

2020학년도 중앙대학교 수시모집 논술전형

- 자연계열 I 문제지 -

대학	학과(학부)	수험 번호	성명

□ 답안 작성 시 유의 사항

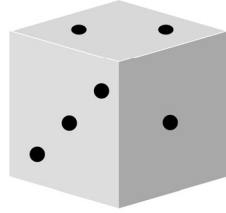
1. 문제지는 표지를 제외하고 모두 10장으로 구성되어 있습니다.
 2. 연습지가 필요한 경우 문제지의 여백을 이용하십시오.
 3. 답안지의 수험 번호 표기란에는 반드시 컴퓨터용 수성 사인펜으로 표기하고, 답안은 흑색 필기구를 사용하여 작성하십시오.
 4. 답안지는 한 장만 사용하십시오.
 5. 답안을 작성할 때 답과 관련된 내용 이외에 어떤 것도 쓰지 마십시오.
 6. 답안은 반드시 문항별로 지정된 구역에만 작성하십시오. (지정 구역을 벗어난 답안은 채점이 불가능합니다.)
 7. [문제 4]는 생명과학, 물리, 화학 중 본인이 선택한 한 과목만 답안을 작성하십시오. (다른 과목의 답안을 작성하면 0점 처리됩니다.)
 8. 시험 종료 30분 전부터 답안지 교체는 불가능합니다.
 9. 휴대폰 등 전자기기는 전원을 끄고 가방에 넣어 바닥에 내려놓으십시오. 시험 중 휴대폰(전자기기 포함)이 울리면 부정행위로 간주하고 즉시 퇴실 조치합니다.
- ※ 수정액, 수정테이프 절대 사용 불가

※ 위의 내용을 정확히 숙지하였음을 확인합니다. 성명 _____ (서명)

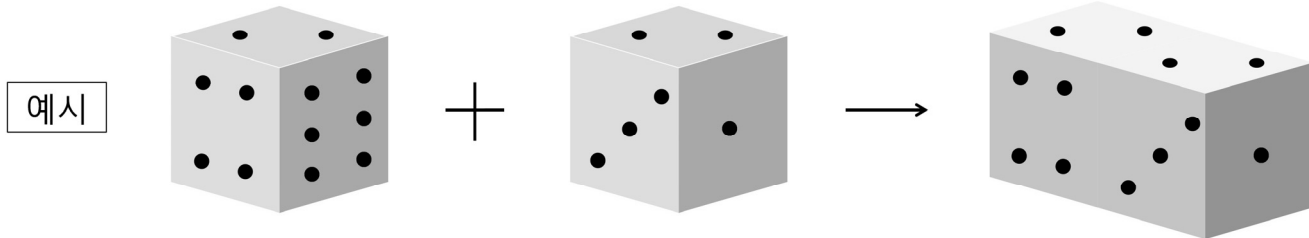
[수학]

[문제 1] 다음과 같은 방식으로 주사위 두 개를 붙여서 새로운 주사위를 만든다.

- 일반적인 정육면체 모양의 주사위는 서로 마주보고 있는 면의 눈의 수의 합이 항상 7이고 다음 그림과 같이 면이 구성되어 있다.



- 위와 같은 모양의 주사위 두 개를 눈의 수가 6인 면끼리 붙여서 직육면체 모양의 주사위 하나를 만든다. 다음은 새롭게 만들 수 있는 주사위 중 한 가지 예시를 보여준다.



- 새로운 주사위 한 면의 눈의 수는 그 면에 있는 모든 눈의 수의 합과 같고, 각 면이 나올 확률은 면적에 비례한다고 가정한다.

위의 방식에 따라 새롭게 만들 수 있는 모든 종류의 주사위 중 하나를 임의로 선택하여 한 번 던져서 나오는 눈의 수가, 일반적인 정육면체 모양의 주사위를 한 번 던져서 나오는 눈의 수보다 작거나 같을 확률을 구하시오. **[20점]**

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- $g(x) = t$ 로 놓을 때, $g(x)$ 가 미분 가능하면 $\int f(g(x))g'(x)dx = \int f(t)dt$ 이다.
- 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L, \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$ (L, M 은 상수)일 때, 다음이 성립한다.

