

# 2014년 동국대학교 모의 논술고사 문제 해설(자연계)

## I. 출제의도

### [문제 1]

본 문제는 소득의 불평등 지수에 대한 통계적 자료의 분석을 통하여 미적분학과 통계이론 뿐만 아니라 수학적 모형의 이해와 수리적 논리와 종합적 분석 능력을 평가하고자 하였다.

본 문제에서 요구되는 능력은 사회과학의 통계용어를 수학적 용어로 이해하고 해석하는 능력과 미적분학을 이용하여 필요한 성질을 증명하고 계산하는 능력이다. 특히 고등학교 '수학 II'의 내용 중 함수의 미분, 그래프의 개형과 도함수, 2계도함수의 지식과 이해도 그리고 고등학교 '적분과 통계'의 확률분포 개념이 잘 정립되어 있어야 한다.

### [문제 2]

주요 에너지원으로 사용하고 있는 탄소유기화합물에 대해 소개하고 있다. 이러한 에너지원에서 발생하는 열량은 탄소화합물의 연소반응을 통해 얻어진다. 제시문에서는 이러한 연소 반응을 비롯한 여러 가지 산화환원 반응에 대해 소개하고 있다. 특히 생명체의 주요에너지원인 탄수화물과 지방에서 발생하는 열량의 차이를 이해하고, 이러한 반응이 탄소의 산화수 감소를 통한 산화반응임을 기술하고 있다. 이 문제를 통해 산화-환원 반응에 대한 제시문의 내용 이해 정도와 이를 바탕으로 다양한 생물학적 화학적 현상을 논리적으로 설명할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

### [문제 3]

본 문제에서는 고등학교 '화학' 및 '생명과학' 교과목 내용을 제시문으로 삼아 '물질의 화학 반응'에 대한 이해와 학습 정도를 파악하고, 실제 사례를 통한 문제해결 능력을 평가하고자 하였다.

물질은 '산화 반응'을 통해 산소 원자가 첨가되거나 수소 이온을 내놓게 되면 '산(acid)'이 된다. 산은 물질의 분해 반응에 깊이 관여하며, 산화 반응 자체도 물질의 분해 반응에 해당된다. 본 문제에서는 산화 반응 및 산의 특성을 이해하고, 산화 반응에 의한 물질 분해 메커니즘을 실제 사례에 적용해 설명할 수 있는지를 평가하고자 하였다.

### [문제 4]

본 문제는 고등학교 '정보와 통신'에 소개된 디지털 신호가 바코드와 QR코드를 비교 분석해 보는 과정에서 어떻게 활용될 수 있는지에 관한 문제해결능력을 평가하고자 하였다. 제시문에서는 디지털 신호의 의미와 형태, 바코드, QR코드, 센서의 분해능에 대한 기초자료를 소개하고 있다. 특히, 단순한 예제 계산을 통해 QR코드의 효율성을 생각해볼 수 있도록 하였다.

## II. 문제해설

### [문제 1]

로렌츠 곡선  $y=L(x)$ 는 소득이 하위  $x$ 에 해당하는 인구의 소득의 합계가 전체 소득에서 차지하는 비율의 함수이다. 따라서 로렌츠곡선의 도함수  $L'(x)$ 는 소득이 하위  $x$ 와  $x+\Delta x$ 에 들어가는 인구의 소득의 합이 전체소득에서 차지하는 비율을  $\Delta x$ 으로 나눈 후,  $\Delta x$ 를 0으로 보내는 극한값이다. 이것을 계산해 보면 도함수  $L'(x)$ 은 소득이 하위  $x$ 인 사람의 소득이 평균소득의 몇 배인가 하는 값이다. 따라서 도함수  $L'(x)$ 은 단조증가하고 로렌츠 곡선  $y=L(x)$ 는 아래로 볼록이다.

