2019학년도 수시모집

논술고사 문제지(오후)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술우수자
수험번호		성　　명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점 만점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).
5. **답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.**

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있습니다.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

논술고사 (자연계열)

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) $0 < x < 1$일 때 $0 < \sin x < x$이므로 $\cos x = \sqrt{1-\sin^2 x} > \sqrt{1-x^2}$이다.

(나) (사이값 정리) 함수 $f(x)$가 닫힌 구간 $[a,b]$에서 연속이고 $f(a) < 0 < f(b)$이면 $f(c) = 0$인 c가 a와 b사이에 존재한다.

(※) 자연수 n에 대하여 함수 $y = \dfrac{1}{x+n}$의 그래프와 함수 $y = \sin x \left(0 \le x \le \dfrac{\pi}{2}\right)$의 그래프의 교점의 x좌표를 a_n이라고 하자.

(1-1) 구간 $(0,1)$에서 함수 $g(x) = \sin x - \dfrac{x}{1+x^2}$가 증가함을 보이시오. (10점)

(1-2) 모든 자연수 n에 대하여 부등식 $\dfrac{1}{n+\sqrt{n}} < a_n < \dfrac{1}{n}$이 성립함을 보이시오. (10점)

(1-3) 극한값 $\lim\limits_{n\to\infty} n^2 \int_0^{a_n} \sin x\, dx$를 구하시오. (10점)

논술고사 (자연계열)

[문제 2] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 실수 a, b, c에 대하여 $b \le c$이면 $a+b \le a+c$이다.

(나) $a > 0$, $b > 0$일 때, $a > b \Leftrightarrow a^2 > b^2$ 이다.

(다) 임의의 자연수 n에 대하여 부등식 $k^2 \le n < (k+1)^2$을 만족하는 자연수 k가 유일하게 존재한다.

(※) 자연수 n에 대하여 k를 $k^2 \le n < (k+1)^2$을 만족하는 자연수라 하고, $r = n - k^2$이라 하자.

(2-1) 부등식 $\sqrt{n} \le k + \dfrac{r}{2k} \le \sqrt{n+1}$이 성립함을 보이시오. (10점)

(2-2) 부등식 $\sqrt{n} \le k + \dfrac{r+1}{2(k+1)} \le \sqrt{n+1}$이 성립함을 보이시오. (10점)

(2-3) 임의의 자연수 n에 대하여 다음 부등식을 만족하는 자연수 p, q가 존재함을 보이시오. (10점)

$$\sqrt{n} \le \frac{p}{q} \le \sqrt{n+1} \qquad (\text{단, } \ q \le \sqrt{n}+1)$$

논술고사 (자연계열)

[문제 3] (40점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이고, 두 극한값 $\lim_{x\to a+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, $\lim_{x\to a-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$이 존재하고 두 값이 같은 경우 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하다. 그렇지 않은 경우 $f(x)$는 $x=a$에서 미분가능하지 않다. 예를 들어, $f(x)=|x|$는 $x>0$일 때 $f(x)=x$이고 $x<0$일 때 $f(x)=-x$이다. 이때, $\lim_{x\to 0+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=1$이고 $\lim_{x\to 0-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=-1$이므로, $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하지 않다.

(나) 좌표공간에서 중심이 $C(a,b,c)$이고 반지름의 길이가 r인 구의 방정식은

$$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2$$

이다. 구의 중심이 아닌 점 P에 대하여, 구 위의 점 중에서 P와의 거리가 가장 가까운 것과 가장 먼 것은 모두 직선 PC 위에 있다.

(다) (삼수선의 정리) 평면 α 위에 있지 않은 한 점 P, 평면 α 위의 점 Q를 지나지 않는 α 위의 한 직선 l, 직선 l위의 한 점 H에 대하여, 직선 PQ가 α와 수직이고 직선 QH가 l과 수직이면 직선 PH는 l과 수직이다.

(※) 좌표공간에서 k가 실수일 때, 각각의 실수 t에 대하여 점 $(t,kt,0)$과 집합

$$\{(x,y,z)\,|\,x^2+(y-2)^2+(z-5)^2\le 1\}\cup\{(x,y,z)\,|\,(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2\le 1\}$$

에 속하는 점과의 거리 중에서 가장 작은 값을 $f(t)$, 가장 큰 값을 $g(t)$라 하자.

(3-1) $k=0$일 때, 함수 $f(t)$가 미분가능하지 않은 t의 값을 찾고 그 이유를 설명하시오. (10점)

(3-2) 점 $A(a,b,c)$에서 직선 $l:\ y=kx,\ z=0$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 AH의 길이를 a,b,c,k의 식으로 나타내시오. (10점)

(3-3) $k=1$일 때, 함수 $h(t)=f(t)+g(t)$의 최솟값을 구하시오. (10점)

(3-4) 함수 $h(t)=f(t)+g(t)$의 최솟값이 가장 작게 되도록 하는 k의 값을 구하시오. (10점)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>

<연 습 장>

<연 습 장>