한양대학교 2017학년도 신입학전형 수시		
상 경 계	**모 의 논 술 예 시 답 안**	2번

1. (i) $c=0$인 경우

$a+\int_b^x f(ct)dt = a+\int_b^x f(0)dt = a+f(0)(x-b) = x^n$이므로

$n=1$, $f(0)=1$, $a=b$이고 다항함수 $f(x)=1+g(x)$, (단, $g(x)$는 $g(0)=0$인 다항함수이다.)

(ii) $c\neq 0$인 경우

정적분과 미분의 관계에 의하여

$f(cx)=nx^{n-1}$이고 $x=b$라 두면 $a=b^n$이다. $f(x)=n\,c^{1-n}x^{n-1}$이다.

$$f(x)=\begin{cases} 1+g(x) & (\text{단, } g(x)\text{는 } g(0)=0\text{인 다항함수, } n=1,\ a=b) \quad (c=0\text{일 때}) \\ n\,c^{1-n}x^{n-1} & (\text{단, } a=b^n) \quad (c\neq 0\text{일 때}) \end{cases}$$이다.

2. (i) $c=0$인 경우

$a+\int_b^x f(ct^k)dt = a+\int_b^x f(0)dt = a+f(0)(x-b) = x^n$이므로

$n=1$, $f(0)=1$, $a=b$이고 다항함수 $f(x)=1+g(x)$, (단, $g(x)$는 $g(0)=0$인 다항함수이다.)

(ii) $c\neq 0$인 경우

준식의 양변을 미분하면 정적분과 미분의 관계에 의하여 $f(cx^k)=nx^{n-1}$ 이다.

$cx^k=t$ 로 치환하면 $x=\left(\frac{t}{c}\right)^{\frac{1}{k}}$ 이고, $f(t)=n\left(\frac{t}{c}\right)^{\frac{n-1}{k}}=n\,c^{\frac{1-n}{k}}x^{\frac{n-1}{k}}$

$x=b$라 두면 $a=b^n$이고 $n-1=kl$ (단, l은 자연수)로 되어져야 하며 $f(x)=n\,c^{\frac{1-n}{k}}x^{\frac{n-1}{k}}$ 이다.

$$f(x)=\begin{cases} 1+g(x) & (\text{단, } g(x)\text{는 } g(0)=0\text{인 다항함수, } n=1,\ a=b) \quad (c=0\text{일 때}) \\ n\,c^{\frac{1-n}{k}}x^{\frac{n-1}{k}} & (\text{단, } a=b^n,\ n-1\text{은 } k\text{의 배수}) \quad (c\neq 0\text{일 때}) \end{cases}$$이다.

3. (i) $c=0$인 경우

$a+\int_b^x f(ct)dt = a+\int_b^x f(0)dt = a+f(0)(x-b) = \sum_{j=1}^{n} a_j x^{jn}$이므로

$n=1$, $f(0)=a_1$, $a=f(0)b=a_1 b$이고 다항함수 $f(x)=a_1+g(x)$, (단, $g(x)$는 $g(0)=0$인 다항함수이다.)

(ii) $c\neq 0$인 경우

정적분과 미분의 관계에 의하여

$f(cx)=\sum_{j=1}^{n} jna_j x^{jn-1}$이고 $x=b$라 두면 $a=\sum_{j=1}^{n} a_j b^{jn}$이다.

그리고 $f(x)=\sum_{j=1}^{n} jna_j\, c^{1-jn}x^{jn-1}$이다.

$$f(x)=\begin{cases} a_1+g(x) & (\text{단, } g(x)\text{는 } g(0)=0\text{인 다항함수, } n=1,\ a=a_1 b) \quad (c=0\text{일 때}) \\ \sum_{j=1}^{n} jna_j\, c^{1-jn}x^{jn-1} & (\text{단, } a=\sum_{j=1}^{n} a_j b^{jn}) \quad (c\neq 0\text{일 때}) \end{cases}$$이다.

4. (i) $c=0$인 경우

$a+\int_b^x f(ct^k)dt = a+\int_b^x f(0)dt = a+f(0)(x-b) = \sum_{j=1}^{n} a_j x^{jn}$이므로

$n=1$, $f(0)=a_1$, $a=f(0)b=a_1 b$이고 다항함수 $f(x)=a_1+g(x)$, (단, $g(x)$는 $g(0)=0$인 다항함수이다.)

(ii) $c\neq 0$인 경우

정적분과 미분의 관계에 의하여

$f(cx^k)=\sum_{j=1}^{n} jna_j x^{jn-1}$이고 $x=b$라 두면 $a=\sum_{j=1}^{n} a_j b^{jn}$이다.

그리고 $f(x)=\sum_{j=1}^{n} jna_j c^{\frac{1-jn}{k}} x^{\frac{jn-1}{k}}$ (단, $jn-1$이 k의 배수가 아닌 경우 $a_j=0$) 이다.

$$f(x)=\begin{cases} a_1+g(x) & (\text{단, } g(x)\text{는 } g(0)=0\text{인 다항함수, } n=1,\ a=a_1 b) \quad (c=0\text{일 때}) \\ \sum_{j=1}^{n} jna_j c^{\frac{1-jn}{k}} x^{\frac{jn-1}{k}} & (\text{단, } a=\sum_{j=1}^{n} a_j b^{jn},\ jn-1\text{ 이 의 } k\text{ 배수가 아닌 경우 } a_j=0) \quad (c\neq 0\text{일 때}) \end{cases}$$ 이다.