

### 문항카드 8

#### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	논술우수자 전형	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(수학)/문제 1	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	확률과 통계	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	확률과 통계
	핵심개념 및 용어	확률의 덧셈정리, 곱셈정리, 사건의 독립, 이산확률변수, 확률분포
예상 소요 시간	20분	

#### 2. 문항 및 제시문

[문제 1] 1부터 7까지 번호가 하나씩 적혀 있는 7개의 공을 가지고 다음과 같은 규칙으로 게임이 진행된다.

- 빨간 주머니에는 1번 공, 2번 공이 각각 하나씩 들어있다.
- 파란 주머니에는 3번부터 7번까지의 공이 각각 하나씩 들어있다.
- 빨간 주머니에서 공을 하나 뽑고, 그 다음에 파란 주머니에서 공을 하나 뽑으면 다음과 같은 방식으로 점수를 얻게 된다. (단, 한번 뽑은 공은 다시 원래의 주머니에 넣는다.)
  - 빨간 주머니에서 임의로 뽑은 공의 번호를  $a$ 라 하고, 파란 주머니에서 임의로 뽑은 공의 번호를  $b$ 라고 하자.
  - 아래 그림의 정사각형 ABCD 에서 직선  $y = ax + (b - 5)$  아래에 있는 부분의 넓이만큼을 점수로 얻는다.

위의 규칙에 따라 철수와 영희가 각각 게임에 참여하여 빨간 주머니에서 철수는 1번 공을, 영희는 2번 공을 뽑았다. 이 게임에서 철수가 영희보다 더 많은 점수를 얻을 확률과, 영희가 철수보다 더 많은 점수를 얻을 확률을 각각 구하시오. [20점]

**3. 출제 의도**

다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률의 개념은 논리적 사고 및 의사결정에서 중요한 부분이다. 본 문제는 임의로 설정된 게임에서 얻을 수 있는 점수에 대한 경우의 수와 그에 따른 확률 구조에 대한 이해도를 평가하고, 각 상황에서의 확률에 대한 비교가 정확하게 이루어지는지를 평가한다. 본 문제는 확률에 대한 기본 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 중하 정도로 볼 수 있다.

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8] 수학과 교육과정
성취기준 / 영역별 내용	확률과 통계 (나) 확률 1. 확률의 뜻과 활용 (2) 확률의 기본 성질을 이해한다. (3) 확률의 덧셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다. 2. 조건부 확률 (2) 사건의 독립과 종속의 의미를 이해하고, 이를 설명할 수 있다. (3) 확률의 곱셈정리를 이해하고, 이를 활용할 수 있다.  (다) 통계 1. 확률분포 (1) 확률변수와 확률분포의 뜻을 안다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	확률과 통계	정상권 외 7인	(주)금성출판사	2016	83-93, 102-104, 122-125
	확률과 통계	이준열 외 9인	천재교육	2016	106-109, 110-115, 138-146
	확률과 통계	신항균 외 11인	(주)지학사	2016	71-76, 86-90, 103-112
	확률과 통계	김창동 외 14인	(주)교학사	2016	85-91, 98-103, 115-124
기타					

**5. 문항 해설**

빨간 주머니에서 뽑은 공은 정해져 있으므로, 철수와 영희가 파란 주머니에서 각각 뽑은 공의 번호에 따라 얻을 수 있는 점수를 그래프를 통해서 계산한다. 철수와 영희의 점수를 비교하여 철수가 영희보다 많은 점수를 얻는 경우와 영희가 철수보다 많은 점수를 얻는 경우의 수를 찾아낸다. 그에 해당하는 확률을 확률의 곱셈정리와 덧셈정리를 사용하여 계산한다.

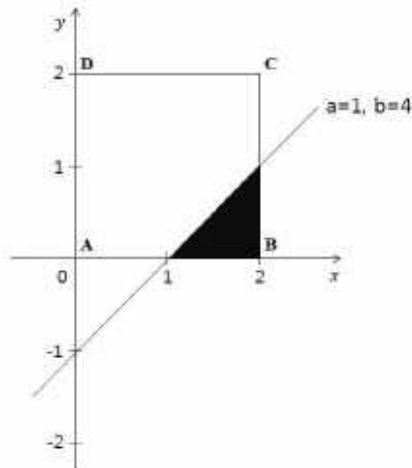
**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
	<p>[채점요소] 다양한 상황에서 발생하는 확률적 사건과 이와 관련된 확률의 개념을 이해하고, 확률의 곱셈정리와 덧셈정리를 사용하여 확률을 계산할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거]</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 철수가 파란 주머니에서 공을 뽑아서 얻을 수 있는 경우를 그래프를 통해서 올바르게 찾아내고 그 넓이를 계산해서 점수를 제대로 계산한 경우: +6점</li> <li>1. 영희가 파란 주머니에서 공을 뽑아서 얻을 수 있는 경우를 그래프를 통해서 올바르게 찾아내고 그 넓이를 계산해서 점수를 제대로 계산한 경우: +6점</li> <li>1. 철수가 영희보다 더 많은 경우를 올바르게 찾아내고, 그 확률을 제대로 계산한 경우: +4점</li> <li>1. 영희가 철수보다 더 많은 경우를 올바르게 찾아내고, 그 확률을 제대로 계산한 경우: +4점</li> </ol> <p>※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함.</p> <p>※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점</p>	20

**7. 예시 답안**

**<방법 I>**

▶ 게임에서 얻을 수 있는 점수는 다음과 같이 계산된다. 예를 들어,  $a=1, b=4$ 일 때의 점수는 다음 그림의 진하게 칠해진 부분의 넓이인 0.5이다.



▶ 철수와 영희가 파란 주머니에서 뽑은 공의 번호를 각각  $b_1, b_2$ 라고 하면 위와 같은 방법으로 다음과 같이 점수를 계산할 수 있다.

철수			영희		
$b_1$	$y = x + (b - 5)$	넓이(점수)	$b_2$	$y = 2x + (b - 5)$	넓이(점수)
3	$y = x - 2$	0	3	$y = 2x - 2$	1
4	$y = x - 1$	0.5	4	$y = 2x - 1$	2
5	$y = x$	2	5	$y = 2x$	3
6	$y = x + 1$	3.5	6	$y = 2x + 1$	3.75
7	$y = x + 2$	4	7	$y = 2x + 2$	4

▶ 이를 바탕으로 철수와 영희가 각각 상대방보다 더 많은 점수를 얻는 경우와 그에 따르는 확률을 계산하면 다음의 표와 같다.

