2020학년도 수시모집

논술고사 문제지(오전)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술우수자
수험번호		성　　명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점 만점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).
5. 답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.
6. **본인이 지원한 모집단위에 해당하는 문항을 선택하여 답안을 작성하시오.**
   (다른 모집단위 문항의 답안을 작성하면 0점 처리 됩니다.)

※ **답안지는 절대 교체할 수 없습니다.**

■ 답안 작성 유의사항

1. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식과 그림을 사용할 수 있습니다.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

[자연계열 - 일반]

(의예과 제외)

☞ 의예과는 4쪽부터 푸시오.

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 포물선 $y=x^2$ 위의 점 (x_1, y_1)에서의 접선의 방정식은 $y=2x_1x-y_1$이다.

(나) 점 $P(x_1, y_1)$과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리는

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(1-1) 좌표평면 위의 점 (a, b)를 지나고 포물선 $y=x^2$에 접하는 서로 다른 두 개의 접선이 존재하기 위한 필요충분조건을 a, b에 대한 부등식으로 나타내시오. (7점)

(1-2) 점 (a, b)를 지나고 포물선 $y=x^2$에 접하는 서로 다른 두 개의 접선이 존재한다.

(a) 두 접점을 지나는 직선의 방정식을 구하시오. (8점)

(b) 점 (a, b)가 $y=-(x+2)^2$의 그래프 위에 있을 때, 점 (a, b)와 두 접점이 이루는 삼각형의 넓이의 최솟값을 구하시오. (15점)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (삼수선의 정리) 평면 α 위에 있지 않은 한 점 P와 평면 α 위의 직선 ℓ, 직선 ℓ 위의 한 점 H, 평면 α 위에 있으면서 직선 ℓ 위에 있지 않은 점 O에 대하여 다음이 성립한다.

(1) $\overline{PO} \perp \alpha$, $\overline{OH} \perp \ell$이면 $\overline{PH} \perp \ell$

(2) $\overline{PO} \perp \alpha$, $\overline{PH} \perp \ell$이면 $\overline{OH} \perp \ell$

(3) $\overline{PH} \perp \ell$, $\overline{OH} \perp \ell$, $\overline{PO} \perp \overline{OH}$이면 $\overline{PO} \perp \alpha$

(나) 좌표공간의 사면체 $ABCD$의 네 꼭짓점 A, B, C, D를 모두 지나는 구를 사면체 $ABCD$에 외접하는 구라고 한다. 사면체 $ABCD$의 네 면과 접하는 구를 사면체 $ABCD$에 내접하는 구라고 한다. 사면체 $ABCD$의 내접하는 구의 중심을 I라고 하면, 점 I는 사면체 $ABCD$의 내부에 위치하고, I에서 사면체 $ABCD$의 네 면에 각각 내린 수선의 길이는 내접하는 구의 반지름과 같다.

(※) 좌표공간 위의 세 점 A, B, C와 평면 ABC 위에 있지 않은 점 D를 꼭짓점으로 갖는 사면체 $ABCD$에 내접하는 구의 중심을 I, 외접하는 구의 중심을 G라고 하자.

(2-1) A, B, C의 좌표가 각각 $(0,0,0)$, $(6,0,0)$, $(2,4,0)$일 때, G에서 xy평면에 내린 수선의 발의 좌표를 구하시오. (10점)

(2-2) 사면체 $ABCD$에 내접하는 구의 반지름을 r, I에서 변 AB에 내린 수선의 길이를 k라고 하자. I에서 평면 ABC와 평면 ABD에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라고 할 때, 선분 HH'의 길이를 k, r의 식으로 나타내시오. (10점)

(2-3) 사면체 $ABCD$의 변 BC, CA, AB의 길이를 각각 a, b, c라고 하자. I와 G가 일치할 때, 변 AD, BD, CD의 길이를 각각 a, b, c의 식으로 나타내시오. (15점)

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (사이값 정리) 함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여

$$f(c) = k \quad (a < c < b)$$

인 c가 적어도 하나 존재한다.

(나) 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 합성함수 $f(g(x))$의 도함수는

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

이다.

(※) 상수 a $(a > 0)$와 함수 $f(x) = x^2(x+a)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$가 $g'(-1) > 0$이고, 모든 실수 x에 대하여

$$f(g(x)) = x^2(x+3)^2 e^x$$

을 만족한다.

(3-1) 함수 $y = x^2(x+3)^2 e^x$의 그래프의 개형을 그리시오. (단, 극대와 극소는 표시하되, 그래프의 오목과 볼록은 고려하지 않는다.) (5점)

(3-2) 상수 a의 값을 구하시오. (15점)

(3-3) $g(0)$의 값을 구하시오. (15점)

[자연계열 - 의예과]

[문제 1] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (삼수선의 정리) 평면 α 위에 있지 않은 한 점 P와 평면 α 위의 직선 ℓ, 직선 ℓ 위의 한 점 H, 평면 α 위에 있으면서 직선 ℓ 위에 있지 않은 점 O에 대하여 다음이 성립한다.

