

2015학년도 수시 모집 수학과학우수자 논술고사 출제 의도 및 해설

[물리] (20점)

1. 출제의도

고등학교 『물리 I』 교과서의 ‘물질과 전자기장’ 단원에서 다루고 있는 두 전하 사이에 작용하는 전기력과 수소 원자의 모델, 원자에서 빛의 흡수와 방출에 대한 내용을 소재로 하여 문제를 출제하였다. 본 문제를 통해 제시문에서 설명한 내용들에 대한 이해를 바탕으로 융복합적인 물리학적 문제에 대한 해결 능력을 평가하고자 하였다. 제시문에서는 등속원운동을 하는 물체에 작용하는 구심력, 수소 원자에서 원자핵과 전자 사이에 작용하는 전기력, 보어의 원자 모형, 원자에서 빛의 흡수와 방출 등에 대한 내용과 표현식을 자세히 기술하였다. 이들 내용에 대한 융합적인 사고를 바탕으로 수소 원자에서 전자 상태의 전이에 의해 빛이 방출되는 상황에서 방출되는 빛의 파장, 전자의 주기와 궤도 반지름 등의 문제를 해결할 수 있는 능력을 평가할 목적으로 출제하였다.

2. 주제 분석과 제시문 해설

(가) 주제 분석

수소 원자에서 전자가 원자핵 주위로 등속원운동을 하고 있는 상황에서 전자의 궤도 양자수가 3에서 2인 상태로 전이하면서 빛이 방출되는 상황을 설정하여, 방출되는 빛의 파장, 등속원운동하는 전자의 주기와 반지름의 관계, 전자가 전이하기 전과 후에 반지름의 차이를 구하는 문제를 주제로 하였다.

(나) 제시문 해설

제시문 (가)에서는 등속원운동을 하는 물체에 작용하는 구심력을 설명하고, 러더퍼드의 수소 원자 모델에서 원자핵의 주위를 전자가 회전할 때 두 전하 사이에서 작용하는 전기력이 구심력의 역할을 하게 됨을 설명하였다.

제시문 (나)에서는 보어의 수소 원자 모형을 구체적으로 설명하였다. 보어의 모델에 의해서 수소 원자에서 전자가 특정 궤도에서만 존재할 수 있음을 설명하고 이렇게 양자화된 궤도의 조건에 대한 표현식을 나타내었다.

제시문 (다)에서는 수소 원자에서 양자화된 전자의 에너지에 대한 표현식과 수소 원자에서 전자의 궤도가 전이할 때 흡수되거나 방출되는 빛의 에너지에 대한 표현식을 나타내었다. 제시문에는 구심력, 전기력, 보어의 양자화 조건, 전자의 양자화된 에너지, 빛의 에너지

등에 대한 표현식 등 문제 해결에 필요한 모든 관계식들을 나타냄으로써 다른 배경 지식 없이 제시문의 내용에 대한 충분한 이해만으로도 논제의 문제들을 모두 풀이할 수 있도록 하였다.

(다) 제시문 출처

고등학교 『물리 1』 교과서를 기초로 한 발췌 및 창작

3. 논제 해설

본 논제에서는 수소 원자에서 원자핵 주위를 원운동하고 있는 전자가 궤도 양자수 3인 상태에서 2인 상태로 전이를 할 때 빛이 방출되는 상황을 소재로 하였으며 3개의 문제로 구성되어 있다.

[문제 1]은 전자 궤도의 전이 과정에서 방출되는 빛의 파장을 구하는 문제이다.

[문제 2]는 전자의 주기와 반지름의 관계를 도출하여 주기의 제곱이 반지름의 세제곱에 비례하게 됨을 보이는 문제이다.

[문제 3]은 전자가 양자수 3인 상태에 있을 때의 궤도 반지름과 양자수 2인 상태에 있을 때의 궤도 반지름의 차이를 구하는 문제이다.

4. 평가 기준

- 전자의 양자화된 에너지와 방출되는 빛의 파장과의 관계를 논리적으로 추론할 수 있는 능력
- 원운동의 구심력과 전자-원자핵의 전기력, 원운동의 속력과 주기 등의 관계를 논리적으로 추론할 수 있는 능력
- 원운동의 구심력과 전자-원자핵의 전기력에 보어의 양자화 조건을 적용할 수 있는 능력
- 각각의 문제 해결을 위한 수학적 모델과 방정식을 제대로 세울 수 있는 능력
- 방정식을 바르게 풀어서 정답을 도출할 수 있는 능력

5. 예시 답안

[문제 1] (6점) $n = 3$ 인 상태의 에너지는 $E_3 = -\frac{A}{3^2} = -\frac{A}{9}$ 이고, $n = 2$ 인 상태의

에너지는 $E_2 = -\frac{A}{2^2} = -\frac{A}{4}$ 이다. 따라서 이 때 방출되는 광자의 에너지는

$$E = |E_3 - E_2| = \left| -\frac{A}{9} - \left(-\frac{A}{4}\right) \right| = \frac{5A}{36}$$

이다. 또한 $E_p = \frac{hc}{\lambda}$ 이므로 $\frac{hc}{\lambda} = \frac{5A}{36}$ 이 되어, 방출되는 빛의 파장은 $\lambda = \frac{36hc}{5A}$ 가 된다.

[문제 2] (6점) 제시문 (가)로부터 전자와 원자핵 사이의 전기력이 구심력 역할을 하게 되므로, $k\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ 이다. 이 식에 $v = \frac{2\pi r}{T}$ 를 대입하면,

$$k\frac{e^2}{r^2} = \frac{m}{r} \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{4\pi^2 m r}{T^2}$$

이 된다. 위 식을 정리하면 $T^2 = \frac{4\pi^2 m}{ke^2} r^3$ 이 되므로, 주기의 제곱이 궤도 반지름의 세제곱에 비례하게 된다.

[문제 3] (8점) 보어의 양자화 조건, $2\pi r_n = \frac{nh}{mv}$ 에서 $v = \frac{nh}{2\pi r_n m}$ 이다. $k\frac{e^2}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$ 에

$v = \frac{nh}{2\pi r_n m}$ 를 대입하면, $k\frac{e^2}{r_n^2} = \frac{m}{r_n} \left(\frac{nh}{2\pi r_n m}\right)^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m r_n^3}$ 이 된다. 이를 정리하면,

$r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2}$ 이 된다. 따라서

$n = 2$ 인 상태의 궤도 반경은 $r_2 = \frac{2^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2} = \frac{h^2}{\pi^2 m k e^2}$ 이고,

$n = 3$ 인 상태의 궤도 반경은 $r_3 = \frac{3^2 h^2}{4\pi^2 m k e^2} = \frac{9h^2}{4\pi^2 m k e^2}$ 이므로,

궤도 반경의 차이는 $r_3 - r_2 = \frac{9h^2}{4\pi^2 m k e^2} - \frac{h^2}{\pi^2 m k e^2} = \frac{5h^2}{4\pi^2 m k e^2}$ 이다.