2018학년도 신입학 수시모집
논술고사 문제지 (자연계열-오후)

※ 본 논술문제에 대한 지적 소유권은 광운대학교에 있으며,
시험 종료 후 답안지와 함께 제출하여야 합니다.

지원학과(부)			
수 험 번 호		성 명	

※ 답안 작성 시 유의 사항

■ 시험시간은 2시간(120분)입니다.

■ 답안지 상의 모집단위, 성명, 수험번호, 주민등록번호 앞자리를 “**검정색 볼펜**”으로 정확히 기재하고 진하게 마킹하기 바랍니다.

■ 답안 작성란은 “**검정색 볼펜**” 또는 “**검정색 연필(샤프)**”로 작성하십시오.
※ 검정색 이외(빨간색, 파란색 등) 사용 금지
※ **지우개, 수정액, 수정테이프 사용 가능**

■ 답안지에는 제목을 쓰지 마십시오.

■ 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 하지 마십시오.

■ 답안지 1장 이내에 답안을 작성해야 합니다.

광운대학교
KwangWoon University

[문제 1] (50점) 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

1. 모든 정수의 집합을 $\mathbb{Z}$, 모든 유리수의 집합을 $\mathbb{Q}$, 모든 실수의 집합을 $\mathbb{R}$로 나타낸다.

2. 원소가 유한개인 집합을 유한집합이라고 한다.

3. 내용이 참인지 거짓인지를 분명히 판별할 수 있는 문장이나 식을 명제라고 한다.

4. p, q가 문장이나 식일 때, 'p이면 q이다.' 꼴의 명제에서 p를 가정, q를 결론이라 하고, 명제 'p이면 q이다.'를 기호 $p \to q$로 나타낸다.

5. 변수를 포함하는 문장이나 식이 변수의 값에 따라 참, 거짓이 정해질 때, 그 문장이나 식을 조건이라고 한다.

6. 함수 $f: X \to Y$에서 정의역 X의 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$가 성립할 때, 이 함수 f를 일대일함수라고 한다.

[1] 두 집합 $A = \{t, 3\}$, $B = \{t+1, 2t^2 - t - 4\}$에 대하여 $A = B$를 만족시키는 상수 t의 값을 구하시오. [8점]

[2] 다음 두 조건을 만족시키는 유한집합 A를 모두 구하시오. [16점]

(i) $A \subset \mathbb{Z}$ 이고 $A \neq \varnothing$ (ii) $a \in A \;\; \to \;\; a^2 \in A$

[3] 집합 $X = \{1, 2, 3\}$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) 집합 X에서 X로의 일대일함수의 개수를 구하시오. [7점]

(2) 함수 $f: X \to X$가 일대일함수이고 조건 $f(1) = 3$과 $f(2) = 1$을 만족시킬 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(2)$를 구하시오. [6점]

(3) 함수 $g: X \to X$는 일대일함수이고 $g(1) = a$, $g(2) = b$, $g(3) = c$이다. 함수 $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = ax^2 + bx + c$의 그래프가 x축과 서로 다른 두 점에서 만날 때 $b - ac$의 값을 구하시오. [13점]

<다음 장 계속>

[문제 2] (50점) 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오.

1. 속도

수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표가 $x=f(t)$일 때, 점 P의 시각 t에서의 속도 v는 $v(t)=\dfrac{dx}{dt}=f'(t)$이다.

2. 좌극한과 우극한

x의 값이 a보다 작으면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 p에 한없이 가까워지면 p를 $x=a$에서 함수 $f(x)$의 좌극한이라 하고, 기호로 $\lim_{x\to a-}f(x)=p$와 같이 나타낸다. 또 x의 값이 a보다 큰 값을 가지면서 a에 한없이 가까워질 때, $f(x)$의 값이 일정한 값 q에 한없이 가까워지면 q를 $x=a$에서 함수 $f(x)$의 우극한이라 하고, 기호로 $\lim_{x\to a+}f(x)=q$와 같이 나타낸다.

3. 함수의 연속

함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다.

(1) 함숫값 $f(a)$가 정의되어 있다.
(2) 극한값 $\lim_{x\to a}f(x)$가 존재한다.
(3) $\lim_{x\to a}f(x)=f(a)$이다.

4. 함수의 극한의 대소 관계

$\lim_{x\to a}f(x)=p$, $\lim_{x\to a}g(x)=q$ (p, q는 실수)일 때, a에 가까운 모든 x의 값에 대하여 $f(x)\le h(x)\le g(x)$이고 $p=q$이면 $\lim_{x\to a}h(x)=p$이다.

5. 미분 가능의 정의

함수 $y=f(x)$에서 x의 값이 a에서 $a+h$까지 변할 때, x의 증분은 $\Delta x=(a+h)-a=h$이다. 이때 y의 증분은 $\Delta y=f(a+h)-f(a)$이므로 이 함수의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

이다. 여기서 $\Delta x\to 0$일 때, 평균변화율의 극한값

$$\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta x}=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

가 존재하면 함수 $y=f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

6. 함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이고 구간 (a,b)에서 미분가능하며, 구간 (a,b)의 모든 x에 대하여 $f'(x)=0$이면 $f(x)$는 구간 $[a,b]$에서 상수함수이다.

<다음 장 계속>

[1] 좌표가 0인 점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 좌표가 $x=-t^3+15t^2$이다. 점 P의 운동 방향이 처음으로 바뀌는 시각을 구하여라. ($t>0$) [6점]

[2] 구간 $(0,\infty)$에서 정의된 다음 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이다. 이때 a와 b의 값을 구하시오. (a, b는 상수이고 $b\neq 0$) [10점]

$$f(x)=\begin{cases} \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{ax^{n+3}-x^2+x+b}{x^n+1} & (x\neq 1) \\ \dfrac{a}{b} & (x=1) \end{cases}$$

[3] 함수 $f(x)=|2x-k|$의 그래프와 x축, y축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 $S(k)$라고 하자. $S\left(\dfrac{1}{2}\right)$의 값과 $S(k)$의 최솟값을 구하시오. ($0\le k\le 2$) [14점]

[4] 함수 $f(x)$에 대한 다음 두 조건 p, q에 대하여 p는 q이기 위한 필요충분조건이다. p가 q이기 위한 충분조건임을 다음 순서에 따라 증명할 때, 물음에 답하시오.

p: 모든 실수 x, y에 대하여, $f(x+y)=f(x)+f(y)$이고 $\lvert f(x)\rvert\le x^2$이다. q: 모든 실수 x에 대하여, $f(x)=0$이다.

(1) $f(0)=0$임을 보이시오. [3점]
(2) $f(x)$는 $x=0$에서 미분 가능함을 보이시오. [8점]
(3) $f(x)$는 모든 실수 x에서 미분 가능함을 보이시오. [6점]
(4) $f(x)=0$임을 보이시오. [3점]

<끝>