

수학

01  
출제  
의도

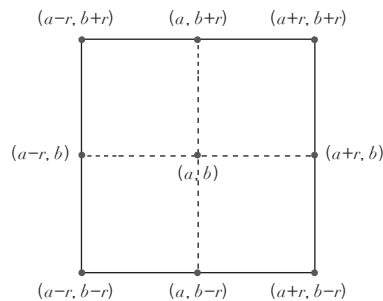
1. 주어진 영역에서의 주어진 함수의 최대, 최소를 계산할 수 있는지 알아본다. 조금은 생소하게 보일 수도 있는 수학적 표현식을 잘 이해할 수 있는지도 알아본다.
2. 입체도형의 문제를 이용하여 미분을 이용한 최대, 최소의 계산, 이면각의 개념과 계산, 정사영의 개념과 계산 등에 익숙한지 알아본다.

02  
문제  
해설

제시문 1

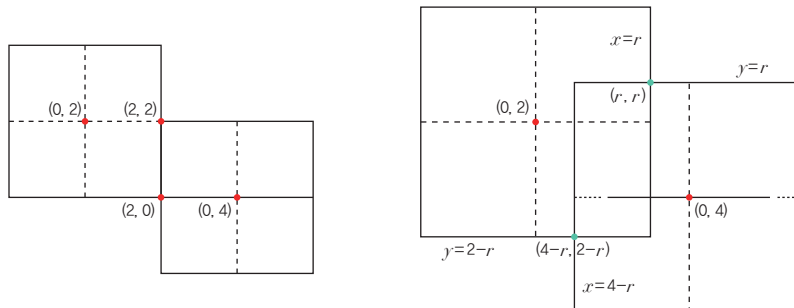
[문제 1-1]

좌표평면에서 점  $(a, b)$ 에 대하여  $Max\{|x-a|, |y-b|\} = r$  ( $r > 0$ )을 만족하는 점  $(x, y)$ 들의 좌표는 다음 그림과 같은 정사각형이다.



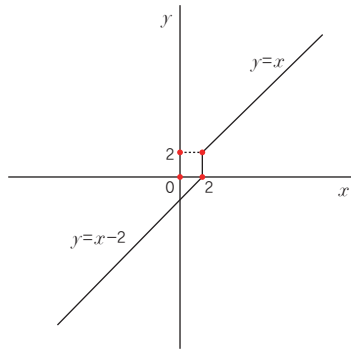
각 양수  $r$ 마다  $Max\{|x|, |y-2|\} = r$   $Max\{|x-4|, |y|\} = r$ 을 만족하는 점  $(x, y)$ 의 집합인 두 정사각형을 그려보면

- (i)  $r < 2$ 이면 두 정사각형은 만나지 않고
- (ii)  $r = 2$ 일 때, 점  $(2, 0)$ 과  $(2, 2)$ 점을 연결한 선분에서 만난다(아래 첫 번째 그림 참조).
- (iii) 또한  $r > 2$ 인 경우 직선  $x=r$ 과 직선  $y=r$ 의 교점인  $(r, r)$ 과 직선  $y=2-r$ 과 직선  $x=4-r$ 의 교점인  $(4-r, 2-r)$ 에서 만난다.  $r$ 이 변함에 따라 이 두 교점의 자취는  $y=x, x > 2$ 과  $y=x-2, x < 2$ 이다.



**[문제 1-2]**

앞의 풀이 (i), (ii), (iii) 으로부터  $Max\{|x|, |y-2|\} = Max\{|x-4|, |y|\}$ 을 만족하는 점  $(x, y)$ 가 그리는 영역은 다음 그림과 같다:



방정식  $x^2 + y^2 = k$ 를 만족시키는 점은 중심이 원점이고 반지름의 길이가  $\sqrt{k}$ 인 원이다.  $k$ 를 변화시키면서 위의 영역과 만나는 점을 살펴보면 직선  $y=x-2$  위의 점  $(1, -1)$ 에서 이 원이 처음으로 그림의 영역과 만나게 되고, 이때의  $k$ 값은 2이다.

