

본 문제해설에 대한 지적소유권은 동국대학교에 있습니다.
본교의 서면 허락없이 무단으로 출판, 게재, 사용할 수 없습니다.

동국대학교 2015학년도 신입생 모집 수시모집 논술고사 문제 해설(자연계)

I. 출제의도

[문제 1]

본 문제는 미적분학의 대표적인 응용으로 고등학교에서 배우는 평균속도와 순간속도, 위치와 속도, 가속도와 미적분의 관계, 평균값의 정리 등의 내용을 다루고 있다. 구간단속 등 일상생활에서 흔히 나타내는 평균속도를 소개하고 평균속도가 제한조건으로 주어진 상황에서 순간속도의 범위를 추정해 내는 문제로 주어진 여러 가지 제한 조건을 속도 함수에 대한 수식으로 해석하고 논리적 방법으로 문제를 풀어나가는 것이다. 단순히 답을 구하는 것을 떠나서 평균값의 정리 등을 이용하여 수학적으로 이론을 전개하고 어떻게 논리적으로 답을 얻는지 살펴봄으로써 제시문을 읽고 분석하는 능력을 살피고 수학적 논리와 풀이의 논리적으로 전개, 문제 해결 과정을 평가하고자 하였다. 고등학교 수학의 “수학II”의 미분계수와 도함수, 평균값의 정리, 속도와 가속도 부분과 고등학교 “적분과 통계”의 정적분, 속도와 거리 부분의 개념이 잘 정립되어 있어야 한다.

[문제 2]

물 분자의 물리적 화학적 특성은 공통과학, 화학1 및 생명과학1 등의 여러 부분에서 다루고 있는 주제로서 학생들에게 익숙한 내용이다. 제시문에서는 물 분자의 기본적인 구조와 분자 구조에 따른 물리적 화학적 특성에 대해 설명하고, 물의 응집력, 밀도, 비열, 기화열 등과 같은 화학적 특성이 생명체 내에서의 주요 기능과 관계됨을 소개하고 있다. 제시문 [가], [다]의 전자쌍 반발 이론을 통해 물 분자가 가지는 굽은 형태와 전기적 인력 차이에 따른 극성 분자 및 분자 간 수소결합에 대해 설명하고, 제시문 [나]에서 기술하는 물의 화학적 특성이 항상성 유지와 같은 생명 활동의 주요 기능에 관계됨을 이해하는 문제이다. 이 문제를 통해 물 분자 구조에 대한 물리 화학적 특성의 이해와 생명체의 주요 구성 성분으로서의 물의 기능적 특성에 대한 단순 지식 보다는 정확한 개념 이해도를 평가하고자 하였다.

[문제 3]

반도체는 물리1과 과학의 여러 부분에서 다루고 있는 주제로서 학생들에게 매우 친근한 내용이며, 교과서의 내용으로 되어 있는 제시문을 통해 발광 다이오드의 에너지 변환 원리를 이해하고 이를 태양전지에 응용하는 능력을 평가하는 문제이다. 먼저 보어의 원자모형을 소개하여 에너지의 양자화를 설명하고, 이를 결정에 적용하여 에너지의 흡수와 방출에 의한 전자와 양공의 흐름을 n형 반도체와 p형 반도체를 통하여 제시하였다. 두 에너지, 즉 전기와 빛 사이의 에너지 변환 원리를 찾는 문제로서 이해력과 논리적 사고력을 종합적으로 평가하는 문제이다.

II. 문제해설

[문제 1]

제시문의 내용은

가) 평균속도 = $\frac{\text{이동 거리}}{\text{통과 시간}}$

나) 평균값 정리 : $\frac{v(a)-v(b)}{a-b} = v'(c)$ 인 c 가 a 와 b 사이에 존재한다.

다) (시각 a 에서 b 까지 이동거리) = $\int_a^b v(t)dt$

이다. 문제의 제한조건은

- 1) 가속도의 절대값 $|a| \leq 2$ 이다. 즉 $|v'(t)| \leq 2$.
- 2) 처음 16 m 구간의 평균속도가 2 m/s이다.
- 3) 후진하지 않는다. 즉 $v(t) \geq 0$.