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)} = \frac{L}{M} \quad (M \neq 0)$$

[문제 2-1] $g(t) = e^{t^2} \left(t^2 + 3t + \frac{5}{2} \right)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x) = e^{-\int_1^x \frac{g'(t)}{g(t)} dt}$$

이때 함수 $h(x) = \int_1^x f(t)f'(t) \sqrt{\{f(t)\}^2 + 1} dt$ 의 최댓값을 구하시오. [10점]

[문제 2-2] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - a}{(a-x)(x+1-a)} = b$ 를 만족하는 실수 a, b 에 대하여, $a + b^2$ 의 최댓값, 최솟값을 구하시오. (단, $\frac{3}{2} \leq a \leq 3$ 이다.) [15점]

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 구간 $[a, b]$ 에서 $f(x) \geq g(x)$ 일 때, 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 및 두 직선 $x = a$, $x = b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음과 같다.

$$\int_a^b \{f(x) - g(x)\} dx$$

- 좌표공간에서 x, y, z 에 대한 방정식 $ax + by + cz + d = 0$ 은 벡터 $\vec{n} = (a, b, c)$ 에 수직인 평면을 나타낸다.

[문제 3-1] 어떤 양의 실수 a 에 대하여, $x \geq 0$ 에서 정의된 두 곡선 $y = e^x$ 과 $y = a \sin x$ 가 오직 한 점에서 만난다. 이때 두 곡선 $y = e^x$ 과 $y = a \sin x$ 및 y 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. **[10점]**

[문제 3-2] 좌표공간에 구 $S: (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$ 이 있고, x 축 위의 점 $P(a, 0, 0)$, y 축 위의 점 $Q(0, 2a, 0)$, z 축 위의 점 $R(0, 0, b)$ 가 있다. 삼각형 PQR 가 구 S 와 접할 때, 좌표공간의 원점과 P, Q, R 를 꼭짓점으로 하는 삼각뿔의 부피가 최소가 되는 a 의 값을 구하시오. (단, $a > 3$ 이고 $b > 0$ 이다.) **[15점]**