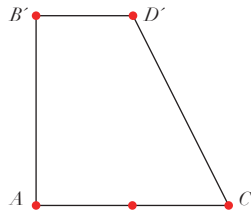
**제시문 2**

사면체를 평행이동하여도 정사영의 넓이는 변하지 않으므로, 음의  $x$  방향으로 사면체를 1만큼 평행이동하여 정사영의 넓이를 구하면 된다. 따라서 사면체의 꼭짓점을  $A(0, 0, 0)$ ,  $B(4, 0, 0)$ ,  $C(0, 2, 0)$ ,  $D(2, 1, 2)$ 이라 생각해도 무방하다.

평면  $z=mx$ 에 내린 점  $A, B, C, D$ 의 정사영을  $A', B', C', D'$ 이라 하면, 점  $A, C$ 는 평면  $z=mx$  위에 있으므로  $A'=A$ ,  $C'=C$ 이다. 평면  $z=mx$ 의 법선벡터가  $(m, 0, -1)$ 이므로 점  $B'$ 은 직선  $(4, 0, 0) + t(m, 0, -1)$  (또는  $\frac{x-4}{m} = \frac{z-0}{-1}, y=0$ ) 위에 있고, 점  $D'$ 은 직선  $(2, 1, 2) + t(m, 0, -1)$  (또는  $\frac{x-2}{m} = \frac{z-2}{-1}, y=1$ ) 위에 있다. 이 직선들과 평면  $z=mx$ 의 교점을 구하면  $B'(\frac{4}{m^2+1}, 0, \frac{4m}{m^2+1})$ ,  $D'(\frac{2m+2}{m^2+1}, 1, \frac{2m^2+2m}{m^2+1})$ 이다.

**[문제 2-1]**

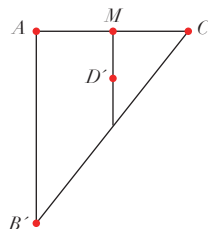
$m=1$ 일 때,  $B'=(2, 0, 2)$ ,  $D'=(2, 1, 2)$ 이므로 평면  $z=x$  위에 점  $A, B', C, D'$ 을 그려보면 다음과 같다.



따라서 사면체  $ABCD$ 의 정사영은 사각형  $ACD'B'$ 이다.  $\overline{AB'} = 2\sqrt{2}$ ,  $\overline{AC} = 2$ ,  $\overline{B'D'} = 1$ 이므로 이 사각형의 넓이는  $3\sqrt{2}$ 이다.

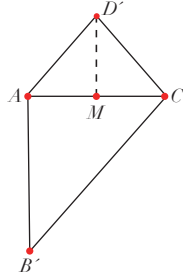
**[문제 2-2]**

(i)  $-1 \leq m < 0$ 이면  $B'$ 과  $D'$  모두  $x$  좌표가 0 이상,  $z$  좌표가 0 이하이다. 선분  $AC$ 의 중점을  $M$ 이라 할 때,  $\overline{AB'} = \frac{4}{\sqrt{m^2+1}}$ ,  $\overline{MD'} = \frac{2(m+1)}{\sqrt{m^2+1}}$  이므로  $\overline{MD'} \leq \frac{1}{2} \overline{AB'}$ 이다.



따라서 점  $D'$ 이 삼각형  $ABC$ 의 내부 또는 경계에 있다. 이로부터 사면체  $ABCD$ 의 평면  $z=mx$ 로의 정사영은 삼각형  $AB'C$ 임을 알 수 있다. 삼각형  $ABC$ 의 넓이는  $\frac{4}{\sqrt{m^2+1}}$ 이다. 함수  $f(m) = \frac{4}{\sqrt{m^2+1}}$ 이  $-1 \leq m \leq 0$ 에서 증가함수이므로 이 경우 정사영 넓이의 최댓값은 4이다.