제시문의 내용을 이용한 문제 풀이의 사례를 정리하여 쓰면 다음과 같다.

a) 가)와 2)에 의하여 $\frac{16}{16m \text{ 지점 통과시각}} = 2$. 즉, (16 m 지점의 통과시각) = 8.

b) 다)와 a)에 의하여 $\int_0^8 v(t)dt = 16$.

c) 나)와 1)에 의하여 $t > 0$ 일 때, $\frac{v(t)-v(8)}{t-8} \leq 2$.

d) c)를 풀어쓰면 음수를 곱하면 부등식이 바뀌므로 $0 < t < 8$ 일 때, $v(t) \geq 2t - 16 + v(8)$.

e) c)를 풀어쓰면, $t > 8$ 일 때, $v(t) \leq 2t - 16 + v(8)$.

f) 3)과 b), d)에 의하여 ($t \geq 8 - v(8)/2$ 일 때, d)의 우변은 $2t - 16 - v(8) \geq 0$)

$$16 = \int_0^8 v(t)dt \geq \int_{8-v(8)/2}^8 (2t - 16 + v(8))dt = \frac{v(8)^2}{4}, \text{ 즉 } 0 \leq v(8) \leq 8.$$

g) b), e), f)에 의하여

$$\int_0^9 v(t)dt = \int_0^8 v(t)dt + \int_8^9 v(t)dt \leq 16 + \int_8^9 (2t - 16 + v(8))dt \leq 16 + \int_8^9 (2t - 8)dt = 25.$$

따라서 다)에 의하여 처음 9초 동안 이동한 거리는 25 m 이하이므로 25 m를 이동하는 데는 적어도 9초 이상 필요하다.

[문제 2]

물 분자의 구조적 특성과 생명체의 주요 구성 물질로서의 물의 특성, 분자의 기본 구조를 이루는 원리에 대해 제시문으로 다루었다. 공유 결합 분자의 기본적 모양, 물 분자의 물리적 화학적 특성, 생명체 내에서의 물의 기능적 특성 등이 물 분자의 기본 구조와 연관되어 있음을 설명해야 한다. 그리고 분자 구조와 전기적 인력의 차이로 인한 물 분자의 특성이 생명활동을 원활히 유지하는데 물이 필수적임을 이해하고, 특히 물의 높은 비열과 기화열이 생명체의 온도를 일정하게 유지하는 것과 관계됨을 설명해야 한다.

[문제 3]

발광 다이오드의 에너지 변환 원리를 이해하며 과학적 상식과 제시문에서 기술한 내용을 정리하여 비교 분석하는 능력을 측정하고자 한다.

제시문 [가]는 보어의 원자 모형에 따라 원자핵 주위의 전자는 특정한 에너지 준위에서만 원운동을 하며, 전자는 에너지 흡수 및 방출에 따라 에너지 준위 또는 궤도 이동을 한다. 이 때 에너지 준위의 차이는 진동수에 비례함을 설명하고 있다.

제시문 [나]는 원자가 모여 결정을 이루었을 때 나타나는 두 가지 에너지띠를 설명하고 있다. 이 두 가지 에너지띠는 원자가띠와 전도띠로 정의되며, 원자가띠에 있던 전자는 열에너지나 전기장으로부터의 띠타름보다 큰 에너지 흡수하면 전도띠로 전이되며, 이로 인한 전자와 양공의 생성을 설명하고 있다.

제시문 [다]는 순수한 반도체에 불순물을 섞은 p형 반도체와 n형 반도체를 소개하고, 이 두 반도체를 접촉시켜 형성된 p-n접합 다이오드에 전압을 제공함으로써 전자와 양공의 이동으로 인한 전류의 흐름을 설명하고 있다.

제시문 [라]는 전자가 전도띠로부터 원자가띠로 전이가 일어날 때 그 에너지 차이만큼 빛의 형태로 방출하는, 즉 전기에너지가 빛에너지로 변환되는 발광 다이오드의 원리를 설명하고 있다.

제시문을 바탕으로 발광 다이오드는 전자가 전도띠로부터 원자가띠로 전이가 일어날 때 그 에너지 차이만큼 빛의 형태로 방출하므로 전기에너지가 빛에너지로 전환되는 장치이며, 이 때 에너지 준위의 차이는 진동수에 비례함으로써, 반도체 종류에 따라 다양한 색깔의 빛을 방출한다는 원리를 얻게 된다. 반대로 태양전지는 태양으로부터 빛에너지를 흡수하여 원자가띠에 있던 전자가 전도띠로 전이되면서 원자가띠에 양공을 형성하고, 이렇게 생성된 전자와 양공은 전류를 제공하므로 빛에너지가 전기에너지로 전환하게 됨을 알 수 있다.

