

2018학년도 수시모집 논술고사 <자연계 일요일>

1. 2018학년도 수시모집 논술고사 문항 및 제시문

<수학>

I. 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (60점)

[가] 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 완전제곱식을 이용하여 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 수 있으므로 이차함수의 최댓값과 최솟값에 대하여 다음을 알 수 있다.

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는

- ① $a > 0$ 이면 $x = p$ 일 때 최솟값 q 를 가진다.
- ② $a < 0$ 이면 $x = p$ 일 때 최댓값 q 를 가진다.

[나] 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 미분가능할 때 다음 성질이 성립한다.

- ① $\{cf(x)\}' = cf'(x)$ (단, c 는 상수)
- ② $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$
- ③ $\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$
- ④ $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

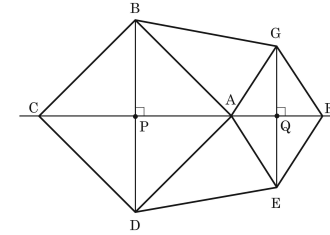
[다] 호도법을 이용하여 부채꼴의 호의 길이와 넓이를 구하여 보자.

반지름의 길이가 r , 중심각의 크기가 θ (라디안)인 부채꼴에서 호의 길이를 l 이라고 하면 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $l : 2\pi r = \theta : 2\pi$, 즉 $l = r\theta$ 이다. 또 부채꼴의 넓이를 S 라고 하면 부채꼴의 넓이도 중심각의 크기에 정비례하므로 $S : \pi r^2 = \theta : 2\pi$, 즉 $S = \frac{1}{2}r^2\theta = \frac{1}{2}rl$ 이다.

[라] 최대·최소 정리에 의하여 함수 $f(x)$ 가 구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 함수 $f(x)$ 는 이 구간에서 반드시 최댓값과 최솟값을 가진다. 특히 함수 $f(x)$ 의 극값과 구간 $[a, b]$ 에서 양 끝 점의 함수값 $f(a)$, $f(b)$ 를 이용하면 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 구할 수 있다. 즉, 극댓값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값이고, 극솟값, $f(a)$, $f(b)$ 중에서 가장 작은 값이 최솟값이다.

[문제 I] 제시문 [가]~[라]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

[문제 I-1] <그림 1>에서 사각형 ABCD는 정사각형이고, 사각형 AEBFG는 마름모이다. 여기서 선분 PQ의 길이는 1, 선분 PA의 길이는 x 이다. (단, $0 < x < 1$)

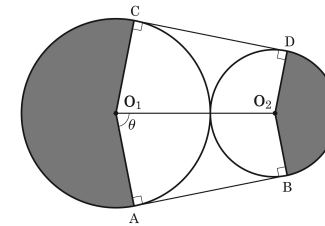


<그림 1>

(1) 선분 QG의 길이가 $1-x$ 일 때, 육각형 BCDEFG의 넓이를 x 의 함수 $S_1(x)$ 로 나타내고, $S_1(x)$ 가 최소가 되는 x 의 값을 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (10점)

(2) 선분 QG의 길이가 $ax+b$ (a, b 는 양의 상수)일 때, 육각형 BCDEFG의 넓이를 x 의 함수 $S_2(x)$ 라 하자. $0 < x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 $S_2(x) = k$ 가 되는 두 상수 a, b 의 값과 그때의 k 의 값을 구하고, 그 과정을 서술하시오. (단, k 는 양의 상수) (10점)

[문제 I-2] <그림 2>에서 두 원 O_1 과 O_2 는 서로 외접하고 중심 사이의 거리가 1이다. 점 A, B, C, D는 두 원의 공통접선과의 접점이다. 각 AO_1O_2 의 크기는 θ 이다. 부채꼴 O_1CA (색칠된 부분)의 호, 선분 AB, 부채꼴 O_2BD (색칠된 부분)의 호, 선분 DC로 둘러싸인 도형의 둘레의 길이를 l , 넓이를 S 라고 하자. (단, $\frac{\pi}{6} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{3}$)



<그림 2>

(1) l 을 θ 의 함수 $l(\theta)$ 로 나타내고, $l(\theta)$ 의 최댓값을 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (24점)