(ii)  $m < -1$ 이면  $B'$ 의  $x$ -좌표가 0보다 크고,  $z$ -좌표가 0보다 작으며  $D'$ 의  $x$ -좌표는 0보다 작고,  $z$ -좌표는 0보다 크다. 따라서 사면체  $ABCD$ 의 평면  $z=mx$ 로의 정사영은 아래 그림의 사각형  $AB'CD'$ 이다.



그 넓이는  $\frac{4}{\sqrt{m^2+1}} + \frac{2(m+1)}{\sqrt{m^2+1}}$ 이다.

함수  $f(m) = \frac{4}{\sqrt{m^2+1}} + \frac{2(m+1)}{\sqrt{m^2+1}}$ 의 도함수  $f'(m) = \frac{2-6m}{(1+m^2)\sqrt{1+m^2}}$ 가  $m < -1$ 에서 항상 0보다 크므로  $f$ 는 증가함수이다.

그러므로  $f(m) < f(-1) = 2\sqrt{2}$ 이다.

(i), (ii)로부터  $f(m)$ 의 최댓값은 4이다.

**[문제 1-1]**

좌표평면에서 점  $(a, b)$ 에 대하여  $Max\{|x-a|, |y-b|\} = r (r>0)$ 을 만족하는 점  $(x, y)$ 들의 좌표가 풀이의 그림과 같은 정사각형을 알아내면 부분점수를 받을 수 있다.

**[문제 1-2]**

$Max\{|x|, |y-2|\} = Max\{|x-4|, |y|\}$ 을 만족하는 점  $(x, y)$ 가 그리는 영역을 풀이의 그림과 같이 나타내거나, 이 영역을 식으로 표시할 수 있어야 점수를 받을 수 있고, 이를 이용하여 최소값을 정확하게 구하면, 만점에 가까운 점수를 받을 수 있다.

**[문제 2-1]**

제시된 풀이와 같이 평행이동을 이용하지 않고 계산을 하여도 풀이는 가능하다. 다만, 제시된 풀이에서와 같이 평행이동을 이용하면 계산이 간단해 진다. 정사영이 사각형이 됨을 보이면 부분 점수를 받을 수 있다. 사면체의 꼭지점의 정사영을 올바르게 계산해도 부분 점수를 받을 수 있다.

**[문제 2-2]**

$m$ 의 값에 따라서 정사영이 삼각형이 되거나 사각형이 됨을 밝히면 부분 점수를 받을 수 있다. 제시된 풀이와는 다른, 다양한 풀이가 가능하지만 올바른 추론을 통하여  $m=0$ 일 때의 정사영의 넓이가 최댓값임을 보이면 좋은 점수를 기대할 수 있다.

참고자료	도서명	저자	발행처	쪽수
고등학교 교과서	고등학교 수학 I	황선욱 외	좋은책 신사고	173
	고등학교 기하와 벡터	황선욱 외	좋은책 신사고	117
고등학교 교과서	고등학교 수학 I		천재교육	219

01 출제 의도

1. 고등학교 생명과학1 과정에서 염색체의 의미와 성염색체에 의한 유전에 대해 정확하게 이해하고 있으며 이를 바탕으로 나타날 수 있는 자손들의 유전형질을 예측할 수 있는지 평가한다.
2. 고등학교 생명과학1 과정의 호르몬과 자가 면역 질환을 정확하게 학습하여 피드백에 의한 항상성 작동원리를 이해하여 이를 분석함으로써 관련된 질환에서 나타날 수 있는 현상을 추론하고 그 원리를 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가한다.

