2019학년도 경북대학교 대학입학 수시모집

논술(AAT) 자연계열 I 문제지

시 험 시 간	15:30 ~ 17:10 (100분)		
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인	
수 험 번 호		㊞	
성 명			

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열 I 문제지와 자연계열 I 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 제외하고 4쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 수학 2매(4쪽)로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (1) 서로 다른 n개에서 $r\ (0<r\le n)$개를 택하는 순열의 수는

$${}_{n}\mathrm{P}_{r}=n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

이다.

(2) 서로 다른 n개에서 $r\ (0\le r\le n)$개를 택하는 조합의 수는

$${}_{n}\mathrm{C}_{r}=\frac{{}_{n}\mathrm{P}_{r}}{r!}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$

이다. (단, ${}_{n}\mathrm{C}_{0}=1$이다.)

(3) 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복조합의 수는

$${}_{n}\mathrm{H}_{r}={}_{n+r-1}\mathrm{C}_{r}$$

이다.

(나) 한 번의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p로 일정할 때, n번의 독립시행에서 사건 A가 일어나는 횟수를 X라 하자.

(1) 확률변수 X가 갖는 값은 $0, 1, 2, \cdots, n$이고, X의 확률질량함수는

$$\mathrm{P}(X=x)={}_{n}\mathrm{C}_{x}\,p^{x}(1-p)^{n-x}\quad(x=0,1,2,\cdots,n)$$

이며, 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따른다고 한다.

(2) 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따를 때

$$\mathrm{E}(X)=np,\ \mathrm{V}(X)=npq,\ \sigma(X)=\sqrt{npq}\quad(\text{단, } q=1-p)$$

이다.

(다) 평균이 0이고 분산이 1인 정규분포 $\mathrm{N}(0,1)$을 표준정규분포라고 한다. 확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,1)$을 따른다고 할 때, 양수 z에 대하여 확률 $\mathrm{P}(0\le Z\le z)$는 다음과 같은 표준정규분포표를 이용하여 구할 수 있다.

z	$\mathrm{P}(0\le Z\le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

【1-1】 학생 A가 수영 강습을 받기 위해, 다음 조건

$$m_2-m_1\ge 3,\ m_3-m_2\ge 3$$

을 만족시키도록 2019년도의 열두 달 중 세 달 m_1월, m_2월, m_3월을 선택할 수 있는 모든 순서쌍 (m_1, m_2, m_3)의 개수를 구하시오. (30점)

【1-2】 여덟 개의 면 중 k개의 면에는 빨간색이 각각 칠해져 있고, 나머지 면에는 파란색이 각각 칠해져 있는 정팔면체 모양의 물체가 있다. 이 물체를 n번 던져서 지면에 닿은 면이 빨간색이 되는 횟수를 X라 하자. 확률변수 X가 다음의 조건을 만족시킬 때, k와 n의 값을 구하시오. (단, 각각의 면에는 한 가지 색만 칠해져 있다.) (30점)

(a) $\mathrm{E}(X)=4\mathrm{V}(X)$
(b) $\mathrm{P}(X=1)=30\,\mathrm{P}(X=0)$

【1-3】 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \dfrac{4}{(2m+1)^2}\right)$를 따른다고 한다. $\mathrm{P}(X\le 4)=0.9772$일 때, 양수 m의 값을 구하시오. (30점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 미분가능한 함수 $h(x)$에 대하여 $t=h(x)$로 놓으면

$$\int g(h(x))h'(x)dx = \int g(t)dt$$

이다.

(나) 함수 $g(x)$가 닫힌 구간 $[-a, a]$에서 연속일 때, 이 구간의 모든 x에 대하여 $g(-x)=-g(x)$이면

$$\int_{-a}^{a} g(x)dx = 0$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

사차함수 $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$가 다음 조건을 만족한다. (단, a, b, c, d는 상수이다.)

> 모든 실수 x에 대하여
> $$3f'(x)=(x+3)f''(x)$$
> 이다.