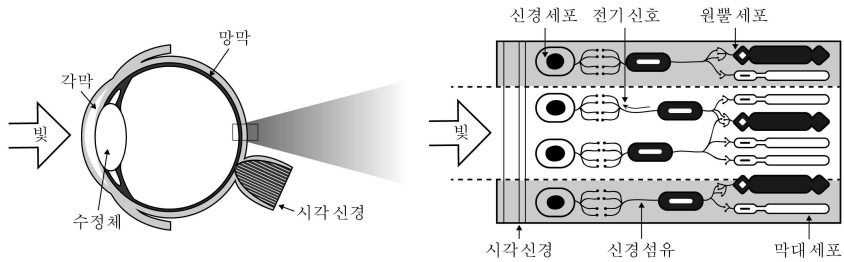
(2) S 를 θ 의 함수 $S(\theta)$ 로 나타내고, $S(\theta)$ 의 최솟값을 구하시오. 그리고 그 근거를 논술하시오. (16점)

<물리>

II. 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오. (40점)

[가] 시간에 따라 속도가 변하는 운동을 가속도 운동이라고 하는데, 가속도는 단위 시간 동안 속도의 변화량이다.

[나] [그림 1]과 같이 사람의 눈에 들어오는 빛은 수정체를 지나 망막에 도달한다. 망막에는 빛에 감응하는 시각 세포들이 분포하고 있어 빛을 감지한다. 시각 세포에는 색을 구별하는 원뿔 세포와 명암을 구별하는 막대 세포가 있다. 원뿔 세포에는 빨강, 초록, 파랑을 인식하는 시각 세포가 따로 있다. 사람의 눈이 빛의 색깔을 인식하기 위해서는 원뿔 세포가 전류 형태의 전기 신호를 만들어 시각 신경에 전달해야 한다. 예를 들어 초록색을 가진 물체에서 반사된 빛이 눈에 들어오면 초록색을 인식하는 원뿔 세포가 전기 신호를 만들어 시각 신경에 전달하고, 이를 통해 사람의 눈은 초록색을 인식하게 된다. 한편, 시간 t 동안 특정 단면을 통과하는 전하량이 Q 이면 전류의 세기 i 는 $i = \frac{Q}{t}$ 로 정의된다.



[그림 1]

[다] 1905년 아인슈타인은 “빛은 진동수에 비례하는 에너지를 갖는 광자라고 하는 입자들의 흐름이다.”라는 광양자설을 발표했다. 광양자설에 의하면 진동수가 f 인 광자 하나의 에너지 E 는 $E = hf$ (h : 플랑크 상수)이다. 즉, 빛에 의해 전달되는 에너지는 광자들이 갖는 에너지의 정수배로 이루어지는 불연속적인 값을 갖는다. 한편, 빛의 속력 c 는 $c = f\lambda$ (λ : 빛의 파장)로 주어진다.

[라] 태양 전지는 빛 에너지를 전기 에너지로 변환하는 장치이며, 보통 p형 반도체와 n형 반도체의 접합으로 되어 있다. 반도체를 이용한 태양 전지에서는 원자 속의 전자가 진동수로 갈 수 있는 에너지를 흡수하면 p형 반도체와 n형 반도체 속에 양공(+)과 전자(-)가 생성된다. p-n 접합에서 만들어진 전기장에 의해 전자는 n형 반도체 쪽으로 이동하고, 양공은 p형 반도체 쪽으로 이동한다. 이때 p형 반도체와 n형 반도체 표면에 금속 전극을 형성하여 전자를 외부 회로로 흐르게 하면 전기 에너지가 생성된다.

[마] 빛은 파동의 성질을 지니고 있기 때문에 진행하는 매질이 바뀔 때 반사와 굴절 현상이 발생한다. 빛이 반사할 때 입사각과 반사각은 항상 같다. 반면에 빛이 굴절률이 n_1 인 매질에서 굴절률이 n_2 인 매질에 입사되어 굴절할 때, 입사각(θ_1), 굴절각(θ_2), 굴절률(n_1, n_2) 사이의 관계는 다음과 같다.