02 문제 해설

문제 1

암컷의 X염색체는 암컷과 수컷 자손 모두에게 전달되지만, 수컷의 X염색체는 암컷 자손에게만 전달된다. 열성유전자  $t$ 만 가지면 죽게 됨으로, 초파리  $Tt$  (또는  $X^T X^t$ )의 유전자형을 가진 암컷 초파리와 교배가 가능한 수컷 초파리의 성염색체의 유전자형은  $T\bigcirc$  (또는  $X^T Y$ )일 것이다. 따라서, 이들 초파리에 나올 수 있는 암컷 새끼의 유전자형은  $TT$ 와  $Tt$  (또는  $X^T X^T$ 와  $X^T X^t$ )이고, 수컷 새끼의 유전자형은  $T\bigcirc$ 와  $t\bigcirc$  (또는  $X^T Y$ 와  $X^t Y$ )인데  $t\bigcirc$ (은 죽게 됨에 따라 수컷 자손의 반이 죽게 됨으로써, 전체 새끼의 성비는 암컷:수컷 = 2:1이 될 것이다.

문제 2

갑상선 호르몬의 혈중 분비량을 피드백에 의하여 조절됨으로써 항상성을 유지한다. 그레이브스병을 앓는 환자의 경우 자가 면역 질환에 의한 생성된 항체에 의하여 갑상선 호르몬이 과다하게 혈중에 있음으로써, 과량의 갑상샘 호르몬은 피드백 작용에 의하여 시상하부에서 TRH와 뇌하수체 전엽에서 TSH의 분비를 억제한다. 따라서 이 환자의 혈중 TSH의 양은 매우 낮을 것으로 예측된다. 또한, 그레이브스병 치료를 위해 수술적으로 갑상샘을 제거할 경우는 반대로 갑상샘 호르몬의 생산이 전혀 안되어 갑상샘 기능 저하증이 나타날 수 있으므로, 따라서 갑상샘 호르몬 (약제)를 복용해서 문제점을 해결해야 할 것이다.

[문제 1]

X염색체에 우성유전자를 가지는 수컷만 교배 가능하고 그 유전자형을 명확히 하였는지 설명하고 이를 통해 나올 수 있는 새끼들을 유전자형과 열성유전자만 있는 수컷 새끼가 살 수 없다는 점에 따른 새끼들의 성비를 바르게 추론하는지를 각각 한 가지씩의 사항으로 채점함.

[문제 2]

호르몬의 항상성 조절을 위한 피드백 작용을 설명하여 갑상샘 호르몬이 TSH의 분비를 억제함을 예측하고 설명함을 한 가지 사항으로 채점하고, 수술에 의해 갑상샘이 제거됨에 따라 갑상샘 호르몬이 없어 갑상샘 기능 저하증을 나타남을 추론하고 따라서 호르몬의 항상성 유지를 위해 호르몬 약제를 복용함을 유추해 냄을 한 가지 사항으로 채점함.

03 채점 기준

04 자료 출처

참고자료	도서명	발행처	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	교학사	61, 63
	생명과학 I	비상교육	93
	생명과학 I	상상아카데미	154, 179

01  
출제  
의도

1. 보어의 수소 원자 모형 및 빛과 에너지의 상관관계를 이해하고 있는가?
2. 이온화 에너지와 전자 친화도의 상관관계를 이해하고 있는가?
3. 루이스 산-염기 개념을 이해하고 있는가?
4. 전자쌍 반발 이론을 잘 이해하고 있는가?

02  
문제  
해설

문제 1

$n=3$ 과  $n=2$  궤도의 에너지 차이는

$$E_3 - E_2 = -\frac{k}{3^2} - \left(-\frac{k}{2^2}\right) = \frac{5k}{36}$$

이고 문제에서  $656nm$  파장이 주양자수  $n=3$ 에서  $n=2$ 로의 전자 전이에 의한 것이라고 문제에서 주어져 있으므로

이 빛의 에너지는  $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{656nm}$  이다.

