단국대학교 2017학년도 수시모집 논술고사

자연계열 문제 및 답안
(오후)

전형유형	논술우수자
수험번호	
성　　명	

[문제1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (40점)

<제시문>

(가) 좌표공간에서 두 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$과 $\mathrm{B}(x_2, y_2, z_2)$ 사이의 거리는 다음과 같다. $$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$
(나) 좌표공간에서 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$을 지나고 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{u} = (a, b, c)$에 평행인 직선의 방정식을 매개변수 t를 사용하여 나타내면 다음과 같다. $$x = x_1 + at,\ y = y_1 + bt,\ z = z_1 + ct$$
(다) 좌표공간에서 점 $\mathrm{A}(x_1, y_1, z_1)$을 지나고 영벡터가 아닌 벡터 $\vec{u} = (a, b, c)$에 수직인 평면의 방정식은 다음과 같다. $$a(x - x_1) + b(y - y_1) + c(z - z_1) = 0$$

점 $\mathrm{A}(1, 0, 1)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 구를 S_1이라 하고, 점 $\mathrm{B}(0,1,0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{10}}{2}$인 구를 S_2라 하자.

[논제 1] S_1과 S_2가 만나서 생기는 원 C의 중심의 좌표를 구하시오. (10점)

[논제 2] [논제 1]에서의 원 C 위의 모든 점으로부터 거리가 일정한 점 중에서 원점으로부터의 거리가 최소인 점 P의 좌표를 구하시오. (10점)

[논제 3] [논제 2]에서 구한 점 P를 지나는 평면 α가 S_1과 만나서 생기는 원의 넓이를 A_1, α가 S_2와 만나서 생기는 원의 넓이를 A_2라 하자. $3A_1 = 4A_2$일 때, A와 α 사이의 거리를 구하시오. (20점)

단국대 입학처 배포
레전드스터디닷컴

[문제2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하시오. (60점)

<제시문>

(가) 함수 $f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 조건을 만족시키면 $f(x)$는 $x=a$에서 연속이라고 한다.

(1) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 정의되어 있다.

(2) 극한값 $\lim_{x\to a} f(x)$가 존재한다.

(3) $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

$f(x)$가 $x=a$에서 연속이 아니면 불연속이라고 한다.

두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x=a$에서 연속이면 $f(x)\pm g(x)$, $f(x)g(x)$, $\dfrac{f(x)}{g(x)}\,(g(a)\neq 0)$은 모두 $x=a$에서 연속이다.

(나) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 미분가능할 때 부분적분법은 다음과 같다.

$$\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

예를 들어, $f(x)=\ln x$일 때 부분적분법을 이용하면 다음이 성립한다.

$$\int f(x)\,dx = xf(x) - \int xf'(x)\,dx = x\ln x - x + C \text{ (단, } C\text{는 상수)}$$

(다) 함수 $f(x)$가 구간 $[a,b]$에서 연속이면 이 구간에서 $f(x)$는 최댓값과 최솟값을 가진다. 최댓값과 최솟값을 구할 때에는 그 구간에서의 극댓값과 극솟값 및 양 끝 값 중에서 가장 큰 값과 가장 작은 값을 택하면 된다.

[논제 1] 함수 $f(x)$를

$$f(x) = \begin{cases} -\sin \pi x, & -2 < x < -1 \\ -\dfrac{1}{2}\sin \pi x, & -1 \le x < 1 \end{cases}$$

로 정의하고 실수 k에 대하여 집합 $\{x \mid f(x)=k,\ -2<x<1\}$의 원소의 개수를 $g(k)$라 하자. 구간 $(-2,1)$에서 함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 불연속인 점을 모두 구하시오. (15점)

[논제 2] 제시문 (나)를 이용하여 아래 조건을 만족시키는 함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 값을 구하시오. (20점)

$$f'(x) = (1+e^{x^2})^{-1} \text{ 이고 } \int_0^1 f(x)\,dx = 0$$

[논제 3] 함수 $f(x) = \sqrt[3]{x^3 - x^2}$과 실수 $t\,(-1 \le t \le 2)$에 대하여

$M(t)$를 $\{x \mid -1 \le x \le t\}$에서 $f(x)$의 최댓값,

$m(t)$를 $\{x \mid t \le x \le 2\}$에서 $f(x)$의 최솟값

이라 할 때, $\displaystyle\int_{a-\frac{1}{3}}^{a+\frac{1}{3}} (M(t)-m(t))\,dt$의 값이 최대가 되도록 하는 상수 a의 값을 구하시오.

(25점)

단국대 입학처 배포
레전드스터디닷컴