$$\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

[문제 II-1] 제시문 [가]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

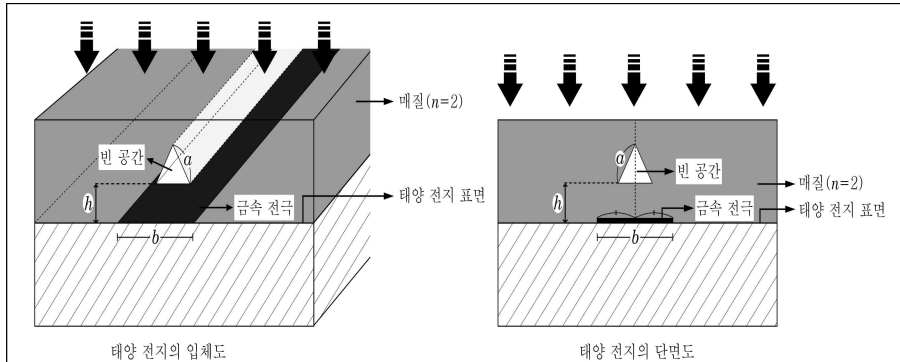
두 대의 자동차 A와 B가 고속도로의 평행한 차선을 따라 각각 등가속도로 달리고 있다. 어떤 순간에 A가 B를 추월하였을 때, A와 B가 가지는 가속도의 크기를 각각 a_A 와 a_B 라 하자. $a_A < a_B$ 인 경우가 가능한지 밝히고, 그 이유를 예시를 들어 논술하시오. (단, $a_A, a_B > 0$ 이고, 추월 직후 두 자동차는 여전히 같은 방향으로 달린다.) (10점)

[문제 II-2] 제시문 [나], [다]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

초록색 빛에 감응하는 원뿔 세포는 색 인식을 위해 최소 $1.6 \times 10^{-10} \text{ A}$ 의 전류를 신경 세포에 전달하는 것이 필요하다고 가정하자. 이때 사람의 눈이 초록색을 인식하기 위해 필요한 단위 시간당 빛 에너지 총량의 최솟값을 구하고, 그 과정을 논술하시오. (단, 눈에 들어오는 빛과 원뿔 세포가 반응할 때 하나의 광자가 하나의 전자를 만들고, 원뿔 세포부터 시각 신경까지 전기 신호가 전달되는 과정에서 전자의 손실은 없다. 플랑크 상수 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$, 빛의 속력 $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, 초록색 빛의 파장 $\lambda = 550 \text{ nm} = 5.5 \times 10^{-7} \text{ m}$, 전자의 전하량 $e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ 이다.) (10점)

[문제 II-3] 제시문 [라], [마]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

태양 전지 표면에 일정한 폭의 금속 전극을 붙이면, 태양 전지 표면에 들어오는 빛의 일부가 금속 전극에서 반사된다. 따라서 태양 전지 표면에 도달하는 빛의 양이 금속 전극의 면적만큼 줄어든다. 이를 해결하기 위해 [그림 2]와 같이 태양 전지 표면에 굴절률(n)이 2인 투명한 매질을 덮고, 매질 내부에 정삼각 프리즘 모양의 빈 공간을 만들었다. 프리즘의 밑면은 태양 전지 표면과 평행하고, 프리즘의 중심과 금속 전극의 중심은 일치한다.



[그림 2]

- (1) 정삼각 프리즘의 내부를 빈 공간으로 만든 이유에 대하여 논술하시오.
(단, 빈 공간의 굴절률은 1이다.) (10점)
- (2) 빛이 태양 전지에 수직 방향으로 입사할 때, 빈 공간으로 인하여 태양 전지 표면에 도달하는 빛의 양이 증가하기 시작하는 정삼각 프리즘 변의 길이 α 를 구하고, 그 과정을 논술하시오.
(단, 금속 전극의 폭 $b=8\text{mm}$ 이고, 정삼각 프리즘의 밑면과 태양 전지 표면 사이의 거리 $h=2\text{mm}$ 이며, 금속 전극의 두께는 무시한다. 또한, $\sqrt{3}=1.7$ 이다.) (10점)

<화학>

II. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (40점)

[가] 보어는 수소 원자의 선 스펙트럼에서 나타나는 규칙성을 설명하기 위해 원자 내부에서 전자의 에너지가 양자화되어 있다는 원자 모형을 제안하였다. 즉, 전자가 양전하를 띤 원자핵 주위를 특정한 에너지를 가진 궤도에서 원운동할 수 있다고 제안하였다. 이 궤도를 전자 껍질이라고 하고, 핵에서 가까운 전자 껍질부터 K, L, M, ... 등의 기호를 사용하여 부른다. 이때 원자핵에서 멀어질수록 전자 껍질의 에너지 준위는 높아지고, K 껍질에는 2개, L 껍질에는 8개, M 껍질에는 18개까지 전자가 채워질 수 있다. 원자의 가장 낮은 에너지 상태를 바닥 상태라고 하고, 전자가 에너지를 흡수하여 높은 에너지 상태로 올라가 있는 상태를 들뜬 상태라고 한다.

