

(2) 이학계열

【문제 1】 (30점)

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오

가) 수학의 함수와 미분 개념은 자연과학뿐만 아니라 스포츠 레저, 공학, 기업 경영 등 우리 생활의 여러 분야에서 유용하게 쓰인다. 열기구 는 열을 가할 때 생기는 공기의 부력을 이용한다. 일반적으로 기체의 온도를 높이면 부피는 증가하고 온도를 낮추면 부피는 감소한다. 기체의 부피가 한없이 0에 가까워지게 하려면 온도를 어느 정도 낮추어야 하는가에 대한 수학적 표현이 함수의 극한이다. 또한 지구와 달의 운동은 함수의 연속성을 이용하여 분석할 수 있으며 그 결과를 이용하여 일식이나 월식을 예측할 수 있다. 우주선이 지구로 귀환할 때 궤도 분석에 미분 개념이 활용되며, 기업에서 최대 이윤을 얻기 위한 생산량을 결정할 때도 미분 개념은 중요한 도구로 사용된다.

나) 구간 $[a, b]$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 에 대하여 $x=c$ 에 함수 값이 존재하고 극한 값 $\lim_{x \rightarrow c} f(x)$ 가 존재하며, $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$ 이 성립할 때, 함수 $f(x)$ 는 구간 $[a, b]$ 에서 ‘연속’이라 한다.

다) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \frac{df}{dx} = f'(x)$ 을 함수 $f(x)$ 의 미분계수라 한다. 이 미분계수가 구간 $[a, b]$ 의 모든 실수 값에서 존재할 때, 함수 $f(x)$ 는 구간 (a, b) 에서 ‘미분 가능’이라 한다.

라) 함수 $f(x)$ 가 구간 (a, b) 에서 미분 가능하고 $x=c$ 에서 극값을 가지면 $f'(c)=0$ 이다. 그러나 일반적으로 그 역은 성립하지 않는다. $f'(c)=0$ 인 조건만으로 극솟값, 극댓값을 판정할 수 없다. 따라서 두 번 미분한 $\frac{d^2f}{dx^2} = f''(x)$ 값의 부호를 조사할 필요가 있다.

- ① $f''(c) > 0$ 이면 $x=c$ 에서 극솟값 $f(c)$ 를 갖는다.
- ② $f''(c) < 0$ 이면 $x=c$ 에서 극댓값 $f(c)$ 를 갖는다.

[문제 1-1] 제시문 가) 예 중 기업의 생산성은 투입된 자본 x 의 함수로 표현된다.

생산성 변화 함수가 $f(x) = \frac{x^3 - 7x + 6}{x^3}$ 일 때 다음의 극한값을 구하시오.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 7x + 6}{x^3}$$

[문제 1-2] [문제 1-1]에서 $x=3$ 일 때 함수 $f(x) = \frac{x^3 - 7x + 6}{x^3}$ 가 연속임을 보이시오.

[문제 1-3] 제시문 라)에서 정의된 극댓값과 극솟값을 참고하여 구간 $[-2, 5]$ 에서 함수 $g(x) = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$ 의 그래프 개형을 그리시오. x 축과 만나는 점과 극값을 구하고 극값에 해당하는 좌표를 그래프 위에 표시하시오.

[문제 1-4] 곡선 $y = 2x^3 - 5x^2 - 4x + 3$ 와 직선 $y = -x + 3$ 으로 둘러싸인 부분의 면적을 구하시오.

【문제 2】 (40점)

※ 다음 제시문을 읽고 답하시오

가) 무인기는 사람이 탑승하여 운행하던 항공기를 사람이 탑승하지 않고도 운행될 수 있도록 만든 것을 말한다. 무인기는 군사적 용도 이외에도 원격탐사, 통신중계 등의 민간부문에서도 활용하고 택배업에까지 그 활용영역을 넓히고 있다.

나) Alpha사는 무인기를 이용하여 고객이 주문한 물품을 배송한다. 무인기는 물건을 실는 곳(배송센터)에서 출발하여 고객의 주문 물품을 지정한 위치에 내려놓고 다시 출발한 곳으로 돌아온다. 무인기는 1회에 비행할 수 있는 거리가 제한적이기 때문에, 무인기가 도달하고 돌아올 수 있는 거리보다 고객이 더 먼 곳에 위치한다면 무인기를 이용하여 고객의 주문물품을 배송할 수가 없다.

