KU 건국대학교 KONKUK UNIV

# 2016학년도 건국대 모의논술 자연(필수) 수학

ID : ______________ 성명 : ______________

문제 1-1 $\frac{\pi}{4}$

1-2. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\,dx$

$x = 2\sin\theta$

$dx = 2\cos\theta$

$x=0$ 일 때 $\theta$는 $0$ 이다

$x=1$ 일 때 $\theta$는 $\frac{\pi}{6}$이다.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\sqrt{4-4\sin^2\theta}} \times 2\cos\theta\, d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{2\cos\theta}{2\cos\theta}\, d\theta$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{6}} 1\, d\theta$$
$$= [\theta]_0^{\frac{\pi}{6}} = \frac{\pi}{6}$$

문제 2-1 $\frac{\sqrt{15}}{4}$

문제 2-2

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이고,

이등변 삼각형 성질에 의해 $\angle ABC = \angle ACB = \left(\frac{180-36}{2}\right)^\circ = 72^\circ$ 이다

$\triangle ABD$에서도 $\overline{AD} = \overline{DB}$ 이므로 $\angle DAB = \angle ABD = 36^\circ$ 이다.

$\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 36^\circ$ 이다.

$\angle ABD = \angle DBC$ 이므로 각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DC}$ 가 된다. 이때 $\overline{DC}$의 길이를 $x$라 두면,

$1+x : 1 = 1 : x$ 가 성립한다. 비례식의 성질에 의해 $x^2+x=1$ 이므로

근의 공식으로 $x$ 값을 구하면 $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ $(x>0)$ 이다.

점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 점 G라 하자.

$$\cos 72^\circ = \frac{\overline{BG}}{\overline{AB}} = \frac{\frac{1}{2}}{1+\frac{-1+\sqrt{5}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} = \frac{1}{1+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

$\therefore \cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ 이다.

문제 2-3

오각형 ABCDE는 정오각형이므로 $\angle AOB = 72^\circ$ 이다.

점 O에서 선분 AC까지의 거리를 $d_2$라 하였으므로

$d_2 = 1 \times \cos 72^\circ$ 가 된다. $\cos 72^\circ$의 값은 문 2-2 에서 구하였다

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로 $d_1$을 나타내는 선분은 $\overline{AB}$에 수직이다.

따라서 $d_1$을 나타내는 선분은 $\angle AOB$를 이등분 한다.

그러므로 $d_1 = 1 \times \cos 36^\circ$

$\cos 36^\circ$의 값은 (나)의 왼쪽 삼각형에서 구하면

$$\cos 36^\circ = \frac{\frac{1+\frac{\sqrt{5}-1}{2}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{5}+1}{4} \text{ 이다.}$$

$$\therefore d_1 - d_2 = \cos 36^\circ - \cos 72^\circ = \frac{\sqrt{5}+1}{4} - \frac{\sqrt{5}-1}{4} = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$