[생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

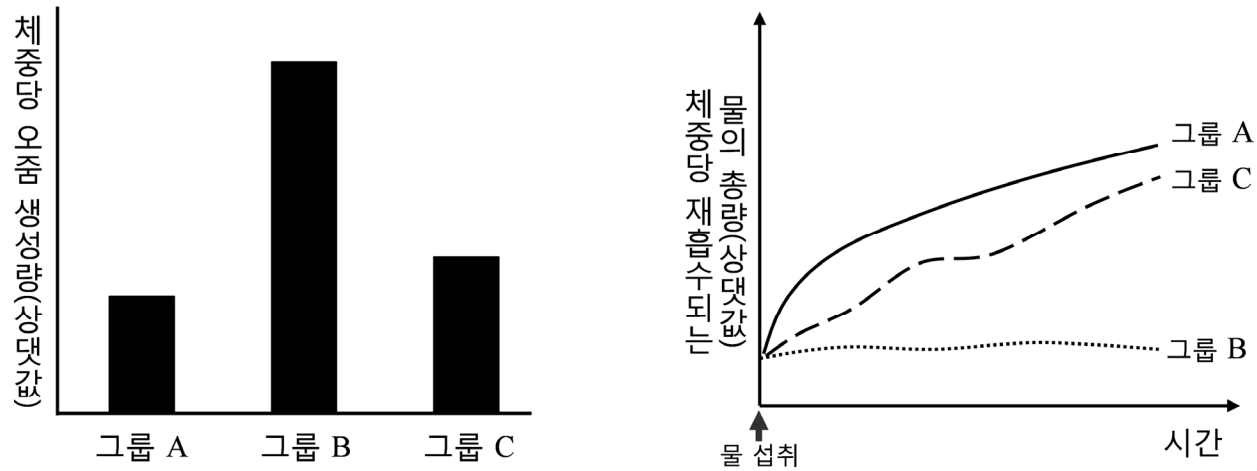
- (가) 생물의 항상성이란 외부 환경이 변하더라도 생물이 내부 환경 조건을 일정 범위 내에서 유지할 수 있는 능력을 말한다. 체온 유지, 심장 박동 조절, 혈압 유지, 혈액 중 산소와 이산화탄소의 농도 조절, 무기 염류 농도 유지 등이 그 예이다. 항상성 유지를 위해서 신체의 각 기관들은 서로 신호를 주고받으며, 이 과정에서 내분비계와 신경계가 상호 작용을 한다. 간뇌를 구성하는 시상 하부는 자율 신경으로부터 체내의 상태와 외부 환경에 대한 정보를 받아들이고, 내분비샘에 적절한 신호를 보내 호르몬을 분비하게 한다.
- (나) 항상성 유지를 조절하는 음성 피드백 작용은 신체의 생리 기능이나 체액의 성분이 일정한 범위 내에서 유지되도록 하며 갑작스러운 변화를 막는데 목적이 있다. 사람은 보통 음식물과 식수를 통해 수분을 섭취하고, 오줌과 배설물, 땀 등을 통해 배출하여, 약 0.9%의 체내 무기 염류 농도를 유지한다. 수박처럼 수분이 많은 과일을 먹거나, 물을 많이 마시면 오줌의 양이 늘어난다. 콩팥은 오줌을 통해 노폐물을 몸 밖으로 배설할 뿐만 아니라, 오줌의 농도와 양을 조절하여 삼투압을 일정하게 유지하는 기능을 한다. 우리 몸을 구성하는 세포 속의 무기 염류 농도와 세포를 둘러싼 체액의 무기 염류 농도는 평형 상태를 유지하고 있으므로, 체액의 무기 염류 농도가 세포 속보다 높으면 세포 속의 물이 빠져나가 세포가 수축하고, 반대로 체액의 무기 염류 농도가 낮으면 세포 속으로 물이 들어와 세포가 부풀어 오른다.
- (다) 모든 생물은 생명을 유지하기 위해 에너지가 필요하며, 탄수화물, 지방, 단백질과 같은 유기물을 분해하여 에너지를 얻는다. 유기물의 화학 결합 속에는 에너지가 화학 에너지의 형태로 저장되어 있다. ATP는 근육의 수축, 물질의 이동, 물질의 합성 등에 직접 사용되는 에너지원으로, 세포는 ATP를 합성하여 각종 생명 활동에 이용한다. 포도당과 같은 유기물에 저장되어 있던 화학 결합 에너지는 이들 물질이 산화될 때 방출되고, 방출된 에너지의 일부는 ATP의 화학 결합 에너지의 형태로 저장되어 생명 활동에 쓰이게 된다. ATP는 고에너지 인산 결합을 가지고 있는데, 이 결합이 끊어지면 ATP가 ADP와 무기 인산으로 분해되면서 에너지가 방출되고, 이 에너지는 다양한 생명 활동에 이용된다. ADP는 다시 유기물이 산화될 때 방출된 에너지를 이용하여 ATP로 재생된다.
- (라) 세포 호흡은 세포에서 유기물을 산화시켜 에너지를 얻는 반응이다. 대부분의 생물은 산소를 사용하여 유기물을 분해하는 세포 호흡을 하는데, 이를 산소 호흡이라고 한다. 한편, 일부 미생물은 산소가 없는 상태에서 유기물을 분해하여 생명 활동에 필요한 에너지를 얻는데, 이를 무산소 호흡이라고 한다. 사람이 격렬한 운동을 할 경우, 혈액으로부터 근육 세포로 공급되는 산소의 양이 부족할 때 ATP 공급을 위해 무산소 호흡을 한다.
- (마) 하나의 개체는 독립적으로 살아가지 않고 무리를 이루어 살아간다. 일정한 지역에 사는 같은 종의 개체는 무리를 이루어 개체군을 형성하고, 한 지역에서 서로 관계를 맺고 생활하는 여러 개체군이 모여 군집을 형성한다. 군집은 특성이 서로 다른 개체군이 함께 서식하고 있어 여러 가지 상호 작용을 통하여 일정한 질서와 규칙을 유지해 나간다.