동국대학교 2015학년도 신입생 모집 수시모집 논술고사 예시 답안(자연계)

[문제 1]

$v(t)$ 를 시각 t 일 때 속도라고 하면 처음 16 m 구간의 평균속도가 2 m/s 이므로 출발한지 8초 후에 16 m 지점을 통과해야 한다. 따라서 $\int_0^8 v(t)dt = 16$ 이다. 가속도가 2 m/s^2 이하

이므로 평균값 정리에 의해 $\frac{v(t)-v(8)}{t-8} \leq 2$ ($t > 0$)이다. 따라서 $0 < t < 8$ 일 때,

$v(t) \geq 2t - 16 + v(8)$ 이고 $t > 8$ 일 때, $v(t) \leq 2t - 16 + v(8)$ 이다.

$v(t) \geq 0$ 을 가정하였으므로

$$16 = \int_0^8 v(t)dt \geq \int_{8-v(8)/2}^8 (2t - 16 + v(8))dt = \frac{v(8)^2}{4}.$$

따라서 $0 \leq v(8) \leq 8$ 이다. 또한,

$$\int_0^9 v(t)dt = \int_0^8 v(t)dt + \int_8^9 v(t)dt \leq 16 + \int_8^9 (2t - 16 + v(8))dt \leq 16 + \int_8^9 (2t - 8)dt = 25.$$

따라서 처음 9초 동안 이동한 거리는 25 m 이하이므로 25 m를 이동하는 데는 적어도 9초 이상 필요하다.

[문제 2]

물 분자의 구조는 중심원자인 산소(O)와 수소(H) 원자 사이에는 단일 공유 결합이 2개 존재한다. 산소 원자를 중심으로 공유 전자쌍이 2개, 비공유 전자쌍이 2개가 존재하여, 전체 전자쌍이 네 개 이므로 사면체 형태를 가진다. 즉, 산소 원자를 중심으로 수소 원자는 굽은 형태로 공유 결합을 이루게 된다. 산소 원자와 수소 원자의 전자를 당기는 힘(전기음성도)의 차이로 인해 부분적인 전하를 띠게 되는 극성 공유 결합을 가진다. 굽은 형태의 극성 공유 결합으로 (쌍극자 모멘트의 벡터의 합이 0이 아니므로) 물 분자는 극성 분자이다. 물 분자간 수소결합으로 인해 비열이 매우 커서 쉽게 데워지거나 식지 않는다. 즉 외부의 온도가 급격히 변하더라도 생명체의 온도는 비교적 일정하게 유지된다. 또한, 물은 분자간 수소결합을 끊고 액체에서 기체로 변화시키는 데 필요한 열량인 기화열이 매우 커서 증발할 때 몸의 열을 많이 빼앗아 체온을 일정하게 유지시키는 데 적합하다.

[문제 3]

발광 다이오드의 경우 순방향 전압에 의하여 p-n 접합면에 형성된 양공과 전자가 공존하는 영역을 통해 전도띠의 전자가 아래쪽 양공을 채우는 재결합이 발생하게 되며, 에너지 차이만큼 빛으로 방출하게 된다. 이때 방출되는 광자의 에너지는 진동수에 비례한다. 반도체 종류에 따라 빛으로 방출되는 원자가띠와 전도띠 사이의 에너지 준위 차이가 다르므로 서로 다른 진동수 또는 파장의 발생으로 인해 다양한 색깔의 빛을 방출한다.

원자가띠에 있던 전자는 띠틈보다 큰 에너지를 흡수하면 원자가띠 위에 있는 전도띠로 전이된다. 태양 전지는 원자속의 전자가 전도띠로 갈 수 있는 빛에너지를 흡수하면 p형 반도체와 n형 반도체 속에 양공(+)과 전자(-)가 생성된다. 이렇게 생성된 전자와 양공은 p-n접합에서 만들어진 전기장에 의해 전자(-)는 n형 반도체 쪽으로 이동하고 양공(+)은 p형 반도체 쪽으로 이동하여 전류를 제공하므로, 빛에너지를 전기에너지로 변환한다.