

논술고사 문제지

(수학과학) : 120분

모집단위		전형유형	수학과학우수자
수험번호		성명	

■ 일반 유의사항

1. 시험시간은 120분, 배점은 수학이 60점, 과학이 40점입니다. 단, 수학은 필수이며 과학은 물리(20점), 화학(20점), 생명과학(20점) 중에서 2과목 선택입니다.
2. 각 문항의 답안은 반드시 해당 답안 공간에 작성하시오.
3. 답안을 구상할 때 문제지의 여백이나 또는 문제지 내의 연습장을 사용하시오.
4. 답안을 작성할 때 반드시 흑색 필기구만을 사용하시오(연필, 샤프 사용 가능, 사인펜 불가).
5. 답안을 정정할 때 두 줄을 긋고 정정하시오(수정액, 수정 테이프, 지우개 사용 가능).

※ 답안지는 절대 교체할 수 없습니다.

■ 답안 작성 유의사항

1. 제목은 쓰지 말고, 문제 번호를 명시한 후 답안을 작성하시오.
2. 제시된 분량을 지키시오.
3. 제시문의 문장을 그대로 옮기지 마시오.
4. 수험번호, 성명 등 신상에 관련된 사항을 답안 공간이나 답안지의 여백에 드러내지 마시오.
5. 플이의 과정을 순차적으로 서술하되, 필요한 경우에 수식 및 그림을 사용할 수 있으며, 수식은 반드시 문장 속에 포함 시키시오.



인하대학교
INHA UNIVERSITY

논술고사 (수학과학우수자)

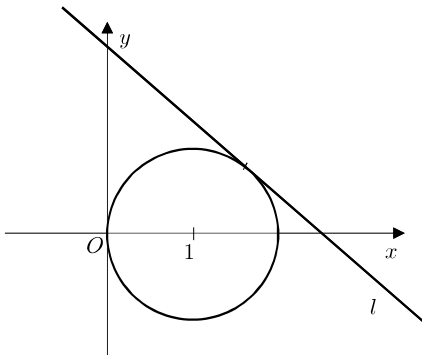
수학 필수 : 60점

[문제 1] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

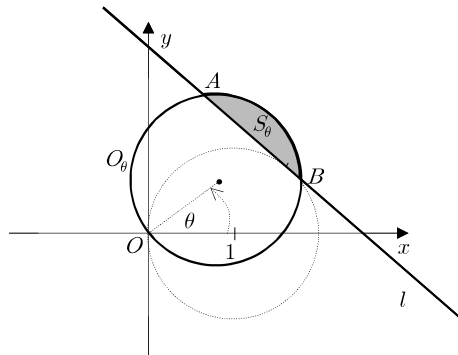
(가) 한 점 P 와 직선 l 사이의 거리는 점 P 에서 직선 l 에 내린 수선의 길이를 말한다. 점 $P(x_1, y_1)$ 과 점 P 를 지나지 않는 직선 $l : ax+by+c=0$ 사이의 거리는 $\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$ 으로 주어진다.

(나) 삼각함수의 미분법에서 기본이 되는 삼각함수의 극한 정리는 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 이다. 이 정리를 이용하면 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{x} = 0$ 을 얻는다.

(※) [그림 1]과 같이 기울기가 m ($m < 0$)인 직선 l 이 원 $(x-1)^2+y^2=1$ 과 제1사분면에서 접한다. 이 원을 [그림 2]와 같이 원점을 중심으로 θ 만큼 회전한 원을 O_θ 라 하자. 직선 l 이 원 O_θ 와 두 점에서 만날 때 만나는 점을 A, B 라 하자.



[그림 1]



[그림 2]

(1-1) [그림 1]에서 직선 l 의 y 절편을 m 의 식으로 나타내시오. (5점)

(1-2) [그림 2]와 같이 선분 AB 와 호 \widehat{AB} 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_θ 라 하자. 각 θ 가 변함에 따라 S_θ 가 최대가 되는 θ 의 값을 α 라 할 때, $\tan \alpha$ 의 값을 m 의 식으로 나타내시오. (10점)

(1-3) [그림 2]에서 선분 AB 의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\{f(\theta)\}^2}{\theta}$ 을 구하시오. (15점)

논술고사 (수학과학우수자)

[문제 2] (30점) 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오.

(가) 상수 a 를 포함하는 구간 $(\alpha, \beta) = \{x | \alpha < x < \beta\}$ 에서 정의된 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $F(x) = \int_a^x f(t) dt$ 로 정의하면 $F(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하고 $F'(a) = f(a)$ 이다. 이를 미분계수의 정의를 이용하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x-a} \int_a^x f(t) dt = \lim_{x \rightarrow a} \frac{F(x) - F(a)}{x-a} = F'(a) = f(a)$$

(나) 구간 $[a, b] = \{x | a \leq x \leq b\}$ 에서 정의된 연속함수 $g(x), h(x)$ 가 $g(x) \leq h(x)$ ($a \leq x \leq b$)를 만족할 때 두 곡선 $y=g(x), y=h(x)$ 및 두 직선 $x=a, x=b$ 로 둘러싸인 영역의 넓이는 $\int_a^b (h(x) - g(x)) dx$ 이다. 그런데

$$0 \leq \int_a^b (h(x) - g(x)) dx = \int_a^b h(x) dx - \int_a^b g(x) dx$$

이므로, 아래의 부등식을 얻는다.

$$\int_a^b g(x) dx \leq \int_a^b h(x) dx$$

(※) 함수 $f(x) = xe^x$ 에 대하여 점 $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ 이 아래의 두 조건을 만족한다고 하자.

(a) $0 = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = 2$

(b) $\int_{x_{k-1}}^{x_k} f(x) dx = \frac{1}{n} \int_0^2 f(x) dx \quad (k=1, 2, \dots, n)$

(2-1) $\int_0^2 f(x) dx$ 의 값을 구하시오. (5점)

(2-2) 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} n(x_n - x_{n-1})$ 의 값을 구하시오. (10점)

(2-3) 상수 α 에 대하여 극한 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^\alpha(x_n - x_{n-1})}{x_1 - x_0}$ 의 값 L 은 양의 실수이다.

$0 \leq x \leq x_1$ 일 때 $1 \leq e^x \leq e^{x_1}$ 임을 이용하여 α 의 값과 극한값 L 을 각각 구하시오. (15점)