

[문제 2번] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 집합 $X = \{2, 4, 8, 16, 2^a\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow X$ 는 $f(2) < f(4) < f(8)$ 을 만족하고
치역의 원소의 개수가 3인 함수이다. 단, a 는 1 또는 5이다.

<나> 집합 $Y = \{-2, -1, 0, 1, 2, b\}$ 이다. 단, b 는 1 또는 5이다.

1. 방정식 $\log_2 x + \log_2 y + \log_2 z + \log_2 w = 8$ 을 만족시키는 $x, y, z, w \in X$ 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 구하시오.
2. 제시문 <가>를 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오.
3. 실수 $b = 1$ 일 경우 함수 $g: Y \rightarrow Y$ 가 $g(-2) \times g(-1) \times g(0) \times g(1) \times g(2) = 4$ 를 만족시킬 확률을 구하시오.
4. 실수 $b = 5$ 일 경우 함수 $g: Y \rightarrow Y$ 가 $g(-2) \times g(-1) \times g(0) \times g(1) \times g(2) \times g(b) = -20$ 을 만족시킬 확률을 구하시오.