2019학년도 수시모집

논술고사 문제지(오전)

(자연계열) : 120분

모집단위		전형유형	논술우수자
수험번호		성　　명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 100점 만점입니다.
2. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
3. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
4. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정 테이프, 지우개 사용 가능, 수정액 불가).
5. **답안은 반드시 해당 문항의 답란에 작성하고, 답란 밖에는 작성하지 마시오.**

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답란이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
2. 풀이과정이나 설명 없이 간략히 답만 쓰면 0점 처리됩니다.
3. 풀이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있습니다.

인하대학교
INHA UNIVERSITY

논술고사 (자연계열)

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 좌표평면 위의 두 점 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$ 사이의 거리는 다음과 같다.

$$\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

(나) 서로 다른 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)를 지나는 직선의 방정식은 다음과 같다.

$$x_1 \neq x_2 \text{ 일 때, } y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$x_1 = x_2 \text{ 일 때, } x = x_1$$

(다) $a \geq b > 0$ 이고 $c \geq d > 0$이면 $ac \geq bd$이다.

(※) 좌표평면에서 자연수 n에 대하여 곡선 $y = \sqrt{x}$ $(x \geq 0)$ 위의 점 A_n이

$$\overline{OA_n} = \frac{1}{n^2}$$

을 만족할 때, A_n의 x좌표를 a_n이라 하자. 두 점 A_n과 $\left(0, \frac{1}{n^2}\right)$을 지나는 직선의 x절편을 b_n이라 하자. (단, O는 원점이다.)

(1-1) 극한값 $\lim_{n \to \infty} n^4 a_n$을 구하시오. (10점)

(1-2) 극한값 $\lim_{n \to \infty} b_n$을 구하시오. (10점)

(1-3) 모든 자연수 n에 대하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오. (10점)

$$(n+2)\, a_{n+1} \leq (n+1)\, a_n$$

논술고사 (자연계열)

[문제 2] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$, $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$가 이루는 각의 크기를 θ $(0 \le \theta \le \pi)$라고 할 때,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

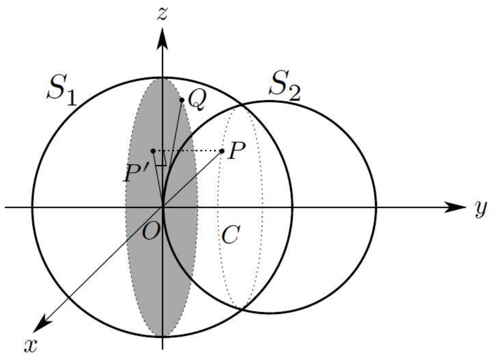
(나) 세 벡터 $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$에 대하여 다음이 성립한다.

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2, \quad \vec{a} \cdot (\vec{b}+\vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

(※) 아래 그림과 같이 두 개의 구

$$S_1 : x^2+y^2+z^2=r^2 \ (0<r<2), \quad S_2 : x^2+(y-1)^2+z^2=1$$

이 만나서 생기는 원을 C라 하자. 원 C 위의 점 P에서 zx평면에 내린 수선의 발을 P'이라 하고 원 $x^2+z^2=r^2, y=0$ 위의 점을 Q라 하자. (단, O는 원점이다.)



(2-1) $\overrightarrow{OQ}=k\overrightarrow{OP'}$일 때, k의 값을 r에 대한 식으로 나타내시오. (10점)

(2-2) 점 $A(0,4,0)$에 대하여, $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ} - |\overrightarrow{PQ}|^2$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 r에 대한 식으로 나타내시오. (10점)

(2-3) 실수 r $(0<r<2)$에 대하여, 사면체 $OPQP'$의 최대 부피를 $V(r)$이라 하자. (15점)

(a) $V(r)$이 최대가 되는 r의 값을 구하시오.

(b) $V(r)$이 최대일 때, 세 점 O,P,Q를 포함하는 평면과 zx평면이 이루는 각 α에 대하여 $\sin\alpha$의 값을 구하시오.

논술고사 (자연계열)

[문제 3] (35점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 첫째항이 a, 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은 $a_n = ar^{n-1}$이다. $r \neq 1$일 때, 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합은 $\dfrac{a(r^n-1)}{r-1}$이다.

(나) (사이값 정리) 구간 $[a,b]$ 위의 두 연속함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 $f(a) < g(a)$이고 $f(b) > g(b)$이면, $f(c) = g(c)$인 c가 구간 (a,b)에 반드시 존재한다.

(※) 수열 $\{a_n\}$과 $\{x | x \geq 0\}$에서 정의된 연속함수 $f(x)$는 다음 조건을 만족한다.

(1) 구간 $[0,1]$에서 $f(x) = x$이다.

(2) $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 구간 $[a_n, a_{n+1}]$에서 함수 $f(x)$의 그래프는 기울기가 $(-1)^n$인 직선의 일부이다.

(3) 모든 자연수 n에 대하여 $f(a_{n+1}) = -2f(a_n)$이다.

(3-1) 수열 $\{a_n\}$의 5번째 항 a_5의 값을 구하시오. (5점)

(3-2) $f(x) = 0$을 만족하는 x $(x > 0)$의 값을 작은 것부터 순서대로 $x_1, x_2, x_3, \ldots$이라고 할 때, x_{10}의 값을 구하시오. (5점)

(3-3) $\displaystyle\int_0^{\alpha} f(t)\,dt = 1000$인 가장 작은 양수 α의 값이 구간 (a_k, a_{k+1})에 속할 때, k의 값을 구하시오. (10점)

(3-4) $|m| \leq \dfrac{1}{10}$인 실수 m에 대하여, $\displaystyle\int_0^{x} (f(t) - mt)\,dt = 0$을 만족하는 양수 x의 값이 무한히 많음을 보이시오. (15점)

<연 습 장>

<연 습 장>

<연 습 장>

<연 습 장>

논술고사 (자연계열)

<연 습 장>