2017학년도 신입학 수시모집 논술우수자 전형
문제 및 해설 (자연계열-오후)

지원학과(부)			
수 험 번 호		성 명	

※ 답안 작성 시 유의 사항

■ 시험시간은 2시간(120분)입니다.

■ 답안지 상의 모집단위, 성명, 수험번호, 주민등록번호 앞자리를 "**검정색 볼펜**"으로 정확히 기재 및 마킹(진하게)바랍니다.

■ 답안 작성란은 "**검정색 볼펜**" 또는 "**검정색 연필(샤프)**"로 작성하십시오.
※ 검정색 이외(빨간색, 파란색 등) 사용 금지
※ **지우개, 수정액, 수정테이프 사용 가능**

■ 답안지에는 제목을 쓰지 마십시오.

■ 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 하지 마십시오.

■ 답안지 1장 이내에 답안을 작성해야 합니다.

광운대학교
KwangWoon University

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (50점)

(가) 함수 $y=f(x)$의 그래프의 개형은 다음과 같은 사항을 조사하여 그릴 수 있다.

(1) 함수의 정의역과 치역
(2) 좌표축과의 교점
(3) 곡선의 대칭성과 주기
(4) 함수의 증가와 감소, 극대와 극소
(5) 곡선의 오목과 볼록, 변곡점
(6) $\lim_{x\to\infty} f(x)$, $\lim_{x\to-\infty} f(x)$, 점근선

(나) 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속일 때, 두 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$ 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)-g(x)|\,dx$$

(다) 좌표공간에서 점 $A(x_1,y_1,z_1)$을 지나고 벡터 $\vec{u}=(a,b,c)$에 평행인 직선 l 위의 점 $P(x,y,z)$의 좌표는 $(x_1+at,\ y_1+bt,\ z_1+ct)$이다. (단, t는 실수)

(라) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a)\neq f(b)$이면, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여

$$f(c)=k \quad (a<c<b)$$

인 c가 적어도 하나 존재한다.

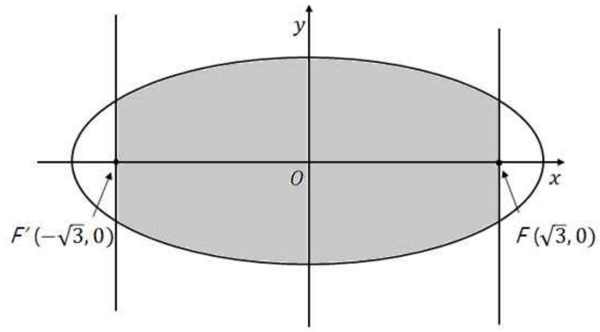
(마) 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$에 대하여 $f'(x), g'(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이면

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx=\left[f(x)g(x)\right]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

[1] <제시문 (가)>를 이용하여 실수 x에 대한 부등식 $\left|\dfrac{x}{1+x^2}\right|\leq p$를 만족하는 p의 최솟값을 구하시오. [10점]

<다음 장에 계속>

[2] 두 초점 $F(\sqrt{3},0), F'(-\sqrt{3},0)$으로부터의 거리의 합이 4인 타원과 두 직선 $x=\sqrt{3}$, $x=-\sqrt{3}$으로 둘러싸여 있는 색칠한 부분의 넓이를 <제시문 (나)>를 이용하여 구하시오.[10점]



[3] 좌표공간의 세 점 $O(0,0,0), A(2,3,0), B(-1,2,1)$에 대하여 점 A에서 직선 OB에 내린 수선의 발을 H라고 할 때, $\overline{OH}$의 길이를 <제시문 (다)>를 이용하여 구하시오.[10점]

[4] 닫힌 구간 $[-1,1]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 $f(-1)>0$이고 $f(1)<0$이다. <제시문 (라)>를 이용하여 $f(c)=c+\cos\left(\frac{\pi}{2}c\right)$가 되는 c (단, $-1<c<1$)가 적어도 하나 존재함을 보이시오.[10점]

[5] I_n이 다음과 같이 정의되어 있다. <제시문 (마)>를 이용하여 $I_{100}+9900I_{98}$의 값을 구하시오.[10점]

$$I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \sin x\, dx \quad (n \geq 0)$$

<다음 장에 계속>

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (50점)

(가) 두 집합 X, Y에 대하여 X에는 속하지만 Y에는 속하지 않는 모든 원소로 이루어진 집합을 X에 대한 Y의 차집합이라 하고, $X-Y$로 나타낸다.

(나) 집합 T는 $T=\{f(x) \mid f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3,\ \ a_0, a_1, a_2, a_3$ 는 정수$\}$ 이다.

(다) 다항식 A를 다항식 B $(B \neq 0)$로 나누었을 때의 몫을 Q, 나머지를 R라고 하면 $A=BQ+R$ 이다. 이때 R의 차수는 B의 차수보다 낮다.

(라) 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq 1)$의 도함수는 $y'=a^x \ln a$이다.

(마) (수학적 귀납법) 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하려면, 다음 두 가지를 보이면 된다.
(1) $n=1$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다.
(2) $n=k$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면
$n=k+1$일 때에도 명제 $p(n)$이 성립한다.

[1] 집합 $S=\{f(x) \in T \mid f(x)=f(x+p)$, p는 0이 아닌 정수$\}$ 에 대하여 차집합 $T-S$를 구하시오. [10점]

[2] 다항식 $f(x^2)$을 x로 나누었을 때의 몫은 $f(x-2)$이고 나머지는 12일 때, 다항식 $f(x)$를 구하시오. [12점]

[3] 다항식 A를 다항식 B $(B\neq 0)$로 나누었을 때 몫 Q_1, Q_2와 나머지 R_1, R_2가 존재하여
$A=BQ_1+R_1=BQ_2+R_2$라고 가정하자. 이때 $Q_1=Q_2$이고 $R_1=R_2$임을 증명하시오. [10점]

[4] $f(x)=x^2-x-3$ 과 $g(x)=2^x$에 대하여 다음 물음에 답하시오.
(1) $g(x) \notin T$임을 증명하시오. [10점]
(2) 모든 자연수 n에 대하여 $2n \leq 2^n$임을 이용하여 $f(n)<g(n)$이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하시오. [8점]

<끝>