[문제 4-1] 뇌하수체 종양 치료용 약물을 개발하기 위해 다음과 같은 실험을 하고 그 결과를 정리하였다.

[실험 과정]

- I. 뇌하수체에 종양이 생긴 생쥐들을 두 개의 그룹으로 나누어 그 중 한 그룹에게 종양 치료 효과가 있을 것으로 예상되는 약물 P를 투여하였다.
- II. 그룹 A (정상 생쥐), 그룹 B (종양 생쥐)와 그룹 C (약물 P를 투여한 종양 생쥐)의 오줌 생성량 및 체중을 측정하고, 시간당 콩팥에서 재흡수되는 물의 총량을 분석하여 아래와 같이 그래프로 나타내었다. (단, 물 섭취량은 동일하다.)

[실험 결과]



뇌하수체에 종양이 생긴 생쥐에서 체액의 삼투압 및 콩팥에서의 물 재흡수가 종양 치료용 약물 P 투여 전과 후에 어떻게 변하였는지 설명하고, 뇌하수체에 생긴 종양이 오줌 생성량에 어떻게 영향을 끼쳤을지 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. **[10점]**

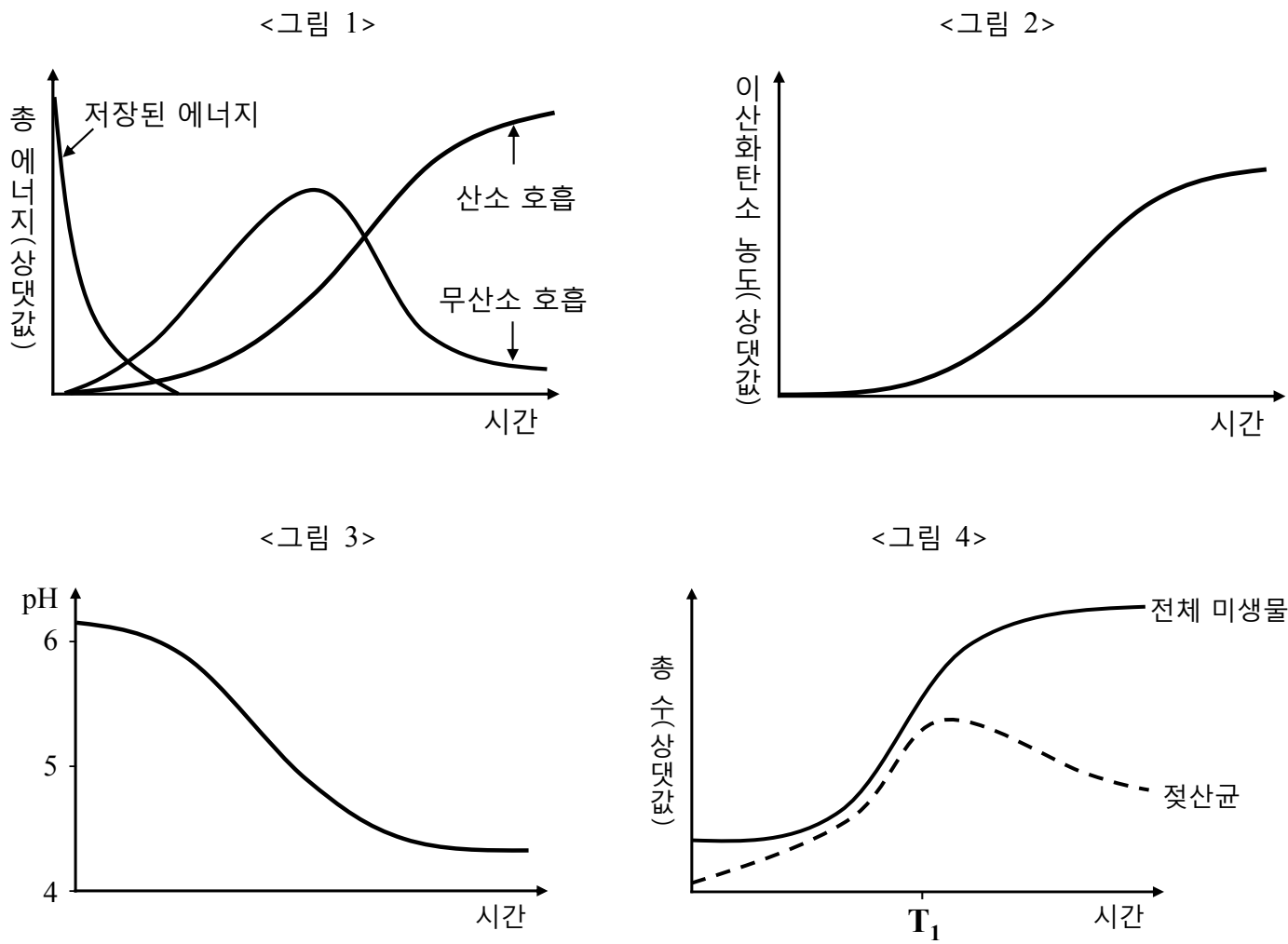
[문제 4-2] 사람과 미생물의 에너지 생산방식을 탐구하기 위하여 사람의 운동과 미생물에 의해 만들어진 식품을 조사하고 아래와 같이 연구 결과를 정리하였다.

