

논술고사 (수학과학우수자)

물리 선택 : 20점

※ 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

(가) 물체가 등속원운동을 할 때, 원운동의 중심 방향으로 일정한 크기의 힘이 작용한다. 이 힘을 구심력이라고 하며, 다음과 같이 표현된다.

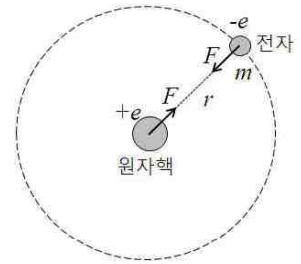
$$F = m \frac{v^2}{r}$$

여기서 m 은 물체의 질량, v 는 물체의 속도, r 은 원운동의 반지름을 나타낸다. 원운동의 주기를 T 라고 하면 $T = \frac{2\pi r}{v}$ 의 관계가 있다.

러더퍼드의 원자 모형에 따르면 [그림 1]에서와 같이 전자는 원자핵 주위를 등속원운동하고 있다. 수소 원자의 경우 원자핵의 전하량은 $+e$ 이고 전자의 전하량은 $-e$ 이므로 두 전자 사이에는 서로 끌어당기는 전기력이 작용하게 된다. 이 전기력의 크기는 쿨롱의 법칙에 의해서 다음과 같이 주어진다.

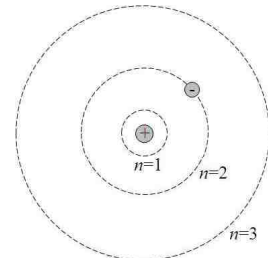
$$F = k \frac{e^2}{r^2}$$

여기서 k 는 상수로서 진공에서의 값은 $8.99 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ 이다. 수소 원자에서는 이 전기력이 원운동의 구심력 역할을 하게 된다. 이러한 러더퍼드의 원자 모형은 마치 행성이 태양 주위를 돌고 있는 상황과 비슷하므로, 이 경우에도 케플러의 법칙과 같이 주기의 제곱이 반지름의 세제곱에 비례하게 된다.



[그림 1]

(나) 보어는 전자가 원자핵 주위에 아무 곳에서도 존재하는 것이 아니라 특정한 에너지를 가진 궤도에서만 원운동을 할 수 있다는 원자 모형을 제시하였다. [그림 2]에서와 같이 전자의 궤도는 원자핵에서 가장 가까운 것부터 $n=1, 2, 3, \dots$ 인 궤도라 부르며, 정수 n 을 양자수라고 한다. 보어의 모델에 의하면 이와 같이 양자화 되어 있는 전자의 궤도에서 원주의 길이는 $\frac{h}{mv}$ 의 정수배가 된다. 여기서 m 는 전자의 질량, v 는 속력이고, h 는 플랑크 상수로서 $6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ 의 값을 갖는다. 즉, 양자수가 n 인 궤도의 반지름을 r_n 이라고 하면, 보어의 양자화 조건은 $2\pi r_n = \frac{nh}{mv}$ 로 표현된다.



[그림 2]

(다) 제시문 (나)의 양자화 조건을 활용해서 수소 원자에서 전자의 에너지를 계산하면 양자수가 n 인 궤도에서 에너지 E_n 을 계산할 수 있고, 다음과 같이 n 의 제곱에 반비례함을 보일 수 있다.

$$E_n = -\frac{A}{n^2}$$

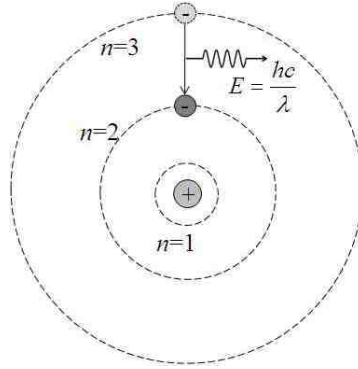
여기서 A 는 $n=1$ 인 바닥상태에서 에너지의 크기로서 그 값은 13.6 eV 이다. E_n 의 부호가 $(-)$ 인 것은 전자가 원자핵에 구속되어 운동하고 있음을 의미한다. 전자가 양자수 m 인 궤도에서 양자수 n 인 궤도로 전이하는 경우에 방출되거나 흡수되는 빛의 에너지 E 는 다음과 같다.

$$E = |E_m - E_n| \quad (m < n \text{ 이면 흡수, } m > n \text{ 이면 방출})$$

이 때, 빛의 에너지는 $E = \frac{hc}{\lambda}$ 로 표현할 수 있는데, 여기서 c 는 빛의 속력이고 λ 는 빛의 파장이다.

논술고사 (수학과학우수자)

(※) 아래 그림과 같이 수소 원자에서 전자가 $n = 3$ 인 상태에서 $n = 2$ 인 상태로 전이하면서 빛을 방출하였다. 전자의 질량은 m , 전하량의 크기는 e 이다. 이 때, 다음 질문들에 답하시오. (단, 만유인력의 영향은 무시한다.)



[문제 1] 제시문 (다)를 참조하여 이 전이 과정에서 방출되는 빛의 파장을 A, h, c 를 활용하여 나타내시오. (6점)

[문제 2] 제시문 (가)의 식들을 이용하여 수소 원자의 전자의 원운동에서 주기의 제곱이 반지름의 세제곱에 비례함을 보이시오. (6점)

[문제 3] 제시문 (가)의 식들과 보어의 양자화 조건을 이용하여 두 궤도의 반지름의 차이, $r_3 - r_2$ 를 k, h, m, e 를 활용하여 나타내시오. (8점)