철수가 더 많은 점수를 얻는 경우		영희가 더 많은 점수를 얻는 경우	
$(b_1, b_2)$	확률	$(b_1, b_2)$	확률
(5,3)	1/25	(3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (3,7)	5/25
(6,3), (6,4), (6,5)	3/25	(4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (4,7)	5/25
(7,3), (7,4), (7,5), (7,6)	4/25	(5,5), (5,6), (5,7)	3/25
		(6,6), (6,7)	2/25

즉, 철수가 더 많은 점수를 얻을 확률은  $\frac{1}{25} + \frac{3}{25} + \frac{4}{25} = \frac{8}{25}$  ( $= 0.32$ ) 이고, 영희가 더 많은 점수를 얻을 확률은  $\frac{5}{25} + \frac{5}{25} + \frac{3}{25} + \frac{2}{25} = \frac{15}{25}$  ( $= 0.6$ ) 이다. 여기에서 철수와 영희가 같은 점수를 얻을 확률이 2가지 경우(확률  $\frac{2}{25} = 0.08$ )이 있음에 유의한다.

<방법 II>

▶ 철수와 영희가 각각 더 많은 점수를 얻는 경우와 그에 따르는 확률을 영희를 중심으로 계산하면 다음의 표와 같다.

철수가 더 많은 점수를 얻는 경우		영희가 더 많은 점수를 얻는 경우	
$(b_1, b_2)$	확률	$(b_1, b_2)$	확률
(5,3), (6,3), (7,3)	3/25	(3,3), (4,3)	2/25
(6,4), (7,4)	2/25	(3,4), (4,4)	2/25
(6,5), (7,5)	2/25	(3,5), (4,5), (5,5)	3/25
(7,6)	1/25	(3,6), (4,6), (5,6), (6,6)	4/25
		(3,7), (4,7), (5,7), (6,7)	4/25

▶ 이때, 철수가 더 많은 점수를 얻을 확률은  $\frac{3}{25} + \frac{2}{25} + \frac{2}{25} + \frac{1}{25} = \frac{8}{25}$  ( $= 0.32$ ) 이고, 영희가 더 많은 점수를 얻을 확률은  $\frac{2}{25} + \frac{2}{25} + \frac{3}{25} + \frac{4}{25} + \frac{4}{25} = \frac{15}{25}$  ( $= 0.6$ ) 이다. 방법 I과 같은 답을 얻는다.

### 문항카드 9

#### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 I(수학)/문제 2	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	문제 2-1: 수학 II, 미적분 I 문제 2-2: 미적분 I, 미적분 II
	핵심 개념 및 용어	문제 2-1: 삼각함수의 덧셈정리, 산술기하평균, 함수의 극값 문제 2-2: 부분적분, 구분구적법, 치환적분, 수열의 극한
예상 소요 시간	30분	

#### 2. 문항 및 제시문

[문제 2] 다음을 읽고 문제에 답하십시오.

- 0과  $\pi$  사이의 각  $\alpha$  와  $\beta$  에 대하여 다음 식이 성립한다.  

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

(단,  $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ ,  $\beta \neq \frac{\pi}{2}$ ,  $\tan \alpha \tan \beta \neq 1$ )
- $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$ ,  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = d$  ( $c, d$ 는 실수)일 때 다음이 성립한다.  

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x)g(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x) = cd$$
- 미분가능한 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$  에 대하여 다음이 성립한다.  

$$\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$$

[문제 2-1] 좌표평면 위에 세 점  $A(x+5, x+5)$ ,  $B(x+6, x+6)$ ,  $C(-x, 0)$  이 주어져 있다. 세 점 사이의 각  $\angle ACB$  가 최대가 될 때,  $x$  의 값을 구하십시오. (단,  $x \geq 0$ ) [10점]

[문제 2-2] 다음을 계산하십시오. [15점]

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \int_0^{\pi} e^{-nx} \sin(kx) dx$$

**3. 출제 의도**

**[문제 2-1]**

좌표평면에서 각을 탄젠트 함수(탄젠트 함수의 덧셈 뺄셈 공식)를 이용하여 표현할 수 있는지를 평가한다. 이 과정에서 산술기하 평균 또는 미분을 이용하여 최댓값을 구하는 과정을 이해하고 있는지 평가한다.

**[문제 2-2]**

부분적분과 구분구적법, 치환적분법을 잘 이해하는지 평가하기 위한 문제이다. 또한 수열의 수렴성에 대한 이해도 평가한다.

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문	관련 성취기준
교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8]
성취기준 · 성취수준	<p>(나) 수열                      ② 수열의 합 ① <math>\sum</math>의 뜻을 알고, 그 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ② 여러 가지 수열의 첫째항부터 제<math>n</math>항까지의 합을 구할 수 있다.</p> <p>(다) 도형의 방정식                      ① 평면좌표 ① 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다.</p> <p>(다) 다항함수의 미분법                      ③ 도함수의 활용 ③ 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.</p> <p>(다) 다항함수의 미분법                      ① 수열의 극한 ① 수열의 수렴, 발산의 뜻을 알고, 이를 판별할 수 있다. ② 수열의 극한에 대한 기본 성질을 이해하고, 이를 활용하여 극한값을 구할 수 있다.</p> <p>(라) 다항함수의 적분법                      ② 정적분 ① 구분구적법을 이해하고, 이를 이용하여 간단한 도형의 넓이와 부피를 구할 수 있다. ② 정적분의 뜻을 안다. ③ 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.</p> <p>(나) 삼각함수                      ② 삼각함수의 미분 ② 삼각함수의 덧셈정리를 이해한다. ③ 사인함수와 코사인함수를 미분할 수 있다.</p> <p>(라) 적분법                      ① 여러 가지 적분법 ① 치환적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ② 부분적분법을 이해하고, 이를 활용할 수 있다. ③ 여러 가지 함수의 부정적분과 정적분을 구할 수 있다.</p>

\*: 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8] “수학과 교육과정”  
 \*\*: 교육과학기술부 발간 「2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학」(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-01)

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	미적분 II, II-2-1, 삼각함수의 덧셈정리	정상권 외 7인	금성출판사	2016	84
	미적분 II, IV-1-2, 치환적분과 부분적분법	정상권 외 7인	금성출판사	2016	171
	미적분 II, II-2-1, 삼각함수의 덧셈정리	김원경 외 11인	비상교육	2016	77
	미적분 II, IV-1-3, 부분적분법	김원경 외 11인	비상교육	2016	147
	미적분 II, II-1-01. 삼각함수의 덧셈정리	이준열 외 9인	천재교육	2016	95
	미적분 II, IV-1-03. 부분적분법	이준열 외 9인	천재교육	2016	183
	미적분 I, II-1-2. 함수의 극한값의 계산	김원경 외 11인	비상교육	2016	53
	미적분 I, II-1-2. 극한값의 계산	정상권 외 7인	금성출판사	2016	58
기타					