[선행 조사]

- I. 마라톤 선수들은 42.195 km의 거리를 휴식 없이 2시간 이상 달리며 경주할 수 있다.
- II. 김치는 배추, 무, 오이 등과 같은 채소를 소금에 절이고 여러 가지 양념을 버무려 저온에서 오랜 기간 숙성시킨 식품으로 젖산균 증식에 의해 시큼한 맛과 독특한 향을 갖는다.
- III. 포도주는 당분을 함유하는 포도에서 얻은 즙액을 효모가 포함된 환경에서 숙성하여 담근 술이다.

[연구 결과]

- I. <그림 1>은 저장된 에너지가 운동 과정 중 소모되는 것과, 운동 과정에서 근육 세포의 무산소 호흡과 산소 호흡에 의해 생성되는 총 에너지의 변화를 나타낸 것이다.
- II. <그림 2>는 포도주 숙성 과정에서 효모에 의한 이산화탄소 농도 변화를 나타낸 것이다.
- III. <그림 3>은 김치 숙성 과정에서 젖산균에 의한 pH 변화를 나타낸 것이다.
- IV. <그림 4>는 김치 숙성 과정에서 시간 T_1 (김치통을 열어 놓은 시점) 전과 후에 전체 미생물과 젖산균 총 수의 변화를 나타낸 것이다.



마라톤 선수들이 오랜 시간 경주하고 미생물이 김치와 포도즙액을 숙성시키는 과정에서 일어나는 세포 호흡 방식과 세포 호흡 과정의 ATP 형성에 대해 위 그림과 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 설명하시오. 또한, <그림 4>의 시간 T_1 이후에서 예측할 수 있는 젖산균의 생태 환경에 대해 위 그림과 제시문 (마)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. **[20점]**

- 끝 -

[물리]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 바람이 든 풍선을 뜨거운 물에 담그면 풍선 내부의 온도가 상승하면서 부피가 커진다. 온도가 높아지면 내부 에너지가 증가하고, 부피가 팽창하면서 외부에 일을 한다. 따라서 풍선에 가해 준 열에너지는 내부 에너지의 증가와 외부에 일을 하는 데 쓰인다. 일반적으로 기체에 가해 준 열량 Q , 내부 에너지의 증가량 ΔU , 기체가 외부에 한 일 W 의 관계는 다음과 같다.

$$Q = \Delta U + W$$

즉, 기체에 가해 준 열에너지는 내부 에너지의 증가와 외부에 한 일의 합과 같다. 이러한 관계를 열역학 제1법칙이라고 한다. 결국, 열역학 제1법칙은 열에너지와 역학적 에너지를 포함한 에너지 보존 법칙이다.