[나] 일정한 에너지를 가진 전자가 원자핵 주위에서 발견될 확률을 나타내는 함수를 오비탈이라고 한다. 바닥 상태 원자의 전자 배치는 파울리 배타 원리와 훈트 규칙을 따르면서 에너지가 낮은 오비탈부터 순서대로 전자가 채워진다. 파울리 배타 원리에 의하면, 1개의 오비탈에는 스핀 방향이 다른 전자가 최대 두 개까지 채워질 수 있다. 또한 훈트 규칙에 따르면 바닥 상태 원자의 전자 배치에서 전자들은 에너지 준위가 같은 오비탈을 채울 때 가능한 한 서로 쌍을 이루지 않게 배치된다. 이때 쌍을 이루고 있지 않은 전자를 홀전자라고 한다.

[다] 여러 개의 전자를 가지고 있는 원자의 경우, 안쪽 전자 껍질에 있는 전자가 핵의 전하를 가려주는 효과 때문에 바깥쪽 전자 껍질의 전자가 실제 느끼는 핵전하는 양성자 수에 따른 핵전하에 비해 작은 값을 갖게 된다. 이때 전자가 실제로 느끼는 핵전하를 유효 핵전하라고 한다. 일반적으로 같은 종류의 두 원자가 결합되어 있을 때 두 원자핵 사이의 거리의 반을 원자 반지름이라고 정의한다.

[라] 현대의 주기율표에서 가로줄을 주기, 세로줄을 족이라고 한다. 2주기에는 ${}^3\text{Li}$, ${}^4\text{Be}$, ${}^5\text{B}$, ${}^6\text{C}$, ${}^7\text{N}$, ${}^8\text{O}$, ${}^9\text{F}$, ${}^{10}\text{Ne}$ 원소가 있고, 3주기에는 ${}^{11}\text{Na}$, ${}^{12}\text{Mg}$, ${}^{13}\text{Al}$, ${}^{14}\text{Si}$, ${}^{15}\text{P}$, ${}^{16}\text{S}$, ${}^{17}\text{Cl}$, ${}^{18}\text{Ar}$ 원소가 존재한다. 또한 원자의 원자 번호는 양성자 수와 같다.

[마] 어떤 물질의 화학식량에 g (그램)을 붙이면 그 물질 1몰의 질량이 된다. 즉, 원자량이 12인 탄소 1몰의 질량은 12 g이다. 원자량과 분자량을 이용하면 물질의 질량으로부터 물질에 포함된 입자 수를 알 수 있다. 그러나 기체는 질량보다 부피를 측정하기가 쉽다. 0°C , 1기압에서 기체 1몰의 부피는 그 종류에 관계없이 22.4 L로 일정하다. 아보가드로 법칙에 따르면 모든 기체는 온도와 압력이 같을 때, 같은 부피 속에 같은 수의 분자가 들어 있다. 따라서 0°C , 1기압에서 기체의 부피를 측정하면 기체의 분자 수를 알 수 있다.

[바] 화학 반응이 일어나도 반응 전후 원자는 새로 생겨나거나 없어지지 않으며, 반응

물질의 원자 수 총합과 생성 물질의 원자 수 총합이 같은 것을 이용하여 화학 반응식을 나타낼 수 있다. 화학 반응식은 왼쪽에는 반응 물질을, 오른쪽에는 생성 물질을 화학식으로 표시하고 화살표로 연결한다. 각 물질의 화학식 앞에는 계수를 붙이는데, 분수가 있으면 전체 계수에 배수를 곱해서 가장 간단한 정수로 만들고, 계수가 1이면 생략한다.