**5. 문항 해설**

[문제 2-1]

미적분 II에 나오는 삼각함수는 다양한 과학 및 공학 분야에 응용되는 기본함수 중에 하나이다. 본 문항에서는 삼각함수의 한 종류인 탄젠트 함수를 이용하여 각을 함수로 표현할 수 있는지를 평가한다. 또한 각의 크기를 최댓값을 구하는 과정에서 산술기하 평균을 이용하여 구하거나, 미적분 I에 나오는 미분을 이용하여 최댓값을 구할 수 있는지 평가한다.

[문제 2-2]

적분은 미적분 II에 나오는 주요 개념으로, 본 문항에서는 적분의 개념을 정확히 이해하고 계산을 수행할 수 있는지를 평가한다. 구체적으로 본 문항을 풀기 위해서는 부분적분을 하여 적분을 계산하여야 하고, 이렇게 얻은 수열의 합은 다시 구분구적법으로 적분으로 표현할 수 있어야 한다. 그 후에 마지막으로 치환적분을 이용하여 계산을 하여야 한다. 또한 이 문항에서 수열의 극한을 잘 이해하고 있는지도 평가한다.

**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
문제 2-1	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 제시문을 활용하여 <math>\tan \theta = \frac{x}{5x^2 + 33x + 60}</math> 를 얻으면 +4점</li> <li>● 산술기하 평균을 이용하여 점 <math>x = 2\sqrt{3}</math> 을 얻으면 +6점</li> </ul> <p>별해 채점기준</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 제시문을 활용하여 <math>\tan \theta = \frac{x}{5x^2 + 33x + 60}</math> 를 얻으면 +4점</li> <li>● 식을 미분하여 <math>\frac{d\theta}{dx} = 0</math>인 점 <math>x = 2\sqrt{3}</math> 를 얻으면 +4점</li> <li>● <math>x = 2\sqrt{3}</math> 에서 실제로 <math>\theta</math>가 극댓값을 가진다는 것을 설명하면 +2점</li> </ul>	10
문제 2-2	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>\int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx = \frac{e^{-n\pi} k \cos(k\pi)}{n^2 + k^2} + \frac{k}{n^2 + k^2}</math> 를 얻으면 +5점</li> <li>● 두 번째 합의 극한 <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} = \frac{\ln 2}{2}</math> 를 계산을 통해 얻으면 +5점</li> <li>● 첫 번째 합의 극한 <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k}{n^2} = 0</math>를 충분한 근거를 제시하여 얻으면 +5점 (0을 얻었지만 근거가 부족하면 +3점)</li> </ul>	15

**7. 예시 답안**

**[문제 2-1]**

각 ACB 를  $\theta$ 라고 하고, 각 ACB 와 각 ACO (이때 O(0,0)는 원점)에 탄젠트 함수의 벨셈 정리를 적용하여

$$\tan \theta = \frac{\frac{x+6}{2x+6} - \frac{x+5}{2x+5}}{1 + \frac{x+5}{2x+5} \frac{x+6}{2x+6}} = \frac{x}{5x^2 + 33x + 60}$$

를 얻는다. 이 식의 분모와 분자를  $x$ 로 나누어 다음과 같이 정리한 후

$$\tan \theta = \frac{1}{5x + \frac{60}{x} + 33},$$

산술기하 평균을 이용하면,  $x = 2\sqrt{3}$  일 때  $\tan \theta$ 가 최댓값을 갖고, 따라서  $\theta$ 도 최댓값을 갖는 것을 알 수 있다

문제 2-1 별해

위 예시답안의 과정을 통해  $\tan \theta = \frac{x}{5x^2 + 33x + 60}$  를 얻는다. 이 식을 미분하면

$$\sec^2 \theta \frac{d\theta}{dx} = \frac{-5x^2 + 60}{(5x^2 + 33x + 60)^2}$$

이므로,  $\theta$ 는  $x = 2\sqrt{3}$  일 때 유일하게 0보다 큰 극값을 가진다. 한편, 삼각형 ABC 그림으로부터,  $x = 0$ 일 때  $\theta = 0$ 이고,  $x$ 가 충분히 크면  $x$ 가 커질수록  $\theta$ 가 감소한다는 것을 알 수 있다. 따라서  $x = 2\sqrt{3}$  일 때  $\theta$ 가 최댓값을 가진다.

**[문제 2-2]**

우선 부분적분을 두 번 적용하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx &= \left[ -\frac{1}{n} e^{-nx} \sin(kx) \right]_0^\pi - \int_0^\pi \left( -\frac{1}{n} e^{-nx} \right) k \cos(kx) dx \\ &= \frac{k}{n} \int_0^\pi e^{-nx} \cos(kx) dx \\ &= \frac{k}{n} \left[ -\frac{1}{n} e^{-nx} \cos(kx) \right]_0^\pi - \frac{k}{n} \int_0^\pi \left( -\frac{1}{n} e^{-nx} \right) (-k \sin(kx)) dx \\ &= -\frac{e^{-n\pi} k \cos(k\pi)}{n^2} + \frac{k}{n^2} - \frac{k^2}{n^2} \int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx \end{aligned}$$

위 식을 정리하면  $\int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx = \frac{k}{n^2 + k^2} - \frac{e^{-n\pi} k \cos(k\pi)}{n^2 + k^2}$  이므로

$$\sum_{k=1}^n \int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} - \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k \cos(k\pi)}{n^2 + k^2}$$

이다. 이때, 구분구적법과 치환( $t = 1 + x^2$ )을 이용하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2 + k^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{\frac{k}{n}}{1 + \left(\frac{k}{n}\right)^2} = \int_0^1 \frac{x}{1 + x^2} dx = \int_1^2 \frac{1}{2t} dt = \frac{\ln 2}{2}.$$

를 얻을 수 있다. 한편,  $-\frac{1}{n^2} \leq \frac{\cos(k\pi)}{n^2 + k^2} \leq \frac{1}{n^2}$  이므로,

$$-\sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k}{n^2} \leq \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} \cos(k\pi) k}{n^2 + k^2} \leq \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k}{n^2}$$

이다. 그런데  $\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$  를 이용하여 계산하면  $\sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} k}{n^2} = e^{-n\pi} \frac{n(n+1)}{2n^2}$  이 0으로

수렴함을 보일 수 있다.  $\sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} (-1)^k k}{n^2 + k^2}$  보다 작은 수열과 큰 수열 모두 0으로 수렴하므로,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{e^{-n\pi} (-1)^k k}{n^2 + k^2} = 0 \text{ 이다.}$$

모두를 정리하여,  $\sum_{k=1}^n \int_0^\pi e^{-nx} \sin(kx) dx = \frac{\ln 2}{2}$  를 얻는다.

