 \le r \le n)$개를 택하는 것을 n개에서 r개를 택하는 조합이라고 하고, 이 조합의 수를 기호로 ${}_nC_r$로 나타낸다.

$${}_nC_r = \begin{cases} \dfrac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!} & (r \ge 1) \\ 1 & (r=0) \end{cases}$$

또한, $r > n$인 경우에는 ${}_nC_r = 0$ 으로 둔다.

[다] 1부터 n까지의 자연수의 합을 급수를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

$$\sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2} = {}_{n+1}C_2$$

[라] 아래의 그림과 같이 파스칼의 삼각형에서 다음 등식이 성립한다.

(1) ${}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r = {}_nC_r \quad (1 \le r < n)$

(2) $\displaystyle\sum_{k=r}^{n} {}_kC_r = {}_{n+1}C_{r+1}$

$$\begin{array}{c}
{}_1C_0 \quad {}_1C_1 \\
{}_2C_0 \quad {}_2C_1 \quad {}_2C_2 \\
{}_3C_0 \quad {}_3C_1 \quad {}_3C_2 \quad {}_3C_3 \\
{}_4C_0 \quad {}_4C_1 \quad {}_4C_2 \quad {}_4C_3 \quad {}_4C_4 \\
{}_5C_0 \quad {}_5C_1 \quad {}_5C_2 \quad {}_5C_3 \quad {}_5C_4 \quad {}_5C_5 \\
{}_6C_0 \quad {}_6C_1 \quad {}_6C_2 \quad {}_6C_3 \quad {}_6C_4 \quad {}_6C_5 \quad {}_6C_6
\end{array}$$

3-1. 원과 그 내부를 5개의 직선으로 잘랐을 때 생기는 조각의 개수가 최대인 경우, 그 값을 구하시오. (10점)

3-2. 원과 그 내부를 n개의 직선으로 잘랐을 때 생기는 조각의 개수가 최대인 경우, 그 값을 구하시오. (10점)

3-3. 구와 그 내부를 n개의 평면으로 잘랐을 때 생기는 조각의 개수가 최대인 경우, 그 값은

$${}_nC_3 + {}_nC_2 + {}_nC_1 + {}_nC_0$$

임을 보이시오. (15점)

※ 주의사항 : 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.