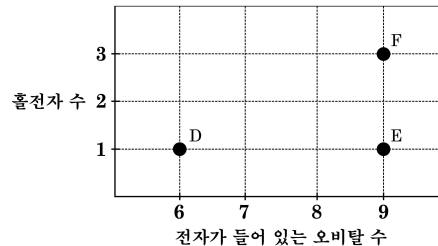
[사] 원유로부터 얻을 수 있는 물질은 대부분 탄소와 수소로 이루어진 화합물인데, 이를 탄화수소라고 한다. 분자 내의 모든 탄소-탄소 결합이 단일 결합일 때, 이를 탄화수소를 포화 탄화수소라고 한다. 탄화수소는 그 모양과 결합 형태에 따라 분류할 수 있는데, 일반적으로 사슬 모양 탄화수소와 고리 모양 탄화수소로 구분한다. 탄화수소를 구성하는 탄소가 n 개일 때 수소는 사슬 모양 포화 탄화수소의 경우 $2n+2$ 개이고, 고리 모양 포화 탄화수소의 경우 $2n$ 개이다. 예를 들어, 사슬 모양 포화 탄화수소인 에테인의 분자식은 C_2H_6 이고, 고리 모양 포화 탄화수소인 사이클로헥세인의 분자식은 C_6H_{12} 이다.

[문제 II-1] 제시문 [가]~[라]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

(1) 표는 바닥 상태 2주기 또는 3주기 원자 A~C의 자료이다. A~C 각 원자의 s 오비탈에 들어 있는 총 전자 수가 a 이고, p 오비탈에 들어 있는 총 전자 수가 b 일 때, A~C 원자의 종류와 바닥 상태 전자 배치에 대해 논술하시오. 그리고 보어의 원자 모형에 따른 바닥 상태 원자 C의 전자 배치를 그림으로 표현하시오. (단, A~C는 연속적인 원자 번호를 갖는 임의의 원소 기호이고, 양성자 수는 $A < C$ 이다.) (12점)

	A	B	C
$\frac{b}{a}$		1	
$ b-a $	1		
$2a-b$			5

(2) 그림은 바닥 상태 3주기 원자 D~F의 전자가 들어 있는 오비탈 수와 홀전자 수를 나타낸 것이다. D~F 원자의 종류와 원자 반지름 크기에 대해 논술하시오. (단, D~F는 임의의 원소 기호이다.) (8점)



[문제 II-2] 제시문 [마]~[사]를 읽고 다음 질문에 답하시오.

기체 상태의 포화 탄화수소 A와 B의 혼합물을 완전 연소시켰더니 이산화 탄소(CO_2)와 물(H_2O)만 생성되었다. (단, 물의 분자량은 18, 이산화 탄소의 분자량은 44이다.)

(1) 표는 완전 연소 반응에 사용된 A와 B의 $0^\circ C$, 1기압에서의 부피 및 생성된 이산화 탄소와 물의 질량을 나타낸 것이다. A와 B의 분자식과, 각각의 완전 연소 화학 반응식을 제시하시오. 그리고 반응 (나)에서 생성된 물의 질량(x)에 대해 논술하시오. (14점)

반응	A의 부피	B의 부피	생성된 CO_2 의 질량	생성된 H_2O 의 질량
(가)	22.4 L	67.2 L	572 g	252 g
(나)	44.8 L	22.4 L	484 g	x g

(2) A와 B의 구조식과 구조 이성질체에 대해 논술하시오. (6점)

<생명과학>

II. 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오. (40점)

[가] 생명체에서 일어나는 화학 반응을 물질대사라 한다. 물질대사는 생명 유지를 위해 필수적이며, 작은 분자로 큰 분자를 합성하거나 큰 분자를 작은 분자로 분해하는 ① 두 가지 과정으로 구분된다. 또한 물질대사는 에너지의 출입이 동반되므로 에너지 대사라고도 한다.

[나] 유성 생식에서는 생식 세포가 만들어질 때 감수 분열이 일어난다. 감수 분열 과정이 정상적으로 일어나지 않으면 자손의 염색체 수가 정상보다 많거나 적어질 수 있는데, 이러한 현상을 염색체 비분리라고 한다. 염색체 비분리에 의해 염색체 수의 이상이 생긴 경우 유전병이 나타날 수 있다.

