2018학년도 경북대학교 대학입학 수시모집

논술(AAT) 자연계열Ⅰ 문제지

시 험 시 간	15:30 ~ 17:10 (100분)	
지원학과(부)	학과(부, 전공)	감독위원 확인
수 험 번 호		㊞
성 명		

감독관의 지시가 있기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

< 수험생 유의 사항 >

※ 자연계열Ⅰ 문제지와 자연계열Ⅰ 답안지가 맞는지 반드시 확인하여야 함

1. 문제지 및 답안지에 지원학과(부, 전공), 수험번호, 성명을 정확하게 기입할 것[반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것]
2. 문제지는 표지를 제외하고 4쪽으로 구성되어 있으며, 답안지는 2매(4쪽)로 구성되어 있음
3. 답안지에 주어진 물음 번호에 맞추어 답안을 작성하되, 반드시 주어진 테두리 안에 답안을 작성할 것(테두리를 벗어난 부분은 채점 대상에서 제외함)
4. 답안의 작성은 반드시 검정색 필기구(볼펜, 연필 등) 중 1가지를 계속 사용할 것
5. 답안을 수정할 경우 지우개를 사용하거나 두 줄을 긋고 다시 작성하여야 함
6. 답안지에 자신의 신원을 드러내거나 문제와 관계없는 내용을 기록할 경우에는 “0”점 처리함
7. 연습지가 필요한 경우 문제지의 빈 공간을 사용할 수 있음

수학(문제 1)

[1] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 미분가능한 함수 $x = g(t)$의 도함수 $g'(t)$가 닫힌 구간 $[\alpha, \beta]$에서 연속이고 $a = g(\alpha)$, $b = g(\beta)$이면

$$\int_a^b f(x)dx = \int_\alpha^\beta f(g(t))g'(t)dt$$

이다.

(나) 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$에 대하여 $f'(x), g'(x)$가닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\int_a^b f(x)g'(x)dx = \Big[\ f(x)g(x)\ \Big]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

연속확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(x) = \begin{cases} a\left|x - \dfrac{\pi}{2}\right| & (-\pi \le x \le \pi) \\ 0 & (x < -\pi,\ x > \pi) \end{cases}$$

일 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a는 상수이다.)

【1-1】 상수 a의 값을 구하시오. (30점)

【1-2】 확률 $\mathrm{P}\left(\left|X - \dfrac{\pi}{2}\right| \le \pi\right)$를 구하시오. (20점)

【1-3】 자연수 n에 대하여

$$b_n = \int_{-n\pi}^{n\pi} f\left(\frac{x}{n}\right)\cos x\,dx$$

일 때, $\dfrac{b_2}{b_5}$의 값을 구하시오. (50점)

수학(문제 2)

[2] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$를 이은 선분 AB를 $m:n$ $(m>0,\ n>0)$으로 내분하는 점 P와 외분하는 점 Q의 좌표는 각각

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \frac{my_2+ny_1}{m+n},\ \frac{mz_2+nz_1}{m+n}\right),$$

$$\mathrm{Q}\left(\frac{mx_2-nx_1}{m-n},\ \frac{my_2-ny_1}{m-n},\ \frac{mz_2-nz_1}{m-n}\right)\quad (\text{단, } m\neq n)$$

이다.

(나) 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}=(a_1, a_2, a_3)$, $\vec{b}=(b_1, b_2, b_3)$이 이루는 각의 크기가 $\theta\,(0\le\theta\le\pi)$일 때, $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 내적 $\vec{a}\cdot\vec{b}$는

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b} &= |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta\\ &= a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3\end{aligned}$$

이다.

(다) 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$, $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$를 지나는 직선의 방정식은

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}=\frac{z-z_1}{z_2-z_1}\quad (\text{단, } x_1\neq x_2,\ y_1\neq y_2,\ z_1\neq z_2)$$

이고, $x_1\neq x_2$, $y_1\neq y_2$, $z_1=z_2$이면 직선의 방정식은

$$\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1},\ z=z_1$$

이다.

(라) 좌표공간에서 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{n}=(a, b, c)$에 수직이고 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$을 지나는 평면의 방정식은

$$a(x-x_1)+b(y-y_1)+c(z-z_1)=0$$

이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

좌표공간에 네 점 $\mathrm{A}(a,0,0)$, $\mathrm{B}(0,b,0)$, $\mathrm{C}(0,0,1)$, $\mathrm{D}(a,b,1)$이 있다. 점 A에서 선분 CD에 내린 수선의 발을 P라고 할 때, 다음 물음에 답하시오. (단, a, b는 양수이다.)

【2-1】 (1) 점 P의 좌표를 구하시오. (20점)

(2) 평면 ACD와 xy평면이 이루는 예각의 크기를 θ라고 할 때, $\cos\theta$를 a와 b에 관한 식으로 나타내시오. (20점)

(3) $ab=3$일 때, 삼각형 ACD의 넓이의 최솟값을 구하시오. (20점)

【2-2】 선분 AD를 $m:n$으로 내분하는 점을 Q라고 하자. $a=1$이고 $b=3$일 때, 직선 AC와 평면 BPQ가 만나지 않기 위한 m과 n의 값을 구하시오. (단, m과 n은 서로소인 자연수이다.) (40점)

수학(문제 3)

[3] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (1) 서로 다른 n개에서 $r\,(0<r\le n)$개를 택하는 순열의 수는

$${}_{n}\mathrm{P}_{r} = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$$

이다.