위의 두 에너지 값은 같아야 하므로  $\frac{5k}{36} = \frac{hc}{656nm}$

한편, 수소 원자의 이온화 에너지는  $n=1$ 에서  $n=\infty$ 로의 전이이므로

$$E_\infty - E_1 = -\frac{k}{\infty^2} - \left(-\frac{k}{1^2}\right) = k = \frac{hc}{656nm} \times \frac{36}{5}$$

따라서 이 에너지를 갖는 빛의 파장  $\lambda$ 은  $E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{656nm} \times \frac{36}{5}$ 에 의해  $91.1nm$ 이다

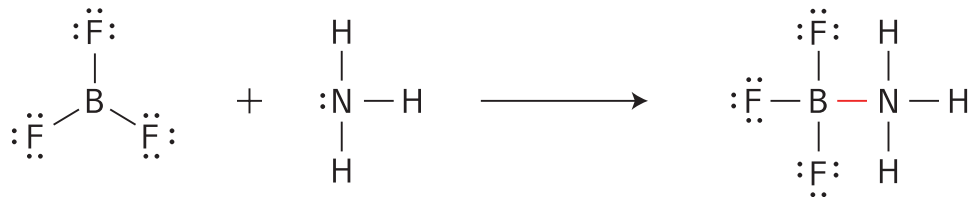
Ne의 이온화 에너지는  $Ne \rightarrow Ne^+ + e^-$  반응을 위해 필요한 에너지이다.

F의 전자 친화도는  $F + e^- \rightarrow F^-$  반응에서 방출되는 에너지이다. 이는 불소 음이온에서 전자 하나를 떼어내는데 필요한 에너지의 양과 같다. 즉,  $F^- \rightarrow F + e^-$  반응을 위해 필요한 에너지이다.

Ne 원자와 F<sup>-</sup>이온의 전자 수는 모두 10개로 동일하지만 원자번호가 큰 Ne 원자의 유효핵전하가 더 크므로 Ne 원자에서 전자 하나를 떼어 내는데 더 많은 에너지가 필요하다. 따라서 Ne의 이온화 에너지가 F의 전자 친화도 보다 절대값이 더 클 것이다.

문제 2

반응식의 반응물과 생성물의 루이스 구조식은 다음과 같다.



BF<sub>3</sub>는 중심원자에 비공유 전자쌍을 갖지 않지만 NH<sub>3</sub>는 한 개의 비공유 전자쌍을 갖는다. 반응에서 비공유 전자쌍을 제공하는 NH<sub>3</sub>가 루이스 염기, 비공유 전자쌍을 받는 BF<sub>3</sub>를 루이스 산이라 볼 수 있으므로 이 반응은 산-염기 반응으로 볼 수 있다.

BF<sub>3</sub>는 중심원자에 3개의 공유 전자쌍만을 가지고 있으므로 평면 삼각형 구조를 이룬다. 하지만 반응 후에는 4개의 공유 전자쌍을 갖게 되므로 F-B-F 결합각이 120도에서 사면체 구조의 109.5도에 가까워진다. NH<sub>3</sub>는 비공유 전자쌍에 의한 더 큰 반발로 인해 H-N-H 결합각이 107도 정도이지만 반응 후 모두 공유 전자쌍만을 갖게 되므로 전자쌍 간의 반발이 거의 비슷해져서 109.5도에 가까워진다.

03  
채점  
기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	수소 원자의 이온화 에너지를 수식으로 잘 표현했으면 1점. 문제의 조건을 이용하여 수소의 이온화 에너지에 해당하는 빛의 파장을 계산해 내면 1점. Ne의 이온화 에너지가 F의 전자 친화도 보다 절대값이 더 큰 이유를 설명하면 1점.	A+ : 6점 A : 5점 B+ : 4점 B : 3점 C+ : 2점 C : 1점 F : 0점
문제 2	루이스 산-염기 개념이 적용됨을 보이면 1점. F-B-F 결합각의 변화 이유를 정확히 기술하면 1점. H-N-H 결합각의 변화 이유를 정확히 기술하면 1점.	