## 문항카드 10

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항 번호	자연계열 I 수학 3번	
출제 범위	수학과 교육과정 과목명	3-1 문제: 수학 I, 수학 II 3-2 문제: 수학 I, 미적분 II, 기하와 벡터
	핵심 개념 및 용어	3-1문제: 다항식의 연산, 나머지 정리, 함수의 합성 3-2문제: 거리, 삼각함수의 덧셈정리, 음함수의 미분
예상 소요 시간	30분	

### 2. 문항 및 제시문

[문제 3] 다음을 읽고 문제에 답하시오.

- 다항식  $A$  를 다항식  $B (B \neq 0)$  로 나누었을 때의 몫을  $Q$ , 나머지를  $R$  라고 하면 다음 식이 성립한다.  
$$A = BQ + R$$
  
여기서  $R$  의 차수는  $B$  의 차수보다 낮다.
- 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$  의 합성함수  $g \circ f: X \rightarrow Z$  는  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$  이다.
- 좌표평면 위의 두 점  $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$  사이의 거리는 다음과 같다.  
$$\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

[문제 3-1] 유리수  $a, b$  에 대하여  $f(x) = x^3 + 3x^2 + ax + b, g(x) = x^2 + 2x + 2$  일 때,  $(g \circ f)(x)$  가  $g(x)$  로 나누어 떨어진다고 한다. 가능한 순서쌍  $(a, b)$  를 모두 구하시오. [10점]

[문제 3-2] 좌표평면 위의 점  $P(1, 0)$  에 이르는 거리와 직선  $x = -2$  에 이르는 거리의 비가  $1:2$  인 점들의 집합을  $C$  라고 하자. 곡선  $C$  위의 점  $Q(1, y_0)$  에서의 법선이  $x$  축 위의 어떤 점  $R(x_0, 0)$  에 대해 각  $PQR$  를 이등분할 때,  $x_0$  의 값을 구하시오. (단,  $y_0 > 0$ ) [15점]

### 3. 출제 의도

[문제 3-1]  
함수의 합성을 통해 합성함수를 구하는 과정에서 다항식의 나눗셈과 나머지 정리를 이해하고 있는지 평가한다.

[문제 3-2]  
두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 평면곡선의 방정식을 구하고, 음함수의 미분을 이용해 점

선의 기울기를 구하는 것, 삼각함수의 덧셈정리를 이용해 두 직선이 이루는 각을 구할 수 있는 지에 대해 평가한다.

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 및 관련 성취기준

문항 및 제시문	관련 성취기준
교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8]
성취기준	(가) 다항식 ① 다항식의 연산 ① 다항식의 곱셈과 나눗셈을 할 수 있다. ② 나머지 정리 ② 나머지정리의 의미를 이해하고, 이를 활용하여 문제를 해결할 수 있다.
성취수준	(가) 집합 ② 명제 ③ 필요조건과 충분조건을 이해한다.
	(나) 함수 ① 함수 ② 함수의 합성을 이해하고, 합성함수를 구할 수 있다.
	(다) 도형의 방정식 ① 평면좌표 ① 두 점 사이의 거리를 구할 수 있다. ④ 도형의 이동 ① 평행이동의 의미를 이해한다.
	(나) 삼각함수 ② 삼각함수의 미분 ① 삼각함수의 덧셈정리를 이용한다.
	(가) 평면곡선 ① 평면곡선의 접선 ① 음함수를 미분하여 곡선 위의 한 점에서의 접선의 방정식을 구할 수 있다.

\*: 교육과학기술부 고시 제 2011-361호 [별책 8] “수학과 교육과정”  
 \*\*: 교육과학기술부 발간 「2009 개정 교육과정에 따른 성취기준·성취수준: 고등학교 수학」(교육과학기술부 발간등록번호 11-1341000-002322-01)

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	수학 I, I-1-2. 다항식의 곱셈과 나눗셈	이강섭 외 14인	미래엔	2016	19
	수학 I, III-1-1. 두 점 사이의 거리	이강섭 외 14인	미래엔	2016	136
	수학 I, I-1-2. 다항식의 곱셈과 나눗셈	정상권 외 7인	(주) 금성출판사	2015	19
	수학 I, III-1-1. 두 점 사이의 거리	정상권 외 7인	(주) 금성출판사	2015	133
	수학 I, I-1-3. 다항식의 나눗셈	황선욱 외 10인	좋은책 신사고	2017	19
	수학 I, III-1-1. 두 점 사이의 거리	황선욱 외 10인	좋은책 신사고	2017	117
	수학 II, II-1-2. 합성함수	조도연 외 12인	경기도교육청	2016	78
	수학 II, II-1-2. 합성함수	이강섭 외 14인	미래엔	2016	77
	수학 II, II-1-2. 합성함수	신항균 외 11인	(주)지학사	2016	82
기타					

**5. 문항 해설**

**[문제 3-1]**

다항식은 수학 I에서 다루어지는 내용으로, 고등학교 수학 과정 전반에서 핵심적으로 다루어지는 개념 중 하나이다. 본 문항에서는 수학 II에서 나오는 함수의 합성을 통해 합성함수로 주어진 다항식을 다른 다항식으로 나누는 과정에서 다항식의 나눗셈과 나머지 정리를 이해하고 있는지 평가한다.

**[문제 3-2]**

평면에서 거리에 대해 주어진 조건이 있을 때 그것을 식으로 표현하여 다양한 기하적 문제를 해결하는 것은 고등학교 과정에서 흔히 다루어지는 내용이다. 본 문항에서는 수학 I에서 배우는 두 점 사이의 거리 공식을 이용하여 평면곡선의 방정식을 구하고, 기하와 벡터에 나오는 음함수의 미분을 이용해 접선의 기울기를 구하는 것, 그리고 미적분 II에 나오는 삼각함수의 덧셈정리를 이용해 두 직선이 이루는 각을 구할 수 있는지에 대해 평가한다.

