

단국대학교 2017학년도 수시모집 논술고사

자연계열 문제 및 답안 (오전)



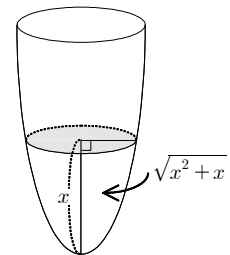
전형유형	논술우수자
수험번호	
성명	

[문제1] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하십시오. (40점)

<제시문>

<p>(가) 우리 주변에는 해수면의 높이, 기차가 움직인 거리 등 시간에 따라 관찰 대상의 위치가 변하는 현상이 많다. 시각 t일 때의 위치를 나타내는 함수를 $x(t)$라 할 때, $x(t)$를 t에 대하여 미분하면 위치의 순간변화율을 구할 수 있다.</p>
<p>(나) 함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속이고, 자연수 n에 대하여 구간 $[a, b]$를 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)의 x좌표를 차례로 $a = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = b$라 하자.</p> <p>이때, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f(x_k) \frac{b-a}{n}$를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 하고, 이를 기호로 $\int_a^b f(x)dx$와 같이 나타낸다.</p>
<p>(다) (1) [적분과 미분의 관계] 함수 $f(x)$가 구간 $[a, b]$에서 연속일 때</p> $\frac{d}{dx} \int_a^x f(t)dt = f(x) \quad (\text{단, } a < x < b)$ <p>(2) [부분적분법] 두 함수 $f(x), g(x)$가 미분가능할 때</p> $\int f(x)g'(x)dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$

[문제 1] 오른쪽 그림과 같이 수면의 높이가 x cm일 때, 물의 부피가 $\sqrt{x^2+x} \text{cm}^3$ 이 되는 그릇이 있다. 비어있는 이 그릇에 물을 매초 7cm^3 씩 넣을 때, 수면의 높이가 3cm 가 되는 순간 수면의 높이의 변화율을 구하십시오. (10점)



[문제 2] 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값을 구하십시오. (10점)

$$\int_0^x e^t f(t)dt + \int_1^{x+1} te^{t-1}dt = e^x f(x) + x^2 - \frac{1}{2}$$

[문제 3] 구간 $[1, 2]$ 를 n 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)의 x 좌표를 차례로

$$1 = x_0, x_1, \dots, x_{n-1}, x_n = 2$$

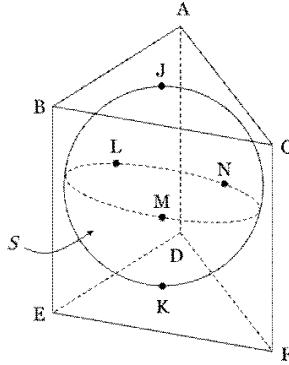
라 하고, $k(k=1, 2, \dots, n)$ 에 대하여 점 $(x_k, 0)$ 을 P_k , 점 $(x_k, \ln x_k)$ 를 Q_k , $y = \ln x$ 위의 점 Q_k 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 R_k 라 하자.

삼각형 $P_k Q_k R_k$ 의 넓이를 S_k 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{S_k}{n+k}$ 의 값을 구하십시오. (20점)

[문제2] 다음 제시문을 읽고 질문에 답하십시오. (60점)

<제시문>

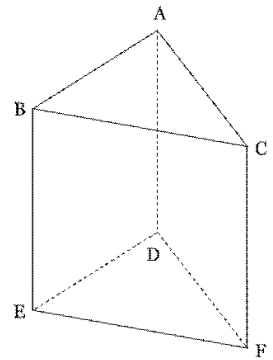
(가) 그림과 같이 구 S 가 삼각기둥 $ABCDEF$ 의 각 면과 점 J , 점 K , 점 L , 점 M , 점 N 에서 접하고, 삼각형 ABC 는 한 변의 길이가 6인 정삼각형이다.



(나) 삼각기둥 $ABCDEF$ 의 9개의 모서리 중에서 순서를 생각하지 않고 중복되지 않도록 2개 이상의 모서리를 선택하는 시행이 있다. 이 시행에서 다음과 같은 경우 사건 T 가 일어났다고 하자.

선택된 각각의 모서리에서 한 쪽 끝점을 시점으로 하고 다른 쪽 끝점을 종점으로 하는 2개의 벡터를 구한다. 선택된 모든 모서리에서 이와 같이 얻은 벡터 2개 중 1개씩 택하여 이를 모두 더했을 때 $\vec{0}$ 가 되도록 벡터를 택할 수 있다.

예를 들어 이 시행에서 두 모서리 AB , DE 가 선택되었다면 $\vec{AB} + \vec{ED} = \vec{0}$ 이므로 사건 T 가 일어난 것이다. 또한, 세 모서리 AB , BC , CF 가 선택되었다면 \vec{AB} 와 \vec{BA} 중 하나, \vec{BC} 와 \vec{CB} 중 하나, \vec{CF} 와 \vec{FC} 중 하나를 택하여 얻은 3개의 벡터를 모두 더했을 때 $\vec{0}$ 가 되도록 벡터를 택할 수 없으므로 사건 T 가 일어나지 않은 것이다. 참고로 사건 T 가 일어나는 경우 중에서 두 개의 모서리가 선택되는 경우의 수는 6, 세 개의 모서리가 선택되는 경우의 수는 8이다.



[문제 1] 제시문 (가)에서 점 X 가 S 위를 움직일 때, $|\vec{JK} + \vec{LX} + \vec{MX} + \vec{NX}|$ 의 최댓값을 구하십시오. (15점)

[문제 2] 제시문 (가)의 세 점 A , B , C 의 좌표가 각각 $(0, 2\sqrt{3}, 0)$, $(-3, -\sqrt{3}, 0)$, $(3, -\sqrt{3}, 0)$ 이고, S 의 중심의 z 좌표는 음수라 하자. S 의 중심을 지나며 삼각형 ABC 의 한 변, 삼각형 DEF 의 한 변과 모두 만나는 직선의 개수는 k 이고, 이 중 하나의 직선의 방정식은 양수 m , n 에 대하여 $x = \frac{y}{m} = \frac{z - z_1}{n}$ 이다. 이때, k , m , n , z_1 의 값을 구하십시오. (20점)

[문제 3] 제시문 (나)의 사건 T 가 일어날 확률을 구하십시오. (25점)