2015학년도 신입학 수시모집 논술고사
문제, 출제의도, 채점기준 및 모범답안
(자연계열 - 오전)

광운대학교 입학처

2015학년도 신입학 수시모집
논술고사 문제지 (자연계열-오전)

※ 본 논술문제에 대한 지적 소유권은 광운대학교에 있으며,
시험 종료 후 답안지와 함께 제출하여야 합니다.

지원학과(부)			
수 험 번 호		성 명	

※ 답안 작성 시 유의 사항

■ 시험시간은 2시간(120분)입니다.

■ 답안지 상의 모집단위, 성명, 수험번호, 주민등록번호 앞자리를 "**검정색볼펜**"으로 정확히 기재 및 마킹(진하게)바랍니다.

■ 답안 작성란은 "**검정색볼펜**" 또는 "**검정색 연필(샤프)**"로 작성하십시오.
※ 검정색 이외(빨간색, 파란색 등) 사용 금지
※ **지우개, 수정액, 수정테이프 사용 가능**

■ 답안지에는 제목을 쓰지 마십시오.

■ 답안과 관련 없는 표현이나 표시를 하지 마십시오.

■ 답안지 1장 이내에 답안을 작성해야 합니다.

광운대학교
KwangWoon University

[문제 1] 다음 제시문을 이용하여 문항별로 풀이와 함께 답하시오.(50점)

[타원의 정의와 방정식] 평면 위의 서로 다른 두 초점 F, F'으로부터 거리의 합이 일정한 점들의 집합을 타원이라 한다. 두 초점이 $F(c,0), F'(-c,0)$이고, 거리의 합이 $2a$인 타원의 방정식은 다음과 같다.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \quad (\text{단}, a>c>0, b^2=a^2-c^2) \qquad (1)$$

이때 식 (1)의 타원으로 둘러싸인 도형의 내부 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\pi ab \qquad (2)$$

[제이코사인법칙] $\triangle ABC$에 대하여 다음이 성립한다.

$$\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac} \qquad (3)$$

[산술평균, 기하평균] 양의 실수 a, b에 대해서 다음과 같은 식이 항상 성립한다.

$$\frac{a+b}{2}\geq \sqrt{ab} \qquad (4)$$

[평면벡터의 내적] 두 벡터 $\vec{a}=(a_1,a_2), \vec{b}=(b_1,b_2)$가 이루는 각의 크기가 θ일 때,

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2=|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \qquad (5)$$

[삼각함수의 덧셈정리]

$$\tan(\alpha\pm\beta)=\frac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\tan\beta} \quad (\text{복부호동순}) \qquad (6)$$

※ ([1]~[5]) 점 $(0,1)$을 지나고 두 초점이 $F'(-1,0)$과 $F(1,0)$인 타원에 대한 다음 물음에 답하시오.

[1] 타원의 방정식을 구하시오.[5점]

[2] 타원의 두 초점에서 타원 위의 임의의 점 P를 이을 때, 각 $\angle F'PF$의 최댓값을 구하시오.[10점]

<다음 장 계속>

[3] 타원의 두 초점에서 타원 위의 임의의 점 P까지 이르는 두 벡터 $\overrightarrow{FP}$ 와 $\overrightarrow{F'P}$ 의 합으로 주어지는 벡터를 원점을 시점으로 그릴 때, 얻어지는 도형의 넓이를 구하시오.[10점]

[4] 주어진 타원을 일차변환 $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$를 통해 얻은 도형과 주어진 타원의 공통되지 않는 부분을 x축 둘레로 회전시켰을 때 생기는 회전체의 부피를 구하시오.[15점]

[5] 주어진 타원과 [4]번에서 변환을 통해 얻은 도형과의 교점 중 제1사분면의 점을 P_1, 제2사분면의 점을 P_2라 하자. 초점 $F'(-1,0)$에서 두 점 P_1, P_2를 잇는 두 벡터 $\overrightarrow{F'P_1}$과 $\overrightarrow{F'P_2}$가 이루는 각의 크기를 θ라고 할 때, $\tan\theta$를 구하시오.[10점]

<다음 장 계속>

[문제 2] 다음에 제시된 지문을 읽고 문항별로 충분한 근거를 제시하는 풀이와 함께 답하시오.(50점)

[우극한과 좌극한]

$$\lim_{x \to a+0} f(x) = \lim_{x \to a-0} f(x) = L \iff \lim_{x \to a} f(x) = L$$

[삼각함수의 극한]

$$\lim_{\theta \to 0} \sin\theta = 0, \ \lim_{\theta \to 0} \cos\theta = 1, \ \lim_{\theta \to 0} \frac{\sin\theta}{\theta} = 1$$