**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
문제 3-1	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>x^2 + 2x + 2 = 0</math>의 한 근 <math>\alpha</math>에 대해 <math>\alpha</math>가 실수가 아닌 복소수라는 것을 보이면 +2점,</li> <li>● 이를 이용하여 <math>c = d = 0</math>이라는 조건이 <math>c\alpha + b = 0</math>이라는 조건과 필요충분조건임을 보이고 따라서 <math>g(f(\alpha)) = 0</math>을 만족하게 하는 <math>f(x)</math>를 찾으면 된다는 것을 보이면 +3점.</li> <li>● 일차식 <math>k\alpha + l</math>에 대해 <math>g(k\alpha + l)</math>를 계산하고 <math>\alpha^2 + 2\alpha + 2 = 0</math>을 이용하여 조건 <math>2kl + 2k - 2k^2 = 0</math>, <math>l^2 + 2l + 2 - 2k^2 = 0</math>을 얻으면 +3점</li> <li>● <math>(a, b) = (5, 2), (3, 0)</math>을 구하면 +2점.</li> </ul> <p>별해 채점기준</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>(g \circ f)(x) = f(x)^2 + 2f(x) + 2</math>를 전개하여 식을 얻으면 +3점,</li> <li>● 위 식을 <math>g(x) = x^2 + 2x + 2</math>로 나누어, 조건 <math>2a^2 - 2ab - 14a + 8b + 24 = 0</math>, <math>b^2 - 2b - 2a^2 + 16a - 30 = 0</math>가 나옴을 보이면 +3점,</li> <li>● <math>(a, b) = (5, 2), (3, 0)</math>를 얻으면 +4점.</li> </ul>	10
문제 3-2	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 문제의 조건을 만족하는 점들의 집합이 <math>\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1</math>인 것을 보이면 +5점.</li> <li>● <math>Q(1, y_0)</math>에서의 법선의 기울기가 <math>-2</math>라는 것을 보이면 +5점.</li> <li>● 탄젠트의 덧셈정리를 사용하여 <math>x_0 = 3</math>을 얻으면 +5점.</li> </ul>	15

**7. 예시 답안**

**[문제 3-1]**

$x^2 + 2x + 2 = 0$ 의 한 근을  $\alpha$ 라고 하자. 다항식의 나눗셈을 이용하여

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = (x^2 + 2x + 2)q(x) + (cx + d) \text{ 라고 하면,}$$

$$(g \circ f)(\alpha) = g(f(\alpha)) = (\alpha^2 + 2\alpha + 2)q(\alpha) + c\alpha + d = c\alpha + d \text{ 이다.}$$

$\alpha$ 는 실수가 아니므로, 문제에서  $(g \circ f)(x)$ 가  $x^2 + 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다는 조건, 즉  $c = d = 0$ 이라는 조건은  $c\alpha + b = 0$ 이라는 조건과 필요충분조건이다. 따라서  $g(f(\alpha)) = 0$ 을 만족하게 하는  $f(x)$ 를 찾으려 한다.

한편,  $f(\alpha)$ 를 계산하면,

$$\begin{aligned} f(\alpha) &= \alpha^3 + 3\alpha^2 + a\alpha + b = (\alpha + 1)(\alpha^2 + 2\alpha + 2) + (a - 4)\alpha + (b - 2) \\ &= (a - 4)\alpha + (b - 2) \end{aligned}$$

에서,  $g((a - 4)\alpha + (b - 2)) = 0$ 이 되는  $a, b$ 를 찾으려 한다.

$a - 4 = k, b - 2 = l$ 로 치환하면 위 식은

$$\begin{aligned} g(k\alpha + l) &= k^2\alpha^2 + (2kl + 2k)\alpha + (l^2 + 2l + 2) \\ &= k^2(\alpha^2 + 2\alpha + 2) + (2kl + 2k - 2k^2)\alpha + (l^2 + 2l + 2 - 2k^2) \\ &= (2kl + 2k - 2k^2)\alpha + (l^2 + 2l + 2 - 2k^2) \\ &= 0 \end{aligned}$$

에서,  $\alpha$ 가 실수가 아니므로  $2kl + 2k - 2k^2 = 0, l^2 + 2l + 2 - 2k^2 = 0$ 을 얻고, 이를 풀면  $(k, l) = (1, 0), (-1, -2)$ 를 얻는다.

따라서 가능한 순서쌍은  $(a, b) = (5, 2), (3, 0)$ 이다.

**[문제 3-1] 별해**

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = f(x)^2 + 2f(x) + 2$ 를 계산하면

$$x^6 + 6x^5 + (2a + 9)x^4 + 2x^3(3a + b + 1) + x^2(a^2 + 6b + 6) + 2a(b + 1)x + (b^2 + 2b + 2)$$

를 얻는다.

이를  $g(x) = x^2 + 2x + 2$ 로 나누면, 나머지가

$$(-2a^2 + 2ab + 14a - 8b - 24)x + (b^2 - 2b - 2a^2 + 16a - 30)$$

가 나오므로 이것이 0이 되어야 한다. 따라서

$$2a^2 - 2ab - 14a + 8b + 24 = 0, b^2 - 2b - 2a^2 + 16a - 30 = 0$$

이 되는  $(a, b)$ 를 찾으려 한다. 첫 번째 식을 인수분해하면  $2(a - 4)(a - (b + 3)) = 0$ 을 얻고,  $b^2 - 2b - 2a^2 + 16a - 30 = 0$ 에  $a = 4$ 를 대입하면  $b^2 - 2b + 2 = 0$ 에서  $b = 1 \pm i$ 가 되어  $b$ 가 유리수라는 것에 모순이 되고,  $b^2 - 2b - 2a^2 + 16a - 30 = 0$ 에  $a = b + 3$ 을 대입하면  $-b^2 + 2b = 0$ 이 되고  $(a, b) = (5, 2), (3, 0)$ 를 얻는다.

**[문제 3-2]**

거리에 대한 조건  $2\sqrt{(x - 1)^2 + y^2} = x + 2$ 에서 양변을 제곱하여 정리하면, 문제의 조건을 만족하는 점들의 좌표  $x, y$ 는  $\frac{(x - 2)^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 을 만족해야 한다.