다) 무인기 배송센터에서 무인기 배송이 가능한 지점까지의 운송 시간은 일괄적으로 30분이 소요된다고 가정한다. 무인기 배송이 가능하지 않은 지점까지의 운송은 차량을 이용하게 되고 배송센터에서 떨어져 있는 직선거리(km)당 10분의 시간이

소요 된다. 무인기 배송이 가능한 지점과 그렇지 않은 지점에 필요한 운송 시간의 차이가 크기 때문에 무인기 배송 가능 범위내에 많은 수요지점이 포함되도록 배송센터의 위치를 결정하는 것이 매우 중요하다.

$$\text{차량 운송시 소요시간} = (\sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2}) \times 10\text{분}$$

(X, Y) : 배송센터의 위치 좌표
 (x, y) : 무인기 배송이 가능하지 않은 수요지의 좌표

라) Alpha사는 A, B, C라는 이름의 3가지 종류의 무인기를 이용하고 있고 일정기간 동안의 이용횟수와 임무수행을 위해 출발했던 무인기가 기체 결함으로 인해 배송 실패를 한 횟수는 아래 표와 같다.

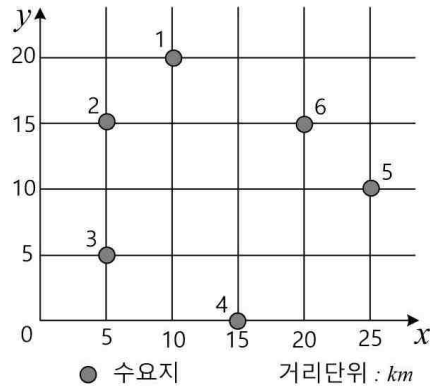
무인기 종류	이용횟수	배송 실패횟수
A	4,000	120
B	3,000	120
C	2,000	100

마) 각 무인기의 성능 평가를 위해 1회 가능한 비행거리를 실험한 결과 이동 가능한 거리는 평균 m , 표준편차 σ 인 정규분포를 따르고 있다는 것과, 각 종류의 무인기 비행 평균거리와 편차가 조금씩 다르게 나타남을 파악했다. 이때 평균 이동 거리는 무인기 자체의 결함으로 비행 중간에 중단한 경우를 제외한 순수한 성능에 대한 결과이다.

무인기 종류	1회 이동거리 (단위: km)	
	평균	표준편차
A	21.6	1.0
B	20.9	0.5
C	23.0	2.0

[문제 2-1] 배송센터에서 최대 10km 떨어진 곳까지(왕복 거리 최대 20km) 무인기의 배송이 가능하다고 가정하고, 수요지에서의 배송요구는 6곳에서 동일하게 발생한다고 가정한다. 제시문 다)를 이용하여 아래 그래프 위에서 총소요시간을 최소화할 수 있는 배송센터 위치의 좌표를 결정하고 그 이유를 설명하시오. 이때 선정된 위치는 수요지의 위치와 겹치지 않고 좌표상 실선의

교차점으로 제한한다. ($\sqrt{2}=1.414$, $\sqrt{5}=2.236$, $\sqrt{10}=3.162$, $\sqrt{13}=3.606$)



[문제 2-2] 무인기 하나가 배송임무를 수행하던 중 무인기 결함에 의해 임무를 완수하지 못했다. 제시문 라)의 정보를 이용하여 이 무인기가 B일 확률을 설명하시오.

[문제 2-3] 배송센터로부터 정확히 10km 떨어진 곳에서 배송요구를 받았을 경우 세 가지 종류의 무인기 중 어느 것을 선택해서 임무를 맡길 것인지 제시문 마)와 아래의 표를 이용하여 의사결정 하고 그 이유를 설명하시오.

표준정규분포표

$$P(0 \leq Z \leq z) = \int_0^z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

z	$P(0 \leq Z \leq z)$	z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.1	0.04	1.1	0.364
0.2	0.079	1.2	0.385
0.3	0.118	1.3	0.403
0.4	0.155	1.4	0.419
0.5	0.192	1.5	0.433
0.6	0.226	1.6	0.445
0.7	0.258	1.7	0.455
0.8	0.288	1.8	0.464
0.9	0.316	1.9	0.471
1.0	0.341	2.0	0.477

[문제 2-4] 운영 중인 A의 최장수명이 10년이라고 알려져 있고 이때의 수명(t)의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(t) = k \left(\frac{t}{10} - 1 \right)^2, 0 \leq t \leq 10 \quad (k \text{는 상수})$$

A를 구입한 지 일 년이 되도록 문제없이 사용했다면 이 무인기 A의 잔여수명이 5년 이상일 확률을 구하고 설명하시오.

【문제 3】 (30점)

※ 다음 도표를 보고 물음에 답하시오.