(나) 이상 기체로 채워진 실린더가 있고 실린더의 피스톤이 자유롭게 움직일 수 있다. 실린더 안의 기체는 부피 V , 압력 P 인 상태에 있다. 실린더를 가열하여 압력을 일정하게 유지하면서 부피를 ΔV 만큼 변화시켰을 때 기체가 한 일 W 는 다음과 같다.

$$W = P\Delta V$$

(다) 열운동하는 분자들이 가지고 있는 운동 에너지와 퍼텐셜 에너지의 총합을 내부 에너지라고 한다. 이상 기체의 경우에는 분자들 사이의 힘이 0이므로, 이상 기체의 내부 에너지는 모두 기체 분자들의 운동 에너지이다. 단원자 분자로 이루어진 n mol의 이상 기체의 경우 절대 온도가 T 일 때, 내부 에너지 U 는 다음과 같다.

$$U = \frac{3}{2}nRT \quad (R: \text{기체 상수})$$

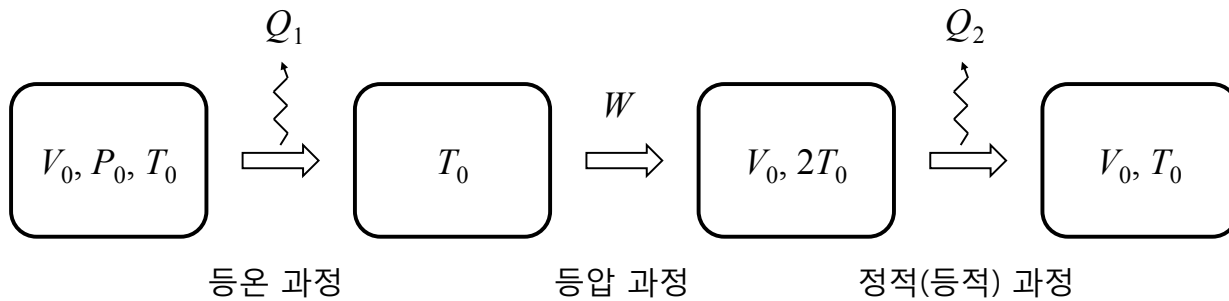
(라) 보일은 실험을 통해 기체의 양과 온도가 일정하면, 기체의 압력 P 와 부피 V 는 서로 반비례한다는 결론을 내렸다. 이를 보일 법칙이라고 한다. 샤를은 압력이 일정할 때, 모든 기체의 부피는 온도가 1°C 상승할 때마다 0°C 부피의 $\frac{1}{273}$ 씩 증가하고, 반대로 온도가 낮아지면 $\frac{1}{273}$ 씩 감소한다는 것을 발견하였다. 기체의 양과 압력이 일정할 때 부피는 절대 온도 T 에 비례한다. 이를 샤를 법칙이라고 한다. 보일 법칙과 샤를 법칙에 의해 다음 식이 성립한다.

$$\frac{PV}{T} = \text{일정}$$

이 식을 보일·샤를 법칙이라고 한다. 1 mol의 기체에 대하여 $\frac{PV}{T} = R$ 로 일정하므로, n mol의 기체에 대해서는 $\frac{PV}{T} = nR$, $PV = nRT$ 의 관계가 성립한다. 이것을 이상 기체 상태 방정식이라고 한다. 여기서 R 는 기체 상수이다.

[문제 4-1] 부피 V_0 , 압력 P_0 , 절대 온도 T_0 인 단원자 이상 기체 1mol이 실린더 안에 있다. 이상 기체가 등압 과정으로 부피가 $3V_0$ 가 된다. 등압 과정 동안 이상 기체에 가해 준 열량 Q 와 등압 과정 후 이상 기체의 내부 에너지 U 를 제시문 (가) - (라)에 근거하여 T_0 의 식으로 표현하는 과정을 논리적으로 설명하시오. **[10점]**