따라서  $y_0 = \frac{3}{2}$ 을 얻을 수 있고, 점  $Q(1, y_0)$ 에서의 접선의 기울기를 구하기 위해 음함수의 미분법을 이용하면, 곡선  $C$  위의 임의의 점  $(x, y)$ 에서의 접선의 기울기는  $\frac{dy}{dx} = -\frac{3(x-2)}{4y}$ 임을 얻고, 이를 이용하여  $Q(1, y_0)$ 에서의 접선의 기울기가  $\frac{1}{2}$ 이라는 것을 알 수 있다. 따라서 법선의 기울기는  $-2$ 이고, 법선과  $\overline{PQ}$ 가 이루는 예각을  $\theta$ 라고 하면,  $\tan \theta = \frac{1}{2}$ 이 된다.

한편, 점  $R(x_0, 0)$ 과 점  $Q(1, y_0)$ 를 지나는 직선의 기울기는  $\frac{y_0}{1-x_0} = \frac{3}{2(1-x_0)}$ 가 되고, 문제의 조건에 의해  $\overline{QR}$ 과 법선이 이루는 각이  $\theta$ 와 같아야 하므로, 탄젠트의 덧셈정리에 의해

$$\frac{\frac{3}{2(1-x_0)} - (-2)}{1 + \frac{3}{2(1-x_0)} \cdot (-2)} = \frac{1}{2} \text{을 이용해 } x_0 = 3 \text{을 얻는다.}$$

### 문항카드 14

#### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(생명 과학)/문제 [4-1], 문제 [4-2]	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	과학, 생명 과학 I, 생명 과학 II	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명 과학 I, 생명 과학 II
	핵심개념 및 용어	유전자, DNA의 구조, DNA의 복제, 전사, 생명 과학의 탐구
예상 소요 시간	30분	

#### 2. 문항 및 제시문

**[생명과학]**

**[문제 4]** 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하십시오.

- (가) 정소나 난소 같은 생식 기관에서는 생식 세포를 형성하기 위한 세포 분열이 일어나며, 염색체 수가 모세포의 절반이 되는 감수 분열을 통해 생식 세포를 만들게 된다. 감수 분열이 시작되기 전 간기에서는 유전 물질이 복제되고, 모양과 크기가 같은 두 개의 염색체인 상동 염색체는 각각 염색 분체가 2개인 염색체를 형성한다. 감수 1분열에서는 상동 염색체가 분리되며, 감수 2분열에서는 유전 물질의 복제 없이 체세포 분열과 유사하게 염색 분체가 분리된다. 따라서 감수 1분열과 2분열이 일어난 생식 세포는 4개의 딸세포가 생성되며, 딸세포의 DNA양은 모세포의 절반이 된다. 유성 생식을 하는 생물은 암수 생식 세포가 수정하여 자손을 만들며, 감수 분열을 통해 유전 물질이 절반으로 줄어든 생식 세포를 만들어서 여러 세대를 거듭하여도 일정한 염색체 수와 DNA양을 유지할 수 있다.
- (나) 하나의 염색체에는 많은 종류의 유전자가 포함되어 있다. 따라서 염색체 수가 정상과 다른 경우 유전병이 나타나는 원인이 된다. 감수 1분열 과정에서 상동 염색체가 제대로 분리되지 않은 경우, 감수 2분열에서 정상적으로 염색 분체가 분리되어도 한 쌍의 상동 염색체를 구성하는 2개의 염색체가 모두 하나의 생식 세포로 들어갈 수 있다. 또한, 감수 2분열 과정에서 염색체가 정상적으로 분리되지 않으면, 2개의 염색 분체가 모두 하나의 생식 세포로 들어가게 된다. 이러한 현상을 염색체 비분리 현상이라 하며, 정상 생식 세포보다 많거나 적은 염색체를 갖는 염색체 돌연변이가 생겨난다.
- (다) 생물의 유전적 형질이 나타나는 정보의 단위를 유전자라고 한다. 유전자는 세포의 핵 안에 있는 DNA에 들어 있으며, DNA는 사다리가 꼬여 있는 모양의 2중 나선 구조로 이루어져 있다. 체세포 분열 시 모세포의 DNA는 복제되어 딸세포에 전달된다. 샤가프는 여러 생물의 DNA를 추출하여 조사한 결과, 생물 종에 따라 염기의 구성이 다르다는 것을 발견하였고, 한 종의 DNA에서는 염기인 아데닌(A)과 티민(T)의 양이 같고, 구아닌(G)과 사이토신(C)의 양이 같다는 것을 발견하였다. 왓슨과 크릭에 의해 DNA 구조가 밝혀지면서, 염기는 분자 구조상 A은 T하고만 결합하고, G은 C하고만 수소 결합을 통해 상보적 결합을 이룬다는 것이 밝혀졌다. 따라서 DNA 2중 나선에서 한 가닥의 염기 서열을 알면 다른 가닥의 염기 서열도 정확히 예측할 수 있다.

- (라) 유전 정보가 담긴 DNA로부터 mRNA가 만들어지는 과정을 전사라 하고, mRNA로부터 단백질이 만들어지는 과정을 번역이라고 한다. RNA는 DNA와 유사한 폴리뉴클레오타이드이지만 단일 가닥으로 되어 있고, 당이 DNA와는 달리 리보스이며, 4가지 염기 중 티민(T) 대신 유라실(U)을 염기로 가지고 있다는 점이 다르다. RNA 중합 효소는 특정한 유전자의 프로모터에 결합하여 전사를 시작하는데, RNA 합성이 시작되면 RNA 중합 효소는 DNA 주형에 상보적으로 결합할 수 있는 리보뉴클레오타이드를 순서대로 결합시켜 RNA 가닥을 합성한다. 이때 DNA 복제와는 달리 아데닌(A)에 대한 상보적 염기로 T 대신 U을 사용한다. 또한 DNA 복제와는 달리 전사에서는 2개의 DNA 가닥 중 하나만 주형으로 사용한다.
- (마) 생명 과학의 탐구는 어떤 현상을 관찰하여 문제를 발견하는 일로부터 시작한다. 연구자는 관찰한 사실을 설명하기 위해 잠정적인 답인 가설을 설정하고, 가설이 옳은지 그른지 증명하기 위한 탐구를 설계하고 수행한다. 탐구를 수행할 때에는 실험 결과에 대한 타당성을 높이기 위해 대조군을 설정하여 실험군과 비교하는 대조 실험을 시행한다. 이때 조작 변인을 제외한 다른 모든 변인은 일정하게 유지해야 하는데, 이를 변인 통제라고 한다.

[문제 4-1] 어떤 유전 질환자 가족의 발병 원인을 알아보기 위하여 다음과 같이 가계도를 그리고, 염색체를 염색하는 실험을 하였다.

