2017학년도 신입학 수시모집 논술우수자 전형

문제 및 해설 (자연계열-오전)

지원학과(부)			
수 험 번 호		성 명	

※ 답안 작성 시 유의 사항

■ 시험시간은 2시간(120분)입니다.

■ 답안지 상의 모집단위, 성명, 수험번호, 주민등록번호 앞자리를 "**검정색 볼펜**"으로 정확히 기재 및 마킹(진하게)바랍니다.

■ 답안 작성란은 "**검정색 볼펜**" 또는 "**검정색 연필(샤프)**"로 작성하십시오.
※ 검정색 이외(빨간색, 파란색 등) 사용 금지
※ **지우개, 수정액, 수정테이프 사용 가능**

■ 답안지에는 제목을 쓰지 마십시오.

■ 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 하지 마십시오.

■ 답안지 1장 이내에 답안을 작성해야 합니다.

광운대학교
KwangWoon University

[문제 1] 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (50점)

(가) $x=f(t)$, $y=g(t)$가 t에 대하여 미분가능하고 $f'(t)\neq 0$일 때,

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}=\frac{g'(t)}{f'(t)}$$

(나) 사건 A에 대한 여사건 A^c의 확률은

$$\mathrm{P}(A^c)=1-\mathrm{P}(A)$$

(다) 평면 β 위의 도형 F의 평면 α 위로의 정사영을 F'이라 하고, F, F'의 넓이를 각각 S, S'이라고 할 때, 두 평면 α, β가 이루는 각의 크기가 $\theta\left(0\le\theta\le\frac{\pi}{2}\right)$이면

$$S'=S\cos\theta$$

※ [1~4] 좌표평면 위를 움직이는 점 $P(x,y)$의 좌표가 매개변수 t의 함수

$$x=\sqrt{2}\cos t,\ y=2+\sin t \quad (\text{단, } 0\le t<2\pi)$$

로 나타내어진다고 할 때, 점 P가 만드는 도형에 대하여 다음 물음에 답하시오.

[1] 도형을 방정식 $f(x,y)=0$으로 나타내고, y축과 만나는 두 점 A와 B의 좌표를 구하시오.[8점]

[2] 도형의 접선 중 원점을 지나는 접선은 두 개이다. 이때 두 접점 C와 D의 좌표를 구하고, 두 접선이 이루는 예각을 θ라고 할 때 $\cos\theta$의 값을 구하시오.[10점]

[3] 문제 [1], [2]에서 구한 네 점 A, B, C, D를 서로 이은 선분들로 도형 내부를 8개의 영역으로 분할하여 서로 다른 두 영역을 선택할 때, 선택된 두 영역이 y축에 대하여 대칭이 아닐 확률을 구하시오.
(단, 각 영역을 선택할 확률은 동일하다.)[8점]

[4] 도형에 내접하는 직사각형의 넓이를 $S(t)$라 하자. 이때 $S(t)$를 구하고, $S(t)$의 최댓값을 구하시오.[12점]

[5] 좌표공간의 위치벡터 $\overrightarrow{OR}$은 두 점 $P\left(-\frac{\sqrt{3}}{2},1,0\right), Q\left(\frac{\sqrt{3}}{2},1,0\right)$에 대한 위치벡터 $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{OQ}$와 모두 수직이고 크기가 $|\overrightarrow{PQ}|$이다. 이때 세 점 P, Q, R을 지나는 평면의 방정식을 구하고, 이 평면이 xy평면과 이루는 예각의 크기를 구하시오. (단, O는 원점이고 점 R의 z좌표는 양수이다.)[12점]

<다음 장에 계속>

[문제 2] 다음 제시문을 읽고 문항별로 풀이와 함께 답하시오. (50점)

(가) 함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이고 구간 (a,b)에서 미분가능할 때, 구간 (a,b)에서 $f'(x)>0$이면 함수 $f(x)$는 구간 $[a,b]$에서 증가한다.

(나) 함수 $f(t)$가 구간 $[a,b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x) \text{ (단, } a<x<b\text{)}$$

(다) 함수 $p(t)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이고 구간 (a,b)에서 $p(t)>0$이면, (나)에 의해 구간 (a,b)에서 함수 $F(x)=\int_a^x p(t)dt$의 도함수는 $\frac{d}{dx}F(x)=p(x)>0$이다. 따라서 (가)에 의하여 함수 $F(x)$는 구간 $[a,b]$에서 증가한다. 이때 $F(a)=0$이므로 $a<x\le b$이면 $F(x)>0$이다.

[1] 함수 $f(x)$, $g(x)$는 구간 $[a,b]$에서 $f(x)>0$, $g(x)>0$이고 연속이며, 구간 (a,b)에서 미분가능하고 등식 $\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{g'(x)}{g(x)}$를 만족시킨다. 이때 다음 등식이 성립함을 보이시오.[10점]

$$f(x)=kg(x) \text{ (단, } a\le x\le b\text{이고 } k\text{는 양수)}$$

※ [2~4] 구간 $[0,1]$에서 연속이고 $f(t)>0$, $g(t)>0$인 두 함수 $f(t)$, $g(t)$에 대하여 함수 $P(x), Q(x)$를

$$P(x)=\frac{\int_0^x tf(t)dt}{\int_0^x f(t)dt}, \quad Q(x)=\frac{\int_0^x tg(t)dt}{\int_0^x g(t)dt} \text{ (단, } 0<x<1\text{)}$$

라 정의할 때, 다음 물음에 답하시오.

[2] (1) 함수 $P(x)$에 대해 다음 부등식이 성립함을 보이시오.[10점]

$$0<P(x)<x \text{ (단, } 0<x<1\text{)}$$

(2) (1)의 부등식을 이용하여 $\lim_{x\to 0+} P(x)$를 구하시오.[5점]

[3] (1) $\frac{d}{dx}P(x)=\frac{f(x)}{\int_0^x f(t)dt}\{x-P(x)\}$임을 보이시오.[8점]

(2) $P(x)=Q(x)$이면 다음 등식이 성립함을 보이시오.[5점]

$$\frac{f(x)}{\int_0^x f(t)dt}=\frac{g(x)}{\int_0^x g(t)dt} \text{ (단, } 0<x<1\text{)}$$

[4] 구간 $(0,1)$에서 함수 $f(t)$, $g(t)$가 미분가능할 때, $P(x)=Q(x)$는 $f(t)=kg(t)$ (단, k는 양수)이기 위한 필요충분조건임을 증명하시오.[12점]

<끝>