[문제 4-2] 부피 V_0 , 압력 P_0 , 절대 온도 T_0 인 단원자 이상 기체 1mol이 실린더 안에 있다. 다음 그림과 같이 이상 기체는 등온 과정으로 외부에 열량 Q_1 을 방출한다. 이어서 등압 과정으로 이상 기체는 외부에 일 W 를 하고, 부피는 처음과 같이 V_0 가 되며, 온도는 $2T_0$ 가 된다. 이어서 정적(등적) 과정으로 이상 기체는 외부에 열량 Q_2 를 방출하고, 온도는 처음과 같이 T_0 가 된다. 제시문 (가) - (라)에 근거하여 Q_1 과 Q_2 의 크기를 비교하고, W 를 T_0 의 식으로 표현하는 과정을 논리적으로 설명하시오. **[20점]**



- 끝 -

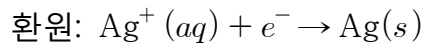
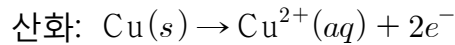
[화학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

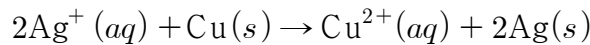
(가) 어떤 물질 속에 들어 있는 원자나 분자 1몰은 6.02×10^{23} 개 입자 수를 의미하며, 이 수를 아보가드로수라고 한다. 원자량과 분자량은 상대적인 값이므로 단위가 없지만, 그 값에 그램 (g)을 붙이면 그 물질의 물질량이 된다. 0°C , 1기압에서 기체 분자 1몰이 차지하는 부피는 그 종류에 관계없이 22.4 L로 일정하다.

(나) 화학 반응이 일어날 때 반응 물질과 생성 물질 사이의 관계를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식에서 각 물질의 계수비는 반응에 참여한 물질의 분자 수의 비와 몰수비, 부피비를 의미한다. 이때 몰과 입자 수, 몰과 질량, 몰과 기체의 부피 관계를 이용하면 반응물과 생성물의 몰수, 입자 수, 질량, 부피를 구할 수 있다.

(다) 화학 반응에서 전자를 잃는 것을 산화라 하고, 전자를 얻는 것을 환원이라 한다. 산화와 환원은 항상 동시에 일어나므로 산화-환원 반응이라고 부른다. 예를 들어, 질산은(AgNO_3) 수용액에 구리줄을 넣으면 구리줄 표면에 은이 석출되며 용액의 색이 푸른색으로 변하는 것을 관찰할 수 있고, 이 반응은 다음과 같이 전자의 이동으로 나타낼 수 있다.



산화-환원 반응에서는 잃은 전자 수와 얻은 전자 수가 같으므로, 이동하는 전자 수를 맞추어 주면 전체 반응식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

