2020학년도 수시모집

논술고사 문제지(오후)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술우수자
수험번호		성 명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점 만점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).
5. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
6. **본인이 지원한 모집단위에 해당하는 문항을 선택하여 답안을 작성하시오.**
   (다른 모집단위 문항의 답안을 작성하면 0점 처리 됩니다.)

※ **답안지는 절대 교체할 수 없습니다.**

■ 답안 작성 유의사항

1. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식과 그림을 사용할 수 있습니다.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 두 점 A, B의 위치벡터를 각각 $\vec{a}$, $\vec{b}$라고 할 때, 선분 AB를 $m : n\ (m > 0,\ n > 0)$으로 내분하는 점 P의 위치벡터 $\vec{p}$는 다음과 같다.

$$\vec{p} = \frac{m\vec{b} + n\vec{a}}{m+n}$$

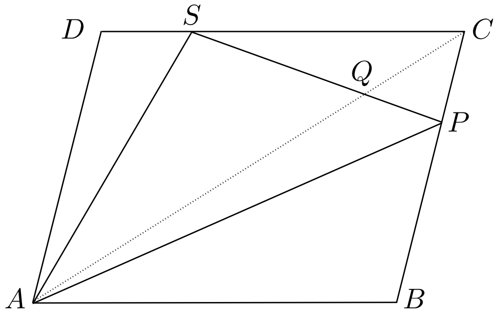
(나) 영벡터가 아닌 두 평면벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$가 이루는 각의 크기가 $\theta\ (0 \le \theta \le \pi)$일 때,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

(다) 세 평면 벡터 $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$와 실수 k에 대하여

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a},\quad \vec{a}\cdot(\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a}\cdot\vec{b} + \vec{a}\cdot\vec{c},\quad (k\vec{a})\cdot\vec{b} = \vec{a}\cdot(k\vec{b}) = k(\vec{a}\cdot\vec{b})$$

(※) 평행사변형 $ABCD$에 대하여 선분 BC 위의 점을 P, 선분 CD를 $3:1$로 내분한 점을 S, 선분 PS가 선분 AC와 만나는 점을 Q라 하고 $\vec{b} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{d} = \overrightarrow{AD}$라고 하자.



(1-1) Q가 선분 PS를 $m : n$으로 내분하는 점일 때, $\overrightarrow{AP}$를 m, n, $\vec{b}$, $\vec{d}$로 나타내시오. (8점)

(1-2) $|\vec{b}| = 2$, $|\vec{d}| = \dfrac{3}{2}$, $\vec{b}\cdot\vec{d} = \dfrac{3}{5}$ 이고 점 R은 $2\overrightarrow{RA} + 3\overrightarrow{RP} + 2\overrightarrow{RS} = \vec{0}$을 만족하는 삼각형 APS의 내부점이라 하자.

(a) $\angle ASP = \dfrac{\pi}{2}$일 때, $\overrightarrow{AP}$를 $\vec{b}$와 $\vec{d}$로 나타내시오. (10점)

(b) $\angle ASP = \dfrac{\pi}{2}$일 때, 삼각형 RPS의 넓이를 구하시오. (12점)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (정적분과 미분의 관계) 함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$ 에서 연속일 때,

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x) \quad (\text{단}, a < x < b)$$

가 성립한다.

(나) (곡선의 볼록) 함수 $f(x)$가 구간 (a, b)에서 이계도함수를 갖고 $f'' > 0$이면 $y = f(x)$의 그래프가 아래로 볼록하다.

(※) 실수 t에 대하여, 곡선 $y = x(x-t)e^{x^3}$과 직선 $x = 0$, $x = 2$, x축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 $S(t)$라고 하자.