(2) 서로 다른 n개에서 $r\,(0\le r\le n)$개를 택하는 조합의 수는

$${}_{n}\mathrm{C}_{r} = \frac{{}_{n}\mathrm{P}_{r}}{r!} = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

이다. 단, ${}_{n}\mathrm{C}_{0}=1$이다.

(3) 서로 다른 n개에서 r개를 택하는 중복순열의 수는

$${}_{n}\Pi_{r} = n^{r}$$

이다.

(나) (1) 어떤 시행에서 원소가 유한개인 표본공간 S에 대하여 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같을 때, 사건 A가 일어날 확률 $\mathrm{P}(A)$는

$$\mathrm{P}(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

로 정의한다. (단, $n(A)$는 사건 A의 원소의 개수이다.)

(2) 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B) = \mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) - \mathrm{P}(A\cap B)$$

가 성립한다. $A\cup B$는 A 또는 B가 일어나는 사건이고, $A\cap B$는 A와 B가 동시에 일어나는 사건이다.

(3) 확률이 0이 아닌 사건 A가 일어났다는 조건 아래에서 사건 B가 일어날 확률을 사건 A가 일어났을 때의 사건 B의 조건부확률이라 하고, 기호 $\mathrm{P}(B|A)$로 나타내며 다음과 같이 정의한다.

$$\mathrm{P}(B|A) = \frac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)} \quad (\text{단, } \mathrm{P}(A)\neq 0)$$

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

【3-1】 1부터 4까지의 자연수가 하나씩 적힌 4개의 공이 들어 있는 상자가 있다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 세 학생 A, B, C가 순서대로 상자에서 공을 한 개씩 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 상자에 넣는 시행을 하려고 한다. 세 학생 A, B, C가 공을 꺼내는 경우의 수와 각 학생이 서로 다른 숫자가 적힌 공을 꺼내는 경우의 수를 각각 구하시오. (20점)

(2) 상자에 들어 있는 4개의 공을 꺼내어 세 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 한 개의 공도 받지 못하는 학생이 있을 수 있고, 세 학생 A, B, C가 각 공을 받을 확률은 모두 같다. 세 학생 A, B, C 모두 적어도 한 개의 공을 받을 확률을 구하시오. (20점)

(3) 【3-1】(2)에서 세 학생 A, B, C 모두 적어도 한 개의 공을 받았다고 할 때, 학생 A가 가진 공에 적힌 수가 모두 짝수일 확률을 구하시오. (20점)

【3-2】 두 사건 A, B가 다음 조건을 만족시킨다.

(a) $\frac{1}{2} < \mathrm{P}(A) < 1,\ 0 < \mathrm{P}(B) < 1$
(b) $\mathrm{P}(A) + \mathrm{P}(B) = \mathrm{P}(A\|B)$

$\mathrm{P}(A) = c$일 때, 다음 물음에 답하시오.

(1) $\mathrm{P}(B) = p$일 때 $\mathrm{P}(A\cup B)$가 최댓값 q를 가진다. $p+\sqrt{q}$의 값을 구하시오. (20점)

(2) $\mathrm{P}(A\cup B)$가 최대일 때, $c\mathrm{P}(B|A)$의 값은 $\alpha c^{2}+\beta c+\gamma$이다. $2\alpha+\beta+\gamma$의 값을 구하시오. (단, α, β, γ는 유리수이다.) (20점)

수학(문제 4)

[4] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는

$$S=\int_a^b |f(x)|\,dx$$

이다.

(나) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt=f(x) \text{ (단, } a<x<b)$$

이다.

(다) 함수 $f(x)$의 이계도함수 $f''(x)$가 존재할 때,

$$f'(a)=0,\ f''(a)>0$$

이면, $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

※ 모든 문항에서 풀이 과정을 반드시 기술하시오.

두 실수 α, β에 대하여 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (a) 방정식 $g(x)=0$은 세 실근 1, 3, k를 갖는다.
>
> (b) $\int_1^3 g(x)dx=\alpha$
>
> (c) $\int_1^3 |g(x)|dx=\beta$

다음 물음에 답하시오.

【4-1】 $|\alpha|\neq\beta$일 때, 제시문 (가)를 활용하여 $1<k<3$임을 보이시오. (20점)

【4-2】 제시문 (가), (나), (다)를 활용하여 β의 최솟값을 구하시오. (40점)

【4-3】 $1<k<3$일 때, $\beta=\dfrac{2}{3}$가 되는 모든 k의 값의 곱은 $p+q\sqrt{2}$이다. 다음 식을 활용하여 $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이다.) (40점)

> $\beta=a+b(k+m)^2+c(k+m)^4$
>
> (단, a, b, c, m은 상수이다.)