<도표 1> 인간개발지수 및 관련지표 (2014년 기준)

국가	기대 수명 (단위: 세)	평균 수확기간 (단위: 년)	국민총소득 (GNI) (단위: \$)	인간개발지수 (HDI)	
				점수	순위
노르웨이	81.5	12.6	63,909	94.4	1
호주	82.5	12.8	41,524	93.3	2
스위스	82.6	12.2	53,762	91.7	3
미국	78.9	12.9	52,308	91.4	5
독일	80.7	12.9	43,049	91.1	6
뉴질랜드	81.1	12.5	32,569	91.0	7
영국	80.5	12.3	35,002	89.2	14
대한민국	81.5	11.8	30,345	89.1	15
일본	83.6	11.5	36,747	89.0	17
프랑스	81.8	11.1	36,629	88.4	20
칠레	80.0	9.8	20,804	82.2	41
헝가리	74.6	11.3	21,239	81.8	43
터키	75.3	7.6	18,391	75.9	69

멕시코	77.5	8.5	15,854	75.6	71
전체(187개국) 평균	70.8	7.7	13,728	70.2	-

* 관련 용어

- 인간개발지수(Human Development Index, HDI) : 국제연합개발계획(UNDP)이 매년 각국의 교육수준과 국민소득, 평균수명 등을 통해 각국의 선진화 정도를 평가하는 지표. 만점은 100점
- 기대수명 : 사망률이 현재 수준으로 유지된다고 가정했을 때, 현(0세) 출생자가 향후 몇 년을 더 생존할 것인가를 통계적으로 추정된 나이
- 평균수학기간 : 국민 개인이 받은 교육 이수 기간을 평균한 값
- 국민총소득(Gross National Income, GNI) : 한 국가의 국민이 생산 활동에 참여한 대가로 받은 국민 1인당 소득

<도표 2> OECD 국가 국민의 생활만족도 및 관련 지표 (2014년 기준)

국가	사회적 연대	환경		일과 삶의 균형		생활만족도	
		대기오염	수질만족	주50시간 이상 근로자 비중	1일 사용하는 여가시간	점수	순위
스위스	94	20	95	7.3	14.98	78	1
노르웨이	93	16	96	3.1	15.56	77	2
호주	93	13	93	14.23	14.41	75	7
멕시코	74	30	68	28.77	13.89	74	9
뉴질랜드	96	11	89	13.07	14.87	73	12
독일	93	16	94	5.6	15.31	71	16
미국	90	18	87	11.44	14.27	70	17
영국	94	13	92	12.27	14.83	69	18
프랑스	91	12	85	8.71	15.33	67	21
칠레	85	46	79	15.42	14.41	66	22
일본	90	24	86	22.62	14.93	61	25
대한민국	77	30	78	27.13	14.63	60	26
헝가리	87	15	77	2.92	15.04	50	32
터키	79	35	60	43.29	13.42	49	33

OECD(34개국)							
평균	89	20	84	8.82	14.97	66	-

* 관련 용어

- 생활만족도 : 개인이 자신의 전반적 삶에 대해 느끼는 호의적 평가 정도로 100점 만점
- 사회적 연대 : 어려울 때, 도움을 받을 수 있는 타인의 존재가 있다고 응답한 비율(%)
- 대기오염 : 10만 이상 도시에서의 유해물질분포정도(μg : 마이크로그램)
- 수질만족 : 도시 거주민의 수돗물 만족도(%)
- 주 50시간 이상 근로자 비중 : 전체 근로자 중 주 50시간 이상 자의 비율(%)
- 1일 사용하는 여가시간 : 근로자가 1일 중 사용하는 여가 및 개인 관리 시간

[문제 3] <도표 1>과 <도표 2>를 비교하고, 우리나라 국민의 생활만족도를 높일 수 있는 방안에 대해 논술하시오. (600자 내외)

(2) 이학계열

■ 출제의도

[문제 1]

고등교육의 문과 과정 수학 분야에서 함수의 연속, 극한, 미분 정의를 이용하여 고차 함수를 분석한다. 적분을 이용하여 곡선과 직선이 겹치는 부분의 면적을 계산한다.

[문제 2]

기본적인 수학지식을 토대로 논리적인 의사결정을 할 수 있는 능력이 있는지 여부를 판단하는 문제와 확률, 통계적 지식을 이용해 의사결정에 있어서 타당성을 부여하는 능력을 판단하는 문제로 문과계열, 이과계열 모두에게 기본적으로 필요한 능력이다. 수학 I : 기본적인 지식(좌표위의 거리계산) 과 확률(기본확률과 조건부확률, 확률밀도함수) 과 통계(표준정규분포의 이용), 그리고 이러한 기본지식의 조합.

[문제 3]

인간의 행복을 경제적, 비경제적 관점에서 이해하고, 우리의 경우 비경제적 관점에서 부족한 부분을 어떻게 개선할 수 있을지를 종합적으로 평가한다. 따라서 학생들의 도표에 대한 분석력, 도표간 상호비교, 문제 해결의 대안을 제시하는 창의력이 주요 평가 항목이다.