[다] 사람은 여러 가지 병원체에 노출된 환경에서 살아가고 있으며, 병원체는 다양한 경로로 인체에 침입하여 질병을 일으킬 수 있다. 그러나 병원체가 체내에 침입하더라도 반드시 병에 걸리는 것은 아니다. 이는 사람의 몸이 병원체에 대한 방어 기능을 가지고 있기 때문이다.

[라] 병원체와 같이 면역 반응을 일으키는 물질을 항원이라 한다. 항원이 인체에 침입하면 항원의 종류를 구분하지 않고 반응하는 1차 방어 작용이 먼저 일어나고 이어서 항원의 종류에 따라 특이적으로 반응하는 2차 방어 작용이 일어난다. 2차 방어 작용은 T 림프구에 의한 세포성 면역과 B 림프구에 의한 체액성 면역으로 구분된다. 체액성 면역은 B 림프구가 생산한 항체에 의한 방어 작용이다. 항체는 종류별로 항원과 결합하는 부위의 구조가 달라 특정 항원과만 결합을 하는데 이를 항원-항체 반응의 특이성이라 한다.

[마] 사람은 음식물과 식수를 통해 하루에 약 2 L의 수분을 섭취하고, 오줌과 땀 등을 통해 수분을 체외로 배출하며 체내 무기 염류 농도를 약 0.9%로 유지한다. 혈액의 삼투압은 수분의 양과 무기 염류의 양에 의해 결정된다.

[바] 사람은 체온, 혈압, 혈당량, 삼투압 등의 체내 상태를 일정하게 유지하려는 항상성을 지니고 있다. 호르몬은 내분비샘에서 분비되어 혈액에 의해 운반되며 특정 조직이나 기관의 생리 작용을 조절한다. 예를 들어 뇌하수체 후엽에서 분비되는 항이뇨 호르몬(ADH)은 혈액의 삼투압을 일정하게 유지하는 데 관여한다.

[논제 II-1] 제시문 [가]를 참고하여 다음 논제에 답하시오.

제시문 [가]의 ①에 해당하는 생물학 용어를 이용하여 식물 세포 내 엽록체와 미토콘드리아에서 일어나는 물질대사와 에너지의 전환에 대해 논술하시오. (5점)

[논제 II-2] 제시문 [나]를 참고하여 다음 논제에 답하시오.

다음은 어떤 사람의 정자가 형성되는 과정에 대한 설명이다.

- A와 a, B와 b는 각각 대립 유전자 관계이며, 이 사람의 1번 염색체에 A와 a가, 2번 염색체에 B와 b가 위치한다.
- 감수 1분열에서는 2번 염색체에서만 비분리가 1회, 감수 2분열에서는 1번과 2번 두 염색체 중 하나에서만 비분리가 1회만 일어났다.
- 제시된 염색체 비분리(총 2회) 이외의 돌연변이와 교차는 일어나지 않았다.

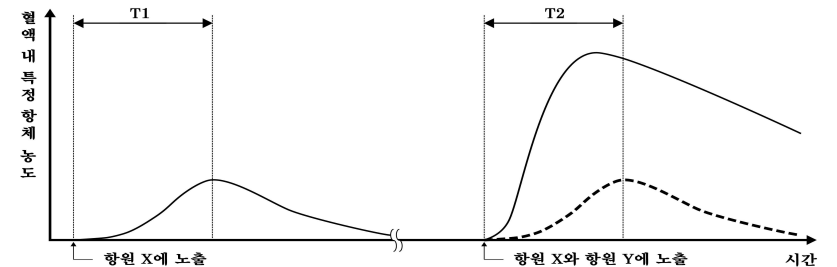
(1) 위의 염색체 비분리 현상이 일어난 결과로 형성되는 정자의 유전자형의 가지 수와 핵상에 대해 각각 논술하시오. (단, 핵상은 $n+\alpha$ 또는 $n-\alpha$ 로 표시하며, α 는 0 또는 자연수이다.) (10점)

(2) 위 사례에서 ㉠ 정상 감수 분열에서 형성된 정자와 유전자형이 같은 정자가 형성되려면 감수 2분열 중 어느 염색체에서 비분리가 일어나야 하는지 논술하시오. (4점)

(3) (2)에서 ㉠에 해당하는 정자의 유전자형은 무엇인지 논술하시오. (3점)

[논제 II-3] 제시문 [다]와 [라]를 참고하여 다음 논제에 답하시오.

