2015학년도 부산대학교 수시모집 논술전형
논 술 고 사(자연계) 문 제 지

지원학과(학부)		수험번호		성명		과목	수학

【유의사항】
1. 시험시간은 수학과 과학 선택과목 시간을 합하여 100분입니다.
2. 과학은 4과목 중 원서접수 시 본인이 선택한 1과목을 응시하여야 합니다.
3. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
4. 답안 수정 시 지우개 사용 가능합니다.
5. 문항 번호를 기술하고, 답을 작성하시오.
6. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 마시오.
7. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
8. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

【문항1】 다음 제시문을 근거로 하여 아래 논제에 답하시오.

$M(\mathbb{R})=\left\{\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} \;\middle|\; a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4\text{는 실수}\right\}$이다. 즉, $M(\mathbb{R})$은 실수를 성분으로 갖는 2×2 행렬 전체의 집합이다. 특히, $O=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$을 **영행렬**이라고 한다.

(가) 행렬 $A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$와 $B=\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}$의 **곱**은 $AB=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_1b_1+a_2b_3 & a_1b_2+a_2b_4 \\ a_3b_1+a_4b_3 & a_3b_2+a_4b_4 \end{pmatrix}$ 로 정의한다.

(나) 행렬 $A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$의 **전치행렬**은 $A^t=\begin{pmatrix} a_1 & a_3 \\ a_2 & a_4 \end{pmatrix}$로 정의한다.

(다) 행렬 $A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$의 **대각합**은 $\mathrm{tr}(A)=a_1+a_4$로 정의한다.

(라) 두 행렬 A와 B의 **행렬내적**은 $\langle A,B\rangle=\mathrm{tr}(AB^t)$로 정의한다.

(마) 행렬 $A\in M(\mathbb{R})$의 **크기**는 $\| A \| = (\langle A,A\rangle)^{\frac{1}{2}}$로 정의한다.

(바) $M(\mathbb{R})$에 속하는 영행렬이 아닌 두 행렬 A 와 B의 **사잇각** θ $(0\le\theta\le\pi)$는

$$\cos\theta=\frac{\langle A,B\rangle}{\| A \|\,\| B \|}$$
이 되게 정의한다.

1-1. 행렬 $A\in M(\mathbb{R})$가 영행렬이 아니면 행렬내적 $\langle A,A\rangle$는 양의 실수임을 보이시오. (10점)

1-2. 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$와 $B=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$의 사잇각을 구하시오. (8점)

1-3. $\| A \|=2$인 행렬 $A=\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix}$의 개수를 구하시오.
(단, $a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4$는 정수이다.) (7점)

(뒷면에 계속)

【문항 2】 다음 제시문을 근거로 하여 아래 논제에 답하시오.

(가) 닫힌구간 $[a,b]$에 속하는 $x_1,\ x_2$가

$$x_1 < x_2 \text{ 이면 } f(x_1) > f(x_2) \text{일 때,}$$

함수 f는 구간 $[a,b]$에서 **감소함수**라고 한다.

(나) 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고 열린구간 (a,b)에서 미분가능한 함수 f가 구간 (a,b)에 속하는 모든 x에 대하여, $f'(x) < 0$이면 함수 f는 구간 $[a,b]$에서 감소함수이다.

(다) **[중간값 정리]** 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속이고, $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c) = k$인 점 c가 구간 (a,b)안에 적어도 한 개 이상 존재한다.

함수 $f(x) = e^x(1-x)$에 대하여,

2-1. $f(x) = e^x(1-x)$는 닫힌구간 $[0,1]$에서 감소함수임을 증명하시오. (7점)

2-2. 실수 $0 < t < 1$에 대하여, $f(a_t) = t$가 되는 a_t가 열린구간 $(0,1)$사이에 유일하게 존재함을 증명하시오. (8점)

2-3. 실수 $0 < t < 1$에 대하여, 다음 부등식

$$\int_0^{a_t} \frac{1}{(1-x)^2}\ dx \le \frac{1}{2t^2}(e^2 - 1)$$

을 증명하시오. (20점)

* 주의사항 : 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.