### [문제 2]

제시문 [가]와 [나]에서는 생명체에서 일어나는 탄수화물과 지방의 산화반응(연소)을 통해 발생하는 에너지에 대해 설명하고 있다. 제시문 [다]에서는 산화-환원 반응의 여러 가지 개념에 대해 기술하고 있으며, 이를 전자의 이동이나 산화수 차이를 통해 설명할 수 있음을 기술하고 있다. 각 탄소 화합물의 에너지원이 산화반응(연소반응)을 통해 발생하는 열량의 차이를 각 탄소화합물이 가지고 있는 탄소와 수소, 산소의 비율 및 탄소원자의 산화수 변화를 통해 설명할 수 있음을 기술해야 한다.

### [문제 3]

제시문 [가]는 '클레오파트라의 진주' 이야기를 소재로 산화 반응을 통한 진주의 분해 현상을 설명하고 있다.

제시문 [나]는 우리 몸에서 일어나는 '세포 호흡'의 개념을 설명하면서 세포 호흡을 통한 에너지 생산 및 저장 과정에서의 산화 반응을 설명하고 있다.

제시문 [다]는 '산화 반응에 의한 종이의 분해'를 설명하면서 서적의 손상 원인이 서적을 구성하고 있는 종이의 제조시 사용된 원료에 있음을 설명하고 있다.

제시문 [가]와 [나]에 포함되어 있는 화학 반응이 '산화 반응'임을 파악할 수 있어야 하며, 또한 제시문 [다]에서 언급하고 있는 산화반응 원인 물질이 명반, 즉  $Al_2(SO_4)_3$ 임을 인지하고 명반의 산화에 의해 결국 종이를 이루고 있는 펄프(천연 섬유소)가 분해됨을 설명할 수 있어야 한다.

### [문제 4]

제시문 [라]를 통해 2mm 분해능을 가지는 리더기는 2mm 이상 떨어진 코드만 구분해 인식 가능하므로 1cm당 5개 코드 값이 사용될 수 있음을 알 수 있다. 너비 20cm, 높이 1cm의 바코드는 가로 방향으로만 정보를 가질 경우 모두 100개의 코드 값까지 가질 수 있다. 또한 너비 2cm, 높이 2cm의 QR코드도 너비 방향으로 10개, 높이 방향으로 10개의 코드 값 행렬로 표현되어 총 100개의 코드 값까지 가질 수 있다. 결국 바코드와 QR코드 모두 동일한 간격으로 코드정보가 표현된다면 동일한 양의 정보를 가짐을 알 수 있다. 참고로 QR코드의 면적은  $4\text{cm}^2$

이고 바코드의 면적은  $20\text{cm}^2$  이므로, 바코드는 QR코드에 비해 이 경우 5배 많은 면적을 차지하게 된다.

제시문 [가]를 통해 디지털 정보는 0과 1로만 표현됨을 알 수 있고 제시문 [나]와 [다]를 통해 바코드와 QR코드는 검정색과 흰색으로만 표현됨을 알 수 있다. 이에 바코드와 QR코드 모두 단위코드 값은 1bit 저장용으로 사용가능하며 이 문제에서의 QR코드는 모두 100개까지 코드 값을 가지므로 총 100bit까지 저장가능하다. 따라서 하나의 디지털 정보가 8bit로 표현되는 경우 최대 12개( $100/8=12.5$ )의 디지털 정보가 저장가능하다는 결론을 얻을 수 있다.

## 2014학년도 동국대학교 모의 논술고사 예시 답안(자연계)

### [문제 1]

로렌츠 곡선  $y=L(x)$ 는 소득이 하위  $x$ 에 해당하는 인구의 소득의 합계가 전체 소득에서 차지하는 비율의 함수이다. 따라서 로렌츠곡선의 도함수  $L'(x)$ 는 소득이 하위  $x$ 와  $x+\Delta x$ 에 들어가는 인구의 소득의 합이 전체소득에서 차지하는 비율을  $\Delta x$ 으로 나눈 후,  $\Delta x$ 를 0으로 보내는 극한값이다. 즉,

$$L'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{L(x+\Delta x) - L(x)}{\Delta x}$$