(1) $\overline{PO} \perp \alpha$, $\overline{OH} \perp \ell$이면 $\overline{PH} \perp \ell$

(2) $\overline{PO} \perp \alpha$, $\overline{PH} \perp \ell$이면 $\overline{OH} \perp \ell$

(3) $\overline{PH} \perp \ell$, $\overline{OH} \perp \ell$, $\overline{PO} \perp \overline{OH}$이면 $\overline{PO} \perp \alpha$

(나) 좌표공간의 사면체 $ABCD$의 네 꼭짓점 A, B, C, D를 모두 지나는 구를 사면체 $ABCD$에 외접하는 구라고 한다. 사면체 $ABCD$의 네 면과 접하는 구를 사면체 $ABCD$에 내접하는 구라고 한다. 사면체 $ABCD$의 내접하는 구의 중심을 I라고 하면, 점 I는 사면체 $ABCD$의 내부에 위치하고, I에서 사면체 $ABCD$의 네 면에 각각 내린 수선의 길이는 내접하는 구의 반지름과 같다.

(※) 좌표공간 위의 세 점 A, B, C와 평면 ABC 위에 있지 않은 점 D를 꼭짓점으로 갖는 사면체 $ABCD$에 내접하는 구의 중심을 I, 외접하는 구의 중심을 G라고 하자.

(1-1) A, B, C의 좌표가 각각 $(0,0,0)$, $(6,0,0)$, $(2,4,0)$일 때, G에서 xy평면에 내린 수선의 발의 좌표를 구하시오. (10점)

(1-2) 사면체 $ABCD$에 내접하는 구의 반지름을 r, I에서 변 AB에 내린 수선의 길이를 k라고 하자. I에서 평면 ABC와 평면 ABD에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라고 할 때, 선분 HH'의 길이를 k, r의 식으로 나타내시오. (10점)

(1-3) 사면체 $ABCD$의 변 BC, CA, AB의 길이를 각각 a, b, c라고 하자. I와 G가 일치할 때, 변 AD, BD, CD의 길이를 각각 a, b, c의 식으로 나타내시오. (15점)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) (사이값 정리) 함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여

$$f(c) = k \ \ (a < c < b)$$

인 c가 적어도 하나 존재한다.

(나) 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$의 합성함수 $f(g(x))$의 도함수는

$$\frac{d}{dx} f(g(x)) = f'(g(x))g'(x)$$

이다.

(※) 상수 a $(a > 0)$와 함수 $f(x) = x^2(x+a)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$가 $g'(-1) > 0$이고, 모든 실수 x에 대하여

$$f(g(x)) = x^2(x+3)^2 e^x$$

을 만족한다.

(2-1) 함수 $y = x^2(x+3)^2 e^x$의 그래프의 개형을 그리시오. (단, 극대와 극소는 표시하되, 그래프의 오목과 볼록은 고려하지 않는다.) (5점)

(2-2) 상수 a의 값을 구하시오. (15점)

(2-3) $g(0)$의 값을 구하시오. (15점)

[문제 3] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 실수 x, y에 대하여 부등식 $\left(\dfrac{x+y}{2}\right)^2 \geq xy$가 성립한다.

(나) 양의 실수 A, B와 자연수 n에 대하여 부등식 $A \leq B$가 성립할 필요충분조건은 $\sqrt[n]{A} \leq \sqrt[n]{B}$이다.

(다) (수학적 귀납법) 자연수 $n \geq 2$에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 $n \geq 2$에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지를 보이면 된다.

(1) $n=2$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다.

(2) $n=k$ $(k \geq 2)$일 때 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면, 명제 $n=k+1$일 때에도 $p(n)$이 성립한다.

(3-1) 양의 실수 a, b가 $ab \geq 1$을 만족할 때, 다음 부등식이 성립함을 보이시오. (10점)

$$(a^2+1)(b^2+1) \leq \left(\left(\frac{a+b}{2}\right)^2+1\right)^2$$

(3-2) 양의 실수 a, b, c가 $ab, bc, ca \geq 1$을 만족할 때, 다음 부등식이 성립함을 보이시오. (10점)

$$(a^2+1)(b^2+1)(c^2+1) \leq (d^2+1)^3$$

(단, $d = \dfrac{a+b+c}{3}$이다.)

(3-3) 양의 실수 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ $(n \geq 2)$이 모든 i, j $(1 \leq i < j \leq n)$에 대하여 $a_i a_j \geq 1$을 만족할 때, 다음 부등식이 성립함을 보이시오. (10점)

$$\sqrt[n]{(a_1^2+1)(a_2^2+1)\cdots(a_n^2+1)} \leq \left(\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}\right)^2+1$$

<연 습 장>

<연 습 장>