04  
자료  
출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	(가) 고등학교 화학 I	류해일 외	비상교육	2011	110-112
	(나) 고등학교 화학 I	박종석 외	교학사	2011	224-226
	(다) 고등학교 화학 I	노태희 외	천재교육	2011	151-154
	(라) 고등학교 화학 I	김희준 외	상상아카데미	2011	77-80

## 물리

### 01 출제 의도

1. 원운동에서 구심력을 이해하고, 중력과 동일할 경우 원운동 속도를 구할 수 있다.
2. 특수 상대성 이론의 움직이는 물체의 시간 팽창 현상을 이해하고 있다.
3. 일반 상대성 이론의 등가 원리를 이해하고 있다.
4. 2-3을 바탕으로 일반 상대성 이론의 중력에 의한 시간 팽창 현상을 이해한다.

### 02 문제 해설

#### 문제 1

제시문에 주어진 원운동의 구심력 식과 문제에서 주어진 중력가속도 값을 이용하여 원운동하는 속력을 구할 수 있는 지 묻는 문제이다.

B가 느끼는 수직항력은 문제에 제시된 바와 같이 원운동의 구심력이므로,

$$F_{\text{구심력}} = m \frac{v^2}{r} = mg \text{이다. 따라서 } v = \sqrt{rg} = \sqrt{1000m \times 10m/s^2} = 100m/s \text{이다.}$$

#### 문제 2

특수 상대성 이론의 시간지연 현상과 일반 상대성 이론의 등가원리에 대한 이해를 바탕으로, 중력에 의한 시간 지연 현상을 이해하고 있는지 묻는 문제이다.

- (1) B는 가속 운동하는 좌표계(원운동하는 원통 우주선의 옆면)에 멈춰 있다. 이 경우 관성력을 받게 되는데 문제 1의 가정에 따라서 이 힘의 크기가 지구표면에서의 중력과 동일하다. 등가원리에 따르면 관성력과 중력을 구분할 수 없으므로, B는 자신이 우주선에 있는지, 지구에 있는지 구분할 수 없다.
- (2) A가 볼 때, B는 의 속력으로 움직이고 있고 C는 정지해 있으므로, 특수 상대성이론의 시간 팽창 현상으로 인해서 B의 시계가 더 느리게 흐른다.
- (3) (2)의 결과로, B의 시계는 C의 시계보다 느리게 흐른다. C의 관점에서 B, C 모두 정지해 있는데, B의 시계가 느리게 가는 이유는 B가 관성력을 받기 때문이다. 동일한 이유로 C가 볼 때 A는 정지해 있지만, 중력으로 인해서 A의 시계는 느리게 흐른다. 문제 1에서 B가 받는 관성력과 A가 받는 중력이 동일하다고 가정하였는데, 등가원리에 따르면 두 힘은 구분되지 않는다. 따라서 A의 시계와 B의 시계는 동일하게 흐른다.

이를 종합하면, 세 시계는 다음의 관계를 가진다.

$$\text{A의 시계} = \text{B의 시계} < \text{C의 시계}$$

03  
채점 기준

하위 문항	채점 기준	배점
문제 1	1. $m \frac{v^2}{r} = mg$ 식을 세웠다.	1점
	2. $v=100m/s$ 식을 세웠다.	1점
	3. 단위를 정확하게 $m/s$ 로 표현하였다.	1점
문제 2	4. 특수 상대성 이론의 시간지연 현상을 이해하고 있다.	1점
	5. 일반 상대성 이론의 등가원리를 이해하고 있다.	1점
	6. A의 시계 = B의 시계	1점
	7. B의 시계 < C의 시계	1점

위와 같이 채점하여 A+ : 7점 A : 6점 B+ : 5점 B : 4점 C : 3점 D : 2점 E : 1점 F : 0점

04  
자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행년도	쪽수
고등학교 교과서	물리 I	김영민 외 7인	(주)교학사	2017	39, 64, 69-77
	물리 I	곽성일 외 7인	천재 교육	2017	51, 53-67
기타	EBS 뉴탐스런 평가문제집 물리 I		EBS	2016	37