이다. 따라서, 전체인구를  $P$ , 전체 소득의 합을  $I$ 라고 하면,

$$L'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(L(x+\Delta x) - L(x)) \cdot I}{\Delta x \cdot P} \cdot \frac{P}{I} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\text{소득이 } x \text{와 } x+\Delta x \text{사이인 인구의 소득}}{\text{소득이 } x \text{와 } x+\Delta x \text{사이인 인구}} \cdot \frac{P}{I}$$

이다. 인구가 매우 많다고 하면 근사적으로

$$L'(x) = \frac{\text{소득 하위 } x \text{인 사람의 소득}}{\text{평균소득}}$$

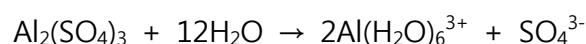
이다. 따라서, 로렌츠곡선의 도함수  $L'(x)$ 는 단조증가한다. 로렌츠 곡선이 2번 미분가능하고 직선인 구간을 포함하지 않는다고 했으므로  $L''(x) > 0$ 이다. 따라서 로렌츠 곡선은 아래로 볼록이다.

### [문제 2]

탄수화물은 탄소와 수소, 산소의 구성이 1:2:1의 비율이며, 수소의 산화수는 +1, 산소의 산화수는 -2이므로 탄소 산화수는 0이다. 지방의 주성분인 지방산은 산소의 함량이 적어 팔미산 경우, 탄소 산화수는 평균 -1.75 정도이다. 이러한 탄수화합물이 산화반응(연소)을 통해 에너지를 방출하고 발생하는 이산화탄소(CO<sub>2</sub>)의 탄소원자 산화수는 +4이다. 즉, 탄수화물과 지방의 산화반응을 통해 나오는 열량의 차이는 탄수화물과 지방의 산화반응(연소)시에 탄소원자의 산화수 차이에 기인함을 알 수 있다.

### [문제 3]

손상된 서적을 구성하는 종이는 습기에 강하고 잉크가 번지지 않도록 하기 위하여 제조 시 다량의 명반[Al<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub>]이 첨가된 것으로 밝혀졌다고 한다. 명반은 공기 중의 수분과 반응하여 알루미늄 이온[Al(H<sub>2</sub>O)<sub>6</sub><sup>3+</sup>]과 황산 이온[SO<sub>4</sub><sup>3-</sup>]으로 분해된다. 생성된 이온 성분은 산성 물질이므로 종이를 구성하는 주 원료인 펄프(천연 섬유소)와의 산화 반응을 통하여 결국 종이의 분해를 일으키는 원인 물질이 되며 이를 통해 서적의 손상을 야기하게 된다. 이에 반해 15~18세기에 제작된 고서적의 경우, 명반이 포함되지 않은 종이를 사용했기 때문에 손상되지 않고 보존 상태가 우수한 것이다.



#### [문제 4]

제시문 [라]를 통해 2mm 분해능을 가지는 리더기는 2mm 이상 떨어진 코드만 구분해 인식 가능하므로 1cm당 5개 코드 값이 사용될 수 있다. 너비 20cm, 높이 1cm의 바코드는 가로 방향으로만 정보를 가질 경우 ① 100개의 코드 값을 가지고, 너비 2cm, 높이 2cm의 QR코드 또한 너비 방향으로 10개, 높이 방향으로 10개의 코드 값 행렬로 표현되므로 총 ② 100개의 코드 값을 가진다. 따라서 이 경우 QR코드가 인쇄영역면적은 작지만 ③ 바코드와 QR코드 모두 같은 양의 정보를 포함하게 된다.

제시문 [가]를 통해 디지털 정보는 0과 1로만 표현되고 제시문 [나]와 [다]를 통해 바코드와 QR코드는 검정색과 흰색으로만 표현되므로, ④ 바코드와 QR코드 모두 단위코드에는 1bit가 포함될 수 있다. QR코드는 100개의 코드 값을 가지므로 100bit까지 가능하고, 따라서 하나의 디지털 정보가 8bit로 표현되는 경우 ⑤ 최대 12개까지 저장가능하다.