2018학년도 경북대학교 논술(AAT) 모의고사

자연계열 I 문제지

(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

시 험 시 간	100분	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		㊞
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열I 문제지와 자연계열I 답안지가 맞는지 반드시 확인(의예과, 치의예과, 수의예과 제외)

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 제외하고 4쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 수학 2매(4쪽)로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 "0"점 처리함
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문 제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가)

표본공간 S의 임의의 사건 A에 대하여, 사건 A가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A)$를 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}$로 정의하면, $\varnothing \subset A \subset S$이므로 다음이 성립한다 (단, $n(A)$는 사건 A의 원소의 개수이다).

(1) 임의의 사건 A에 대하여, $0 \le \mathrm{P}(A) \le 1$이고 사건 A에 대한 여사건 A^c의 확률은 $\mathrm{P}(A^c)=1-\mathrm{P}(A)$이다.

(2) 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

이고 두 사건 A, B가 서로 독립이면

$$\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\times \mathrm{P}(B)$$

이다.

(나)

이산확률변수 X가 x_i의 값을 가질 확률을 $\mathrm{P}(X=x_i)=p_i$ $(i=1,2,\cdots,n)$라고 할 때, $x_1, x_2, \cdots, x_n$과 확률 $p_1, p_2, \cdots, p_n$ 사이의 대응 관계를 확률변수 X의 확률분포라고 한다. 이때 이산확률변수 X의 기댓값 $\mathrm{E}(X)$과 분산 $\mathrm{V}(X)$은 각각 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathrm{E}(X)=\sum_{i=1}^{n} x_i P(X=x_i)=\sum_{x=1}^{n} x_i p_i$$

$$\mathrm{V}(X)=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2 p_i \ (\text{단, } m=\mathrm{E}(X))$$

(다)

1부터 n까지의 자연수를 차례대로 곱한 것을 n의 계승이라고 하며, 기호로 $n!$과 같이 나타낸다. 즉,

$$n! = n\times(n-1)\times(n-2)\times\cdots\times 2\times 1$$

이다.

서로 다른 n개에서 r개를 택하는 조합의 수는

$${}_{n}\mathrm{C}_{r}=\frac{n!}{r!(n-r)!} \ (\text{단, } 0\le r\le n)$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

【1-1】

(가)를 이용하여 다음의 물음에 답하시오.

(1) 2개의 주머니에는 각각 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라색을 가지는 7개의 공이 들어있다고 하자. 각 주머니에서 임의로 2개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 4개의 공 중에서 같은 색깔의 공이 있을 확률을 구하시오. (15점)

(2) 두 사건 A, B가 서로 독립이고, $\mathrm{P}(A^c\cup B^c)=\dfrac{2}{3}$, $\mathrm{P}(A\cap B^c)=\dfrac{1}{6}$일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값을 구하시오. (15점)

【1-2】

완치율이 p인 새로운 수술법을 적용하여 3명의 환자를 수술하였을 때, 완치되는 환자의 수를 확률변수 X라고 하자. 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	d	1

(1) $(b+c)-(a+d)\ge \dfrac{1}{8}$를 만족하는 p의 범위를 구하시오. (15점)

(2) (나)를 이용하여 분산 $\mathrm{V}(X)$가 최대일 때의 p를 구하고 그 때의 $\mathrm{E}(X)$와 $\mathrm{V}(X)$의 값을 구하시오. (15점)

【1-3】

다음 두 조건을 만족시키는 자연수 m을 원소로 갖는 집합을 A라 하자.

[조건 1] $2\le m\le 10$
[조건 2] $(m-1)!$이 m으로 나누어떨어지지 않는다.

다음의 물음에 답하시오.

(1) 집합 A를 원소나열법으로 나타내시오. (20점)

(2) 2이상의 자연수 n에 대해 ${}_{n}\mathrm{C}_{k}\,(1\le k\le n-1)$가 n의 배수가 되는 자연수 k의 개수를 x_n이라 하자. 집합 $B=\{x_n \mid n\in A\}$라 할 때, B의 모든 원소의 합을 구하시오. (20점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가)

(1) 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n = a + (n-1)d$$

이다.

(2) 첫째항이 a, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n은

$$S_n = \frac{n(a+a_n)}{2} = \frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

이다.

(나)

지수함수 $f(x) = a^x$ $(a > 0,\ a \neq 1)$의 도함수 $f'(x)$는

$$f'(x) = (a^x)' = a^x \ln a$$

이다.

(다)

함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이고 구간 (a,b)에서 미분가능할 때, 다음이 성립한다.

(1) (a,b)에서 $f'(x) > 0$이면 함수 $f(x)$는 구간 $[a,b]$에서 증가한다.

(2) (a,b)에서 $f'(x) < 0$이면 함수 $f(x)$는 구간 $[a,b]$에서 감소한다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

【2-1】

첫째항이 35인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 어떤 자연수 k에 대하여

$$a_k = 8, \quad S_k = 215$$

일 때, (가)를 이용하여 다음 물음에 답하시오.

