2016학년도 대학입학전형 의학계 모의평가 문제지

감독관확인
㊞

지원학과(학부)		응시번호		성명	

【유의사항】
1. 시험시간은 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안 수정 시 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 기술하고, 답을 작성하시오.
5. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 마시오.
6. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
7. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

【 문항 1 】다음 제시문을 근거로 하여 논제에 답하시오. (30점)

[가] 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 에 대하여 부분합

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

로 이루어진 무한수열 $\{S_n\}$이 실수 S에 수렴하면, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 은 S에 수렴한다고 한다. 이 때, S를 이 무한급수의 합이라 하고 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = S$ 로 나타낸다. 한편, 수열 $\{S_n\}$이 발산하면 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 발산한다고 하며, 발산하는 무한급수에 대해서는 그 합을 생각하지 않는다.

[나] 자연수 n에 관한 명제 $P(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 밝히면 된다.

(1) $n=1$일 때, 명제 $P(n)$이 성립한다.
(2) $n=k\,(k \geq 1)$일 때, 명제 $P(n)$이 성립한다고 가정하면
$n=k+1$일 때도 명제 $P(n)$이 성립한다.

이와 같이 증명하는 방법을 수학적 귀납법이라고 한다.

[다] 무한급수에서 합을 직접 구하지 않고 알려진 무한급수와 비교하여, 수렴과 발산을 간접적으로 판정할 수 있는 다음의 사실은 잘 알려져 있다.

(1) 모든 자연수 n에 대하여 $0 \leq a_n \leq b_n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 수렴하면 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$도 수렴한다.
(2) 모든 자연수 n에 대하여 $0 \leq a_n \leq b_n$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 발산하면 $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$도 발산한다.

1-1. 제시문 [나]를 이용하여, 무한수열

$$1^2,\ (1+2)^2,\ (1+2+3)^2,\ (1+2+3+4)^2,\ \cdots\cdots,\ (1+2+3+\cdots+n)^2,\ \cdots\cdots$$

의 일반항을 a_n이라 할 때, $a_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3$이 성립함을 증명하시오. **(10점)**

1-2. 무한수열 $\{c_n\}$이 $c_n = \begin{cases} 1 & (n=1) \\ 4n-2 & (n \geq 2) \end{cases}$ 으로 주어질 때, 무한수열

$$\frac{c_1}{1^3},\ \frac{c_1+c_2}{1^3+2^3},\ \frac{c_1+c_2+c_3}{1^3+2^3+3^3},\ \cdots\cdots,\ \frac{c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n}{1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3},\ \cdots\cdots$$

의 일반항 b_n을 구하고, 무한수열 $\{n^2 b_n\}$의 수렴, 발산을 판정하시오. **(5점)**

1-3. 1-2 에서 주어진 무한수열 $\{c_n\}$에 대하여, 제시문 [다]를 이용하여, 무한급수

$$\frac{c_1}{1^3} + \frac{c_1+c_2}{1^3+2^3} + \frac{c_1+c_2+c_3}{1^3+2^3+3^3} + \cdots\cdots + \frac{c_1+c_2+c_3+\cdots+c_n}{1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3} + \cdots\cdots$$

의 수렴, 발산을 판정하고, 수렴하는 경우에 그 합을 구하시오. **(15점)**

(뒷면에 계속)

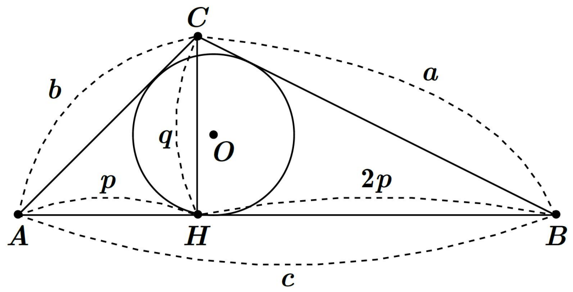
【 문항 2 】 **다음 제시문을 근거로 하여 논제에 답하시오. (30점)**

> [가] 삼각형의 각 꼭지각을 이등분하는 직선들은 삼각형 안의 한 점에서 만나고, 이 점은 삼각형에 내접하는 원의 중심이 된다. 이 점을 삼각형의 내심이라 한다.
> [나] 임의의 두 실수 p, q의 대소관계에 대하여 다음 중 꼭 하나의 관계만 성립한다.
> (1) $p < q$ (2) $p = q$ (3) $p > q$

삼각형 $\triangle ABC$의 내심이 O이고 꼭지점 C에서 선분 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 점 H라 하자. 또, 삼각형 $\triangle ABC$에 내접하는 원의 반지름을 r, 선분 $\overline{AH}$의 길이를 p, 선분 $\overline{CH}$의 길이를 q라 하자. 삼각형 $\triangle ABC$에 대하여 다음의 두 조건

$$a+b+c = \overline{CB}+\overline{AC}+\overline{BA} = 3, \qquad \overline{HB} = 2\overline{AH} = 2p$$

가 성립한다고 할 때, 다음의 물음에 답하시오.



2-1. 점 O에서 선분 $\overline{CH}$에 이르는 거리 d와 내접하는 원의 반지름 r을 p와 q로 나타내시오. **(15점)**

2-2. p와 q가 변함에 따라 내접하는 원의 넓이가 변한다. 내접하는 원의 넓이가 최대일 때 p와 q의 대소관계를 판정하고 그 이유를 밝히시오. (p와 q를 구체적으로 계산하지 않아도 된다.) **(15점)**

【 문항 3 】 **다음 제시문을 근거로 하여 논제에 답하시오. (40점)**

> 행렬 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$와 $B=\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$에 대하여 두 행렬 A, B의 **곱** AB와 행렬 A의 **행렬식** $|A|$를 각각
> $$AB=\begin{pmatrix} ax+bz & ay+bt \\ cx+dz & cy+dt \end{pmatrix}, \qquad |A| = ad-bc$$
> 로 정의하면, $|AB|=|A||B|$가 성립한다. (이는 잘 알려진 사실로 직접 계산하여 확인할 수 있다.)

집합 $M=\left\{\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a-b \end{pmatrix} \mid a, b\text{는 정수}\right\}$에 대하여, M의 부분집합 S 가운데서 다음의 두 조건

(1) S는 공집합이 아닌 유한집합이다.

(2) S에 속하는 임의의 두 행렬 A, B에 대하여 두 행렬의 곱 AB도 S에 속한다.

를 만족시키는 부분집합 S를 **닫힌유한집합**이라고 부르기로 하자.

3-1. 어떤 닫힌유한집합의 원소인 A에 대하여, 가능한 $|A|$의 값을 모두 구하시오. **(15점)**

3-2. 어떤 닫힌유한집합의 원소가 될 수 있는 행렬 A를 모두 구하시오. **(10점)**

3-3. M의 부분집합 가운데서 닫힌유한집합을 모두 구하시오. **(15점)**

＊ 주의사항 : 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.