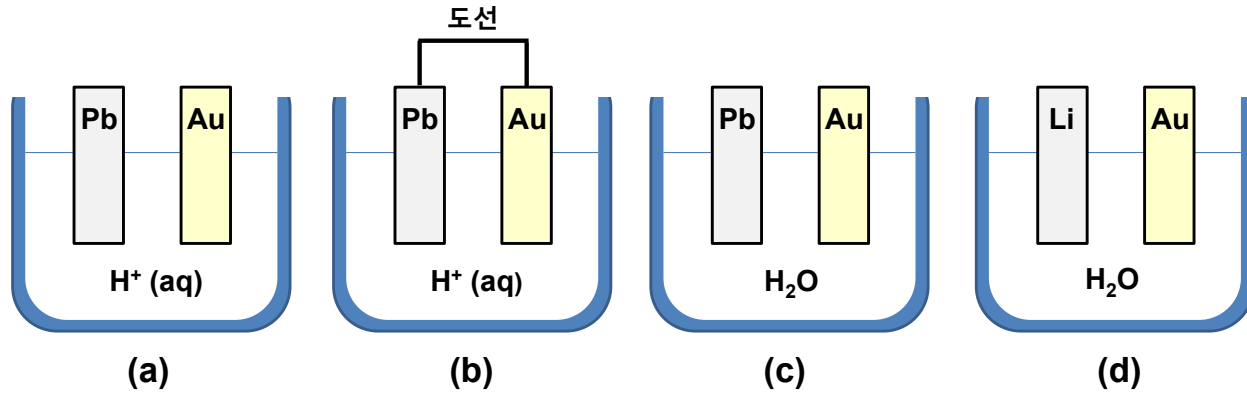


(라) 화학 전지는 자발적으로 일어나는 산화-환원 반응을 이용하여 화학 에너지를 전기 에너지로 전환시키는 장치이다. 전지에서 산화 반응이 일어나는 부분과 환원 반응이 일어나는 부분을 각각 반쪽 전지라고 한다. 반쪽 전지의 전위를 전극 전위라고 하며, 반쪽 전지들의 표준 전위값을 결정하기 위해 표준 수소 전극을 사용한다. 표준 환원 전위는 25°C 에서 표준 수소 전극과 연결한 반쪽 전지의 환원 반응 전위이고, 표준 환원 전위가 클수록 환원되기 쉽다. 다음 표는 일부 반쪽 반응들의 표준 환원 전위를 보여준다. 기전력(표준 전지 전위)은 두 금속의 표준 환원 전위차로서, 환원 반응이 일어나는 반쪽 전지의 표준 환원 전위에서 산화 반응이 일어나는 반쪽 전지의 표준 환원 전위를 빼 값과 같다. 기전력 값이 (+)일때 산화-환원 반응은 자발적으로 진행되며, (-)일때 자발적으로 진행되지 않는다.

반쪽 반응	표준 환원 전위(V)
$\text{Au}^+(aq) + e^- \rightarrow \text{Au}(s)$	+1.68
$2\text{H}^+(aq) + 2e^- \rightarrow \text{H}_2(g)$	0.00
$\text{Pb}^{2+}(aq) + 2e^- \rightarrow \text{Pb}(s)$	-0.13
$2\text{H}_2\text{O}(l) + 2e^- \rightarrow \text{H}_2(g) + 2\text{OH}^-(aq)$	-0.83
$\text{Li}^+(aq) + e^- \rightarrow \text{Li}(s)$	-3.04

[문제 4-1] 산성 용액과 물에 20.0 g의 납(Pb)판, 금(Au)판, 리튬(Li)판을 다음 그림과 같이 넣었다. 수소 기체(H₂)가 발생하는 경우에는, 0 °C, 1기압에서 측정할 때 그 부피가 1.12 L가 되는 시점에서 반응을 중단하였다. 제시문 (가) - (라)에 근거하여 (a), (b), (c), (d)의 금속판에서 수소 기체의 발생 유무를 판단하고, 반응 후 남아있는 각 금속판의 질량을 각각 논리적으로 구하시오. (단, 수소(H), 리튬(Li), 금(Au), 납(Pb)의 원자량은 각각 1, 7, 197, 207이고, 금속의 산화물 형성은 고려하지 않는다.)

[10점]



[문제 4-2] 가상의 원소 A를 포함하는 두 염화 화합물 ACl(s)과 ACl₃(s)를 4.8 g씩 이용하여 혼합 수용액을 만들었다. 이 혼합 수용액 내의 두 화합물이 모두 완전히 해리되는 시점에서 산화-환원 반응이 시작되었다고 가정하자. 다음의 표와 제시문 (가) - (라)를 바탕으로 이 혼합 수용액에서 자발적으로 일어나는 산화-환원 반응식을 제시하고, 그 근거를 설명하시오. 또한 A^{+(aq)}의 양이 1/2만큼 변화할 때 걸리는 시간이 5분으로 일정하다면, 15분 후 A(s)의 질량은 얼마인지 논리적으로 구하시오. (단, 가상의 원소 A와 염소(Cl)의 원자량은 각각 164.5, 35.5이다.) **[20점]**

반쪽 반응	표준 환원 전위(V)
$\text{Cl}_2(g) + 2e^- \rightarrow 2\text{Cl}^-(aq)$	+1.36
$\text{A}^+(aq) + e^- \rightarrow \text{A}(s)$	-0.36
$\text{A}^{3+}(aq) + 2e^- \rightarrow \text{A}^+(aq)$	-0.70
$2\text{H}_2\text{O}(l) + 2e^- \rightarrow \text{H}_2(g) + 2\text{OH}^-(aq)$	-0.83

- 끝 -