(1) k의 값을 구하시오. (15점)

(2) a_5의 값을 구하시오. (15점)

(3) $a_n + S_n$의 최댓값을 구하시오. (20점)

【2-2】

실수 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$를

$$f(x) = 4^x + 8, \quad g(x) = k \cdot 2^x$$

라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프는 $\alpha = \log_2 3$일 때, 점 $\mathrm{P}(\alpha, f(\alpha))$에서 만난다. k의 값을 구하시오. (20점)

(2) 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 k의 값의 범위는 $k > k_0$이다. (나)와 (다)를 이용하여 k_0의 값을 구하시오. (30점)

수학(문제 3)

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가)

좌표공간에서 x축, y축, z축의 양의 방향에 있으면서 크기가 1인 위치벡터를 각각 $\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$, $\overrightarrow{e_3}$이라고 하자. 이때 $\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$, $\overrightarrow{e_3}$을 성분으로 나타내면

$$\overrightarrow{e_1}=(1,0,0),\quad \overrightarrow{e_2}=(0,1,0),\quad \overrightarrow{e_3}=(0,0,1)$$

이고 $\overrightarrow{e_1}$, $\overrightarrow{e_2}$, $\overrightarrow{e_3}$은 단위벡터이다. 따라서 $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$은

$$\vec{a}=a_1\overrightarrow{e_1}+a_2\overrightarrow{e_2}+a_3\overrightarrow{e_3}$$

과 같이 나타낼 수 있다.

(나)

두 공간벡터 $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$, $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$에 대하여 $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 내적 $\vec{a}\cdot\vec{b}$는

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$$

이다.

(다)

두 점 $\mathrm{A}(x_1,y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,y_2)$ 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

이다.

(라)

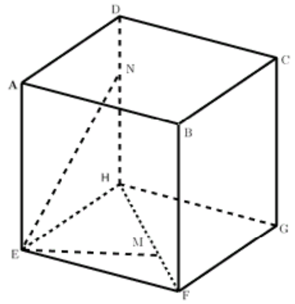
점 (x_1,y_1)과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리는

$$\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

이다.

【3-1】

아래 그림과 같이 한변의 길이가 2인 정육면체 ABCD−EFGH에서



선분 $\overline{\mathrm{HF}}$을 $2:1$로 내분하는 점을 M, 선분 $\overline{\mathrm{HD}}$를 2:1로 내분점을 N이라 하자. 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$가 각각 $\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{EF}}$, $\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{EM}}$, $\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{EN}}$ 일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{EH}}$를 $\overrightarrow{\mathrm{EH}}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}$ 로 표현할 때, 실수 α,β에 대하여 $\alpha+\beta$의 값을 구하시오. (20점)

(2) 벡터 $\overrightarrow{\mathrm{EA}}$을 $\overrightarrow{\mathrm{EA}}=\alpha\vec{a}+\beta\vec{b}+\gamma\vec{c}$로 표현할 때, 실수 α,β,γ에 대하여 $\alpha+\beta+\gamma$의 값을 구하시오. (30점)

【3-2】

(1) 포물선 $y^2=2x$ 위를 움직이는 점 P와 직선 $y=4x+4$ 사이의 거리의 최솟값을 구하시오. (20점)

(2) 포물선 $y^2=2x$ 위를 움직이는 점 P와 점 $\mathrm{Q}(-\frac{1}{2},2)$ 사이의 거리 $\overline{\mathrm{PQ}}$의 최솟값을 구하시오. (30점)

수학(문제 4)

[4] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가)

함수 $y=f(x)$의 $x=a$에서 순간 변화율

$$f'(a)=\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

이 존재할 때, 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다고 한다.

(나)

함수 $f(x)$가 세 실수 a,b,c를 포함하는 닫힌 구간에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)dx=\int_a^c f(x)dx+\int_c^b f(x)dx$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이과정을 반드시 기술하시오.

【4-1】

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $y=f(x)$가 다음과 같다. (단, a,b는 양의 정수이다.)

$$f(x)=\begin{cases} -\dfrac{a}{2}x^3+\dfrac{3}{2}x^2 & (0\le x\le 2) \\ \dfrac{1}{2}(x-b)^3+\dfrac{3}{2}(x-b)^2 & (2<x\le b) \\ 0 & (x<0 \text{ 또는 } x>b) \end{cases}$$

(1) a^2+b^2의 값을 (가)를 이용하여 구하시오. (30점)

(2) 닫힌 구간 $[0,\ b]$의 부분집합

$$A=\{x\,|\,f(x)=-f'(x)\}$$

을 원소나열법으로 나타내면 $A=\{0,\ c,\ b\}$이다. 상수 c의 값을 구하시오. (30점)

(3) 정적분의 값이

$$\int_1^3\left|\frac{f'(x)}{f(x)}+1\right|dx=-2+2\sqrt{3}+2\ln(p+q\sqrt{3})$$

일 때, 정수 p,q의 값에 대하여 $p+q$의 값을 (나)를 이용하여 구하시오. (40점)