그림은 어떤 사람이 항원 X에 노출된 후 항원 X와 항원 Y에 노출되었을 때 혈액 내 항체 농도의 변화를 나타낸 것이다. (단, 이 사람은 과거에 항원 X와 항원 Y에 노출된 적이 없다.)



(1) 기간 T1과 T2에서 항원 X에 대한 항체 농도가 다른 이유를 논술하시오. (5점)

(2) 기간 T2에서 항원 X에 대한 항체 농도와 항원 Y에 대한 항체 농도가 다른 이유를 논술하시오. (단, 항원에 노출된 횟수 이외의 다른 요인은 고려하지 않는다.) (5점)

[문제 II-4] 제시문 [마]와 [바]를 참고하여 다음 문제에 답하시오.

(1) 땀을 많이 흘렸을 때 체내에서 일어나는 변화를 항이뇨 호르몬(ADH)에 의한 혈액의 삼투압 조절 관점에서 논술하시오. (4점)

(2) 물을 많이 마셨을 때 체내에서 일어나는 변화를 항이뇨 호르몬(ADH)에 의한 혈액의 삼투압 조절 관점에서 논술하시오. (4점)

2. 2018학년도 수시모집 논술고사 예시답안

[자연계(일) - 수학]

[문제 I-1]

(1) 육각형 BCDEFG의 넓이 $S_1(x)$ 는

삼각형 BCD, 사다리꼴 BDEG, 삼각형 EFG 넓이의 합이다.

$$S_1(x) = \frac{1}{2} \times 2x \times x + \frac{1}{2} \times \{2x + 2(1-x)\} \times 1 + \frac{1}{2} \times 2(1-x) \times (1-x) = x^2 + 1 + (1-x)^2$$

$$= 2x^2 - 2x + 2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}.$$

따라서 $x = \frac{1}{2}$ 일 때 넓이가 최소가 된다.

(2) (1)에서와 같은 방법으로 넓이 $S_2(x)$ 를 구하면

$$S_2(x) = \frac{1}{2} \times 2x \times x + \frac{1}{2} \times \{2x + 2(ax+b)\} \times 1 + \frac{1}{2} \times 2(ax+b) \times (1-x)$$

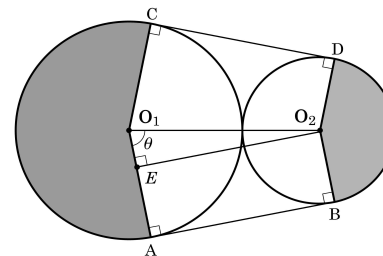
$$= (1-a)x^2 + (2a-b+1)x + 2b$$

$S_2(x) = k$ 를 만족하기 위하여 $1-a=0$, $2a-b+1=0$, $2b=k$ 가 성립해야 한다.

따라서 $a=1$, $b=3$ 이고, $k=6$ 이다.

[문제 I-2]

(1) 둘레의 길이 l 은 부채꼴 O_1CA 의 호의 길이, 선분 AB의 길이, 부채꼴 O_2BD 의 호의 길이, 선분 DC의 길이의 합이다.



사다리꼴 O_1ABO_2 와 O_1CDO_2 는 합동이므로 각 CO_1O_2 의 크기도 θ 이다.

따라서 부채꼴 O_1CA 의 중심각의 크기는 $2\pi - 2\theta$ 이다.

선분 O_1A 와 O_2B 가 평행이고, 선분 O_1C 와 O_2D 가 평행이므로

부채꼴 O_2BD 의 중심각의 크기는 2θ 이다.

원 O_1 의 반지름의 길이($\overline{O_1A}$)를 r_1 , 원 O_2 의 반지름의 길이($\overline{O_2B}$)를 r_2 라 하면

$$r_1 + r_2 = 1, \quad r_1 - r_2 = \overline{O_1O_2} \cos \theta = \cos \theta \text{ 이므로 } r_1 = \frac{1 + \cos \theta}{2}, \quad r_2 = \frac{1 - \cos \theta}{2} \text{ 이다.}$$