【2-1】 $\frac{a}{b}$의 값을 구하시오. (30점)

【2-2】 함수 $f(x)$에 대하여 $\frac{f(3)-f(0)}{3}=f'(\alpha)$를 만족시키는 실수 α의 값을 구하시오. (20점)

【2-3】 함수 $f(x)$가

$$\int_{-4}^{-2}\left(\sin\left(\frac{x+3}{2}\right)-\cos\left(\frac{x+3}{2}\right)\right)^2 f(x)\,dx = 0$$

을 만족시킬 때, $f(-3)$의 값을 구하시오. (30점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 두 초점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$으로부터 거리의 합이 $2a$인 타원의 방정식은

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ (단, } a>c>0,\ b^2=a^2-c^2)$$

이다.

(나) 타원 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 타원의 방정식은

$$\frac{(x-m)^2}{a^2}+\frac{(y-n)^2}{b^2}=1$$

이다.

(다) 타원

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

위의 점 (x_0, y_0)에서의 접선의 방정식은

$$\frac{x_0 x}{a^2}+\frac{y_0 y}{b^2}=1$$

이다.

(라) 삼각함수의 덧셈정리

$$\tan(\alpha+\beta)=\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$$

$$\tan(\alpha-\beta)=\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$$

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

【3-1】 타원

$$\frac{x^2}{4}+y^2-px-qy+1=0$$

이 x축에 접하고 단축의 길이가 6일 때, 두 초점의 좌표를 구하시오. (단, $p\ge 0, q\ge 0$이고 $p^2+\frac{q^2}{4}>1$이다.) (30점)

【3-2】 타원

$$\frac{x^2}{4R^2}+\frac{y^2}{R^2}=1$$

과 직선 $l_1 : y=mx$의 교점 중 제1사분면 위의 점을 P라 하고, 점 P에서 타원에 접하는 직선을 l_2라 하자. (단, $R>0$, $m>0$이다.)

(1) 직선 l_2의 기울기를 $f(m)$이라 할 때, $mf(m)$을 구하시오. (20점)

(2) 직선 l_1과 직선 l_2가 이루는 예각의 크기를 $\theta(m)$이라 할 때, $\theta(m)$이 최소가 되도록 하는 m의 값을 구하시오. (30점)

수학(문제 4)

[4] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 미분가능한 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$에 대하여 $y=f(g(x))$의 도함수는

$$y'=f'(g(x))g'(x)$$

이다.

(나) 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 미분가능한 함수 $x=g(t)$의 도함수 $g'(t)$가 닫힌 구간 $[\alpha,\beta]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)\,dx=\int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)\,dt$$

이다. (단, $a=g(\alpha)$, $b=g(\beta)$이다.)

(다) 두 함수 $f(x), g(x)$가 미분가능하고 $f'(x), g'(x)$가 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx=\left[f(x)g(x)\right]_a^b-\int_a^b f'(x)g(x)\,dx$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

이차함수 $f(x)=4ax^2-8ax$는

$$\int_e^3 \frac{2}{f(x)}\,dx=1-\ln(3e-6)$$

을 만족한다. (단, $a>0$이고 e는 자연로그의 밑이다.)

【4-1】 a의 값을 구하시오. (15점)

【4-2】 이차함수 $g(x)=\dfrac{x^2}{4}-x+10$과 구간 $(0,\infty)$에서 정의된 함수

$$h(x)=x^5e^{-g(x)}\frac{d}{dx}\left(\frac{e^{g(x)}}{x^4}\right)$$

에 대하여 다음 물음에 답하시오.

(1) $h(1)$의 값을 구하시오. (15점)

(2) $\displaystyle\int_1^2\left(\frac{d}{dx}e^{f(x)}\right)h(x)\,dx=\frac{p}{e}+q$일 때, $p+2q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) (30점)

【4-3】 음이 아닌 두 실수 c, d에 대하여 구간 $I=\left[\dfrac{19}{10},\infty\right)$에서 정의된 함수 $k(x)$는

$$k(x)=\ln(f(x)+c)+e^{-f(x)}-d$$

이다. 함수 $k(x)$가 다음의 조건을 동시에 만족시킬 때, c와 d의 순서쌍 (c,d)가 나타내는 영역의 넓이를 구하시오. (40점)

(a) 모든 $x\ge 2$에 대하여 $k(x)\ge 0$
(b) 모든 $x_1, x_2\in I$에 대하여 $(x_1-x_2)(k(x_1)-k(x_2))\ge 0$