[가계도]

[실험 과정]

I. ㉠, ㉡에서 생성될 수 있는 생식 세포와, ㉢, ㉣, ㉤의 피부에서 체세포를 추출하여 이 유전 질환의 원인으로 예상되는 N번 염색체 전체를 형광 염색하였다.

II. 염색된 세포를 현미경을 이용하여 <그림 1>과 같이 관찰한 후, 각 사람의 염색된 N번 염색체 형태를 <표 1>에 유형별로 정리하였다.

[실험 결과]

<그림 1> 염색된 N번 염색체

①	②	③	④
없음			

<표 1> 사람별 염색체 형태

세포	사람	염색체 형태
생식 세포	㉠	?
	㉡	②
체세포	㉢	④
	㉣	②
	㉤	③

위 가계도와 실험 결과를 해석하여 ㉠에서 생성될 수 있는 생식 세포의 염색체 형태를 예측하여 모두 제시하고, 그 이유를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. (단, 제시된 염색체 수 변화 이외의 다른 돌연변이는 고려하지 않고, 이 유전 질환에서는 N번 염색체 수가 정상보다 많거나 적게 나타난다.) [10점]

[문제 4-2] 새로 개발한 항암제 X와 Y의 특성을 알아보기 위해 다음과 같은 실험을 하고 그 결과를 정리하였다.

**[실험 과정]**

- I. 암 환자에서 정상 세포와 암세포 덩어리를 떼어낸 후, 각 세포가 배양 접시 안에서 안정적으로 자랄 수 있도록 배양하고, 배양 중인 암세포에는 각각 항암제 X와 Y를 처리하여 일주일 동안 배양하였다.
- II. 정상 세포와 암세포 및 항암제를 처리한 암세포에서 DNA와 mRNA를 추출하였다.
- III. 추출한 2중 가닥 DNA(가닥 a, a')에 포함된 아데닌(A), 구아닌(G), 사이토신(C), 티민(T), 유라실(U)의 상대량과 mRNA 총량을 측정하였다.

**[실험 결과]**

- I. 암세포만 배양한 대조군과 비교하여, 항암제 X와 Y를 각각 처리한 두 실험군에서 암세포의 성장 속도가 모두 현저히 줄어들었다.
- II. 추출한 DNA(가닥 a, a')의 염기 비율과 mRNA 총량(상댓값) 측정 결과를 도표로 나타내었다.

세포	구분 (%)	DNA 가닥 a					DNA 가닥 a'					염기 총합 (%)	mRNA 총량 (상댓값)
		A	T	G	C	U	A	T	G	C	U		
정상 세포		16	12	9	13	0	12	16	13	9	0	100	1.00
암세포		12	17	11	10	0	17	12	10	11	0	100	1.34
암세포 + 항암제 X		12	17	11	10	0	11	18	7	14	0	100	0.98
암세포 + 항암제 Y		12	17	11	10	0	17	12	10	11	0	100	0.02

위의 실험 결과를 바탕으로 암이 발생한 이유와 항암제 X와 Y가 어떻게 암세포의 성장을 저해했는지 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 논리적으로 설명하시오. 또한, 항암제 X와 Y를 실제 환자에게 적용하기 위해서는 어떠한 실험을 추가로 실행해야 하는지 제시문 (마)에 근거하여 설명하시오. [20점]

**3. 출제 의도**

**[문제 4-1]**

생물은 자신과 닮은 개체를 만들어 세대를 이어가는데, 이처럼 생물이 자손을 만드는 현상을 생식이라고 한다. 특히 사람은 감수 분열 과정을 통해 염색체의 수를 모세포의 절반이 되는 4개의 생식 세포를 생성하고, 생식 세포의 수정 과정을 거쳐 새로운 개체를 만든다. 하지만, 감수 1분열과 감수 2분열 과정에서 염색체의 비분리가 발생하게 되면 자손의 염색체 수가 정상인보다 많거나 적어질 수 있으며, 이러한 염색체 수의 변화에 의해 다양한 유전병이 나타날 수 있다. 제시문과 문제에서 주어진 결과를 바탕으로 염색체 비분리에 의한 염색체 수의 변화가 다음 세대에 어떻게 영향을 끼치는지를 논리적으로 이해하는 것이 본 문제의 의도이다. 가계도에서 ㉠과 ㉡은 부모 세대로서 3명의 자녀 ㉢, ㉣, ㉤의 중 2명에게서 질환이 나타났고 1명은 정상이다. 주어진 표를 통해 각 사람의 염색체의 형태를 분석할 수 있고 감수 1분열 과정과 감수 2분열 과정에서 각각 염색체 비분리 현상이 나타났을 때의 생식 세포에서의 염색체 수의 변화를 이해했는지를 평가한다. 더불어 결과를 해석하여 ㉠에서 생성이 가능한 생식 세포의 염색체 형태는 ①, ②, ③이고, 실험 결과와 제시문에 근거하여 감수 1분열 혹은 2분열 과정에서 염

색체 비분리가 발생한 것으로 예상할 수 있는지 종합적으로 평가한다.

**[문제 4-2]**

생명체의 유전적 형질을 나타내는 단위체인 유전자는 DNA에 들어 있는데, DNA를 이루는 염기는 항상 아데닌(A)은 티민(T)과만 결합하고, 구아닌(G)은 사이토신(C)하고만 결합하는 특성이 있다. 이러한 특성을 주어진 제시문을 읽고 문제에 주어진 자료들을 통합적으로 분석하여 DNA가 복제될 때 상황과, mRNA가 만들어지는 전사 과정을 이해하는 것이 본 문제의 핵심이다. 실험 과정을 이해하고, 그에 따른 실험 결과인 표를 분석하여 정상 세포 DNA에서의 염기 조성비와 암세포 DNA에서의 염기 조성비가 달라져 있음을 확인한다. 전체 DNA의 염기 조성이 암세포에서 바뀌었다는 사실을 제시문 (다)에 근거하여 찾아 낼 수 있는지 확인 한다. 또한 암세포에 항암제 X와 Y를 각각 처리하여 각 암세포들의 염기 조성을 표를 통해 확인하였다. 항암제 X를 처리하면 DNA 가닥 한쪽은 변화가 없으나, 다른 쪽 DNA 가닥의 염기 조성이 바뀐 것을 찾아 낼 수 있는지 확인 한다. 이런 경우, 제시문 (다)와 (라)에 의해 DNA 복제 과정에 문제가 생긴 것을 찾아 낼 수 있는지 평가 한다. 또한 항암제 Y를 처리한 경우, DNA의 염기 조성은 변화 없으나 mRNA 총량이 매우 줄어들어 있음을 확인하고, 제시문 (라)에 의해 전사 과정에 문제가 있음을 찾아내고 이는 항암제 Y가 RNA 중합 효소의 기능을 저해하여 암세포의 성장이 줄었음을 찾아낼 수 있는지 평가 한다. 마지막으로 주어진 실험에서 암세포에만 항암제 X와 Y의 기능을 검사하였는데, 정상인에 이 항암제들을 적용하기 위해서는 정상 세포에 X와 Y를 처리하여, 정상 세포에서는 DNA 염기 조성에 변화가 없고 mRNA 총량 또한 변함이 없는 것을 확인하는 실험을 진행하여, 생명과학 실험을 정확히 설계하고 이를 통합적으로 이해할 수 있는지 확인한다.