[함수의 극한에 관한 성질] $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha, \lim_{x \to a} g(x) = \beta$ $(\alpha, \beta$는 실수$)$일 때,

$$\lim_{x \to a}\{f(x) \pm g(x)\} = \alpha \pm \beta \text{ (복부호동순)}, \ \lim_{x \to a}\{f(x)g(x)\} = \alpha\beta, \ \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\alpha}{\beta} \ (\text{단}, \ g(x) \neq 0, \ \beta \neq 0)$$

[미분계수와 미분가능] 함수 $f(x)$에서 $x \to a$일 때의 극한값

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

가 존재하면, 함수 $f(x)$는 $x = a$에서 미분가능하다고 하고, 이 극한값을 $y = f(x)$의 $x = a$에서의 미분계수라 한다. 이것을 기호로 $f'(a)$와 같이 나타낸다.

[접선의 방정식] 함수 $y = f(x)$가 $x = a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

[롤의 정리] 함수 $y = f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 열린구간 (a, b)에서 미분가능할 때, $f(a) = f(b)$이면

$$f'(c) = 0, \ a < c < b$$

인 점 c가 적어도 하나 존재한다.

[삼각함수의 항등식]

$$\sin^2 t = \frac{1 - \cos 2t}{2}, \ \cos^2 t = \frac{1 + \cos 2t}{2}, \ \cos^2 t + \sin^2 t = 1$$

<다음 장 계속>

[1] 닫힌구간 $[a,b]$에서 연속인 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 열린구간 (a,b)에서 미분가능하며 $g'(x) \neq 0$이다. 여기서 $g(a) \neq g(b)$일 때, 구간 $[a,b]$에서 함수 $F(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$F(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}\left\{g(x)-g(b)\right\} \quad \cdots\cdots \text{①}$$

구간 $[a,b]$에서 $F(x)$에 롤의 정리를 사용하여

$$\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)},\ a < c < b$$

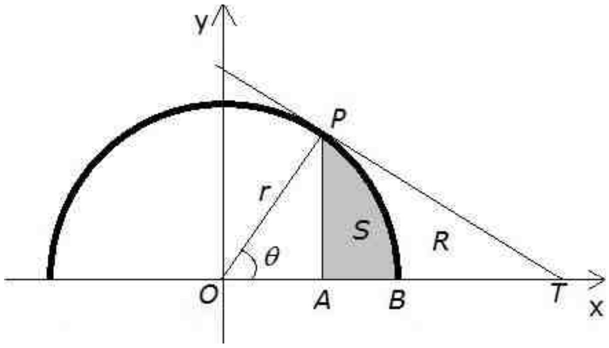
인 점 c가 적어도 하나 존재함을 증명하시오.[10점]

[2] 점 $x=s$를 포함하는 열린구간 (a,b)에서 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능하고 $g'(x) \neq 0$이라 하자. 이때 $f(s)=0$, $g(s)=0$이면 다음이 성립함을 증명하시오.[10점]

$$\lim_{x \to s}\frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f'(s)}{g'(s)}$$

※([3]~[5]) 다음의 물음에 대하여 제시문과 앞의 문항의 결과를 이용하여 답하시오.

<그림 1>과 같이 중심이 원점 O이고 반지름이 $r>0$인 원을 생각하자. 이때 제1사분면에 놓인 원 위의 한 점을 P라 하고 직선 OP가 양의 x축과 이루는 각의 크기를 θ, 그리고 점 P에서 양의 x축에 내린 수선의 발을 점 A라 하자. 또, 점 P에서의 원의 접선이 양의 x축과 만나는 점을 T라 하자. 한편 점 B는 반원이 양의 x축과 만나는 점이다.



<그림 1>

[3] <그림 1>에서 점 P, A, B의 좌표를 r과 θ로 나타내시오. 또, 점 P에서의 주어진 원의 접선의 방정식을 구하고 점 T의 좌표도 r과 θ로 나타내시오.[10점]

[4] <그림 1>에서 도형 PAB의 면적 S와 도형 PBT의 면적 R을 r과 θ로 나타내시오.[9점]

[5] Q를 $\triangle OPA$의 면적이라고 할 때, 다음 극한값을 구하시오.[11점]

$$\lim_{\theta \to 0+0}\frac{R}{Q},\ \lim_{\theta \to 0+0}\frac{S'}{R'}$$

여기서 $S' = \dfrac{dS}{d\theta}, R' = \dfrac{dR}{d\theta}$ 이다.

<끝>