

한양대학교 2015학년도 신입학전형 수시  
논술예시답안

상 경 계

2번

1.  $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2015}$

$$= (A + A^2 + A^3) + \dots + (A^{2011} + A^{2012} + A^{2013}) + A^{2014} + A^{2015}$$

그런데  $(A^2 + A + E)(A - E) = A^3 - E = O$ 에서  $A^3 = E$ .

$$\text{따라서 } A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2015} = A(E + A + A^2) + \dots + A^{2011}(E + A + A^2) + A + A^2$$

$$= A^2 + A = -E$$

그러므로, 모든 성분의 합은  $-2$ .

2.  $A + 2A^2 + 4A^3 + \dots + 2^{2014}A^{2015} = C \dots \textcircled{1}$

이 식의 양변에  $2A$ 를 왼쪽에서 곱하면

$$2A^2 + 2^2A^3 + \dots + 2^{2014}A^{2015} + 2^{2015}A^{2016} = 2AC \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 에서  $\textcircled{1}$ 을 빼면

$$2^{2015}A^{2016} - A = 2AC - C$$

$$2^{2015}A^{2016} = A - C + 2AC$$

그런데  $A^3 = E$ 이므로  $A^{2016} = E$ .

그러므로  $A - C + 2AC = 2^{2015}E$ 이고 모든 성분의 합은  $2^{2016}$ .

3.  $AB + A = E \dots \textcircled{1}$

에서  $A(B + E) = E$

그러므로  $(B + E)A = E \dots \textcircled{2}$

즉,  $BA + A = E \dots \textcircled{3}$

$\textcircled{1}$ ,  $\textcircled{3}$ 에서  $AB = BA$

그러므로  $\textcircled{1}$ 에서  $BA = AB = -A + E$

또한  $\textcircled{2}$ 에서  $A^{-1} = B + E$

따라서  $A^{-1} - BA = (B + E) - (-A + E) = A + B$  그러므로  $a = b = 1$ .

또한  $A^{-1} - BA = A + B$ 에서,  $A^{-1} = BA + A + B$

그러므로  $(BA + A + B)^{2015}A^{2016} + A^{2015}$

$$= (A^{-1})^{2015}A^{2016} + A^{2015}$$

$$= A + A^2 = -E$$

따라서, 모든 성분의 합은  $-2$ .