(2-1) 함수 $S(t)$는 구간 $[2, \infty)$에서 증가함을 보이시오. (5점)

(2-2) $S'(0) < -\dfrac{2e^8}{25}$임을 보이시오. (15점)

(2-3) $S(t)$가 $t = a$에서 최솟값을 가지면, $a > \dfrac{3}{2}$임을 보이시오. (15점)

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 4차방정식 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ (a, b, c, d는 상수)이 서로 다른 4개의 실근 α_1, α_2, α_3, α_4를 가지면, 등식

$$\begin{aligned} &x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = (x-\alpha_1)(x-\alpha_2)(x-\alpha_3)(x-\alpha_4) \\ = &x^4 - (\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4)x^3 + (\alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_1\alpha_4+\alpha_2\alpha_3+\alpha_2\alpha_4+\alpha_3\alpha_4)x^2 \\ &-(\alpha_1\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_2\alpha_4+\alpha_1\alpha_3\alpha_4+\alpha_2\alpha_3\alpha_4)x + \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 \end{aligned}$$

가 성립하므로, 근과 계수 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4 = -a, \qquad \alpha_1\alpha_2+\alpha_1\alpha_3+\alpha_1\alpha_4+\alpha_2\alpha_3+\alpha_2\alpha_4+\alpha_3\alpha_4 = b$$

$$\alpha_1\alpha_2\alpha_3+\alpha_1\alpha_2\alpha_4+\alpha_1\alpha_3\alpha_4+\alpha_2\alpha_3\alpha_4 = -c, \quad \alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4 = d$$

(나) 4차방정식 $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$이 서로 다른 4개의 실근 α_1, α_2, α_3, α_4 ($\alpha_1<\alpha_2<\alpha_3<\alpha_4$)를 가질 때, 계수 a, b, c의 값과 $\alpha_1+\alpha_2$의 값을 알면 네 실근 α_1, α_2, α_3, α_4의 값을 모두 구할 수 있다. 문제 (3-1)은 이 사실의 예시이다.

(다) (역함수의 미분법) 함수 $f(x)$가 열린 구간 (a, b)에서 미분가능하고, 그 역함수 $f^{-1}(x)$가 존재하고 미분가능할 때, $y = f^{-1}(x)$의 도함수는 $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\frac{dx}{dy}}$이다.

(3-1) 4차방정식 $x^4-5x^3+\dfrac{27}{4}x^2-\dfrac{1}{4}x+k=0$이 서로 다른 4개의 실근 α_1, α_2, α_3, α_4 ($\alpha_1<\alpha_2<\alpha_3<\alpha_4$)를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2=\dfrac{1}{2}$일 때, 상수 k의 값을 구하시오. (5점)

(3-2) 4차함수 $h(x) = (x-1)(x+1)(x+2)(x+3)$에 대하여 t가 $-1 < t < \dfrac{1}{2}$을 만족할 때, x에 대한 방정식 $h(x) = t$의 네 실근 중 가장 큰 값을 $r(t)$라고 하면, $r(t)$는 미분가능한 함수이다. 제시문 (다)를 이용하여 $r'(0)$의 값을 구하시오. (10점)

(3-3) $f(x)$는 최고차항의 계수가 1이고 모든 계수가 양수인 4차함수이다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x) = t$는 $p < t < q$일 때, 서로 다른 4개의 실근 x_1, x_2, x_3, x_4 ($x_1<x_2<x_3<x_4$)를 갖는다. (단, p, q는 $p<1$, $q>181$인 상수이고, x_1, x_2, x_3, x_4는 구간 (p, q)에서 t에 대하여 미분가능하다.) 이때, $g(t) = |x_1|+|x_2|+|x_3|+|x_4|$는 다음 세 조건을 만족한다.

(1) $g(t)$는 $t=1$에서 미분가능하지 않다.

(2) $p < t \le 1$일 때, $g(t) = 18$이다.

(3) $g(181) = 20$, $g'(181) = \dfrac{1}{154}$ 이다.

이때, $f(x)$의 식을 구하시오. (20점)

<연 습 장>

<연 습 장>

<연 습 장>

<연 습 장>

<연 습 장>