한양대학교 2019학년도 신입학전형 수시 논술고사		
자 연 계	**출제 의도 및 평가 지침**	오후(1)-1번

1. 출제 의도 및 문제 해설

본 문제는 특정한 조건을 만족하는 다항함수를 찾는 문제로, 기본적으로 다항식의 나누기에 대한 성질, 그리고 항등식의 개념을 알고 있는 학생은 충분히 풀 수 있는 문제이다. 다만 단순히 답을 제시하는 것이 아니라, 정확한 논리적인 전개를 통해 명확한 답을 끌어내는지를 확인하는 것이 주요한 포인트이다. 전체적으로 고교 교육과정안에서 그 내용의 수학적 의미를 정확하게 파악하고 있는지, 이를 명확하게 기술할 수 있는지를 파악하고자한다.

예시답안>

1. 일차함수 $f(x)=bx+c\ (b\neq 0)$가 $(*)$를 만족한다면, 임의의 x,y에 대하여

$$\{f(xy)\}^2=(axy+b)^2=a^2x^2y^2+b^2+2abxy, \qquad f(x^2)f(y^2)=(ax^2+b)(ay^2+b)=a^2x^2y^2+abx^2+aby^2+b^2$$

이므로

$$a^2x^2y^2+b^2+2abxy=a^2x^2y^2+b^2+abx^2+aby^2.$$

따라서

$$0=ab(x^2+y^2-xy)=ab(x-y)^2$$

이고 $a\neq 0$이므로 $b=0$.

2. $g(x)=ax^k+f(x)$가 $(*)$를 만족한다면, 임의의 x,y에 대하여

$$\{g(xy)\}^2=\{a(xy)^k+f(xy)\}^2=a^2(xy)^{2k}+f(xy)^2+2a(xy)^kf(xy),$$

$$g(x^2)g(y^2)=(ax^{2k}+f(x^2))(ay^{2k}+f(y^2))=a^2(xy)^{2k}+f(x^2)f(y^2)+ay^{2k}f(x^2)+ax^{2k}f(y^2)$$

이고, $\{f(xy)\}^2=f(x^2)f(y^2)$이므로

$$2a(xy)^kf(xy)=ax^{2k}f(y^2)+ay^{2k}f(x^2).$$

다시 양변을 제곱하면

$$4a^2x^{2k}y^{2k}\{f(xy)\}^2=a^2x^{4k}f(y^2)^2+a^2y^{4k}f(x^2)^2+2a^2x^{2k}y^{2k}f(x^2)f(y^2)$$

이고, $\{f(xy)\}^2=f(x^2)f(y^2)$을 이용하여 정리하면

$$a^2\{x^{2k}f(y^2)-y^{2k}f(x^2)\}^2=0.$$

따라서, 임의의 x,y에 대하여

$$x^{2k}f(y^2)-y^{2k}f(x^2)=0.$$

한편, $f(x)$가 $(k-1)$차 함수이므로 $f(p)\neq 0$인 실수 p가 존재한다. 따라서 이 p와 임의의 y에 대해

$$p^kf(y^2)-y^{2k}f(p)=0.---------------(**)$$

하지만 $f(p)\neq 0$이어서 임의의 y에 대해 $(**)$는 성립할 수 없고, $(*)$를 만족하는 $g(x)$는 존재하지 않는다.

3. 임의의 y에 대하여 $f(0)^2=f(0)f(y^2)$이므로, 만약 $f(0)\neq 0$면 $f(y)=f(0)$. 한편, $f(x)$가 상수함수가 아니므로 $f(0)=0$임을 알 수 있다.

이제 $f(x)$를 k차 다항함수라 하자. $f(0)=0$이므로, 인수정리(나머지정리)에 의해 적당한 $(k-1)$차 다항함수 $g(x)$에 대해

$$f(x) = xg(x).$$

한편 임의의 x,y에 대하여 $\{f(xy)\}^2 = f(x^2)f(y^2)$이므로

$$(xy)^2\{g(xy)\}^2 = x^2g(x^2)y^2g(y^2) = (xy)^2g(x^2)g(y^2)$$

따라서 $(k-1)$차 다항함수 $g(x)$ 역시 $(*)$를 만족한다. 다시 $g(x)$가 상수함수가 아니므로 $g(0)=0$임을 알 수 있다. 따라서 $g(x)$ 역시 x를 약수로 가짐을 알 수 있다. 결국 위의 방법을 반복하면

$$f(x) = ax^k\,(a \neq 0).$$

한편 $a = f(1) = 2019$이므로

$$f(x) = 2019x^k.$$

2. 종합 평가 기준

문항	배점	세부 평가 기준	세부 배점
1	20	제시문의 조건을 만족하는 1차함수를 잘 찾았는가?	20
2	40	항등식의 성질과 제시문의 성질로부터 만족하는 함수가 존재하지 않음을 잘 보였는가?	40
3	40	$f(x)$가 상수함수가 아니라는 사실을 이용하여 $f(0)=0$임을 보였는가?	10
		인수정리와 제시문의 조건을 이용하여 모든 $f(x)$를 찾았는가?	30

한양대학교 2019학년도 신입학전형 수시 논술고사

자 연 계	출제 의도 및 평가 지침	오후(1)-2번

1. 출제 의도 및 문제 해설

고등학교 교육과정을 정상적으로 이수한 학생은 누구나 해결할 수 있는 문제를 고등학교 교과과정의 범위에서 출제하였다. 특히, 수학의 개념, 원리, 법칙을 정확히 이해하고, 제시문으로 주어진 상황을 정확히 파악하여 수학적 사고력을 바탕으로 문제를 해결할 수 있는 능력을 측정하는데 주안점을 두고 출제를 하였다.

문항 1은 주어진 제시문에서 읽고 이항정리를 활용하여 해결하는 문제이다. 문항 2는 문항 1의 결과를 바탕으로 문제해결을 위해 이항정리를 반복적으로 활용하여 해결하는 문제이다. 두 문항 모두 제시문의 상황을 정확히 파악하고 이항정리의 개념을 명확히 이해해서 활용할 수 있는지를 평가하는 문제이다. 문항 3은 주어진 상황을 파악하고 이에 맞는 독립시행의 확률을 계산하는 문제이다.

2. 종합 평가 기준

문항	배점	세부 평가 기준	세부 배점
1	30	제시문의 상황을 파악하여 연필의 최소개수를 식으로 표현하였다.	10
		연필의 최소개수를 구하였다.	20
2	40	제시문의 상황을 파악하여 공책의 최소개수를 식으로 표현하였다.	10
		공책의 최소개수를 구하였다.	30
3	30	한번 방문 시 파란색 공책을 매번 2권 이상씩 받을 확률을 계산하였다.	20
		6번 모두 방문할 때의 확률을 계산하였다.	10

3. 출제 근거

순열과 조합 - 고등학교 확률과 통계 p11~p51 (비상교육, 김원경 외 11인)

　　이항정리 p40~p42

확률 - 고등학교 확률과 통계 p57~p87 (비상교육, 김원경 외 11인)

　　독립시행의 확률 p79~p80