2018학년도 수시 논술 모의고사

논술고사 문제지 (자연계열Ⅱ)

소속고교		수험번호		성 명	

◆ 유 의 사 항 ◆

1. 시험 시간은 100분임.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 검은색 펜이나 연필로 작성할 것.
3. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항을 답안에는 드러내지 말 것.
4. 연습은 문제지 여백을 이용할 것.
5. 답안지 분량은 문항별 답안 길이에 맞추어져 있으므로, 반드시 해당 문항 답안지에만 작성할 것.

감독확인

이 화 여 자 대 학 교

1 자연수 m을 2018 이하의 짝수 중에서 선택하고, 자연수 n은 2018 이하의 3의 배수 중에서 선택할 때, 각 m, n에 대하여 삼차함수가 아래와 같이 주어져 있다.

$$f(x) = 2x^3 - 3(m+n)x^2 + 6(m^2 + n^2 - mn)x + 1$$

이때, $f'(x) = 0$이 실근을 갖도록 하는 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [20점]

2 임의의 양의 실수 x에 대하여 다음 물음에 답하시오. [40점]

(1) 정적분의 정의에 의해 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\frac{1}{x+1} < \int_{x}^{x+1} \frac{1}{t}\,dt < \frac{1}{x}$$

(2) 문제 (1)의 부등식을 이용하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\frac{1}{x+1} < \ln\left(1+\frac{1}{x}\right) < \frac{1}{x}$$

(3) 문제 (2)의 부등식을 이용하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

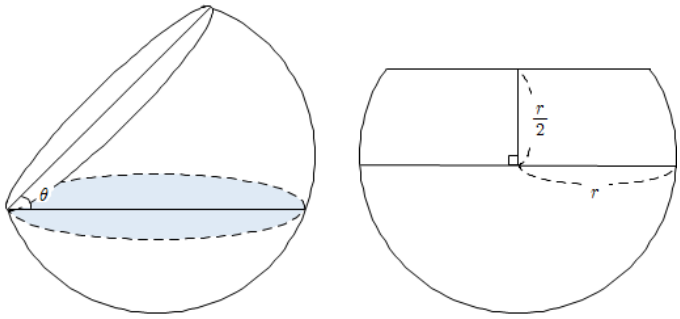
$$e^{\frac{x}{x+1}} < \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} < e$$

(4) 문제 (2)와 문제 (3)의 부등식을 이용하여 다음 부등식이 성립함을 보이시오.

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} < e < \left(1+\frac{1}{x}\right)^{x+1}$$

(5) 문제 (4)의 부등식을 이용하여 $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x} = e$임을 보이시오.

3 아래 그림과 같이 반지름의 길이가 r인 구에서 윗부분이 $\frac{r}{2}$인 위치가 잘린 모양의 그릇에 물이 가득 담겨 있다. 아래 왼쪽 그림과 같이 그릇을 θ의 각도로 기울였을 때, 그릇에 남아 있는 물의 부피를 $V(\theta)$라고 하자. 다음 물음에 답하시오. [40점]

(1) 그릇에 남아 있는 물의 부피 $V(\theta)$를 r과 θ의 식으로 나타내시오.

(2) 그릇에서 쏟아진 물의 부피 $W(\theta)$의 변화율 $\frac{dW}{d\theta}$가 최대가 되는 θ를 구하고, 이때까지 쏟아진 물의 부피를 구하시오.