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호, 생명과학 I, 생명과학 II
성취기준 / 영역별 내용	<p>[제시문 (가), (나)]</p> <p>[생명과학 I]</p> <p>(2) 세포와 생명의 연속성: 유전자의 전달을 통한 생명의 연속성을 세포분열, 염색체 행동, 유전 현상과 관련지어 이해한다.</p> <p>(가) 세포와 세포분열</p> <p>② 세포 주기와 세포 분열을 염색체의 행동과 관련지어 안다.</p> <p>③ 감수분열에서의 염색체 행동을 유전자와 관련지음으로써 생명의 연속성을 이해한다.</p> <p>(나) 유전</p> <p>③ 염색체 이상과 유전자 이상으로 인한 현상을 이해한다.</p>
적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호, 생명과학 I, 생명과학 II
성취기준 / 영역별 내용	<p>[제시문 (다),(라)]</p> <p>[생명과학 III]</p> <p>(2) 유전자와 생명 공학</p> <p>(가) 유전자와 형질 발현</p> <p>① 핵산의 구성 성분과 DNA의 구조 및 복제 과정을 이해한다.</p> <p>② 유전자로부터 단백질이 합성되는 과정을 이해한다.</p>

	[제시문 (마)] [생명과학 I] (2) 생명 과학의 이해 (다) 생명 과학 지식이 과학자의 탐구를 통해 구성되었음을 이해한다.
--	--

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	이준규 외	천재교육	2011	28-32, 45-49, 55-59, 85-88
	생명과학 I	박희송 외	교학사	2011	26-29, 42-45, 54-59, 87-88
	생명과학 I	이길재 외	상상아카데미	2012	20-23, 53-54, 64-68, 94-96
	생명과학 I	심규철 외	비상교육	2012	16-18, 51-52, 62-65, 98-100
고등학교 교과서	생명과학 II	박희송 외	교학사	2011	124-133, 140-149
	생명과학 II	이길재 외	상상아카데미	2012	101-109, 116-125
	생명과학 II	이준규 외	천재교육	2011	97-105, 110-121

**5. 문항 해설**

**[문제 4-1]**

· 가계도에서 부모인 ㉠과 ㉡은 세 명의 자녀 ㉢, ㉣, ㉤을 낳아 ㉢ 남자와 ㉣ 여자에서는 질환이 나타났고, ㉤ 남자는 정상이다. <표 1>에서 염색체의 형태를 근거로 하여 다음과 같이 예측할 수 있다. ㉢은 생식 세포에서 ②번처럼 하나의 N번 염색체를 갖는 정상 남자이다. ㉣은 체세포에서 ④번처럼 N번 염색체 하나를 더 갖는 질환 남자이고, ㉤은 체세포에서 ②번처럼 N번 염색체 하나가 부족한 질환 여자이다. ㉤은 체세포에서 ③번처럼 N번 염색체 2개를 갖는 정상 남자이다.

· <표 1> 결과를 해석하면 ㉠에서 생성 가능한 생식 세포의 염색체 형태는 ①, ②, ③이고, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 ㉠의 생식 세포는 감수 1분열 혹은 감수 2분열 과정에서 염색체 비분리가 발생한 것으로 예상할 수 있다. 감수 1분열 과정에서 염색체 비분리가 일어나면 ①, ③의 생식 세포가 생성되며, 감수 2분열 과정에서 염색체 비분리가 일어나면 ①, ②, ③의 생식 세포가 생성된다.

**[문제 4-2]**

· 주어진 실험에서 DNA의 2중 가닥을 이루고 있는 염기의 비율을 조사하였고, 정상 세포에서는 가닥 a와 a'이 서로 상보적으로 A-T, G-C가 같은 비율로 이루어져 있음을 알 수 있다. 그러나 제시문 (다)에 근거하여 암세포에서는 DNA 가닥 a와 a' 사이의 A-T, G-C의 비율이 상보적으로 일치하지만, 각 염기의 비율은 정상세포와 달라져 있음을 알 수 있다. 이는 암세포의 DNA

에 돌연변이가 발생하여 A-T, G-C의 비율이 달라졌음을 알 수 있다.

- 항암제 X를 처리하면, 항암제를 처리하지 않은 암세포와 비교하여 가닥 a와 a'의 염기 비율이 달라져 있음을 실험 결과를 통해 알 수 있다. 제시문 (다)에 근거하여 DNA의 두 가닥 중 한 쪽 가닥의 염기 비율이 달라지면 DNA 복제 과정에 문제가 생겨서 암세포의 성장이 줄어들었을 것임을 알 수 있다.

- 항암제 Y를 처리하면, 항암제를 처리하지 않은 암세포와 비교하여 가닥 a와 a'의 염기 비율은 같으나 mRNA 총량이 매우 줄어든 것으로 보아, 제시문 (라)에 근거하여 DNA를 주형으로 mRNA를 만드는 전사 과정에 문제가 발생하였고, RNA 중합 효소에 영향을 주어 암세포의 성장이 줄어들었음을 알 수 있다.

- 항암제 X, Y를 환자에 실제 적용하기 위해서는 제시문 (마)에 근거하여 정상 세포와 항암제 X와 Y를 처리한 암세포를 대조군으로 사용하고, 항암제를 처리한 정상 세포를 실험군으로 사용해야 한다. 이때 항암제 X, Y를 처리한 정상 세포에서 가닥 a와 a'의 염기 비율이 바뀌지 않고, mRNA 총량 또한 변하지 않으면서 세포의 성장에 문제가 없는지 확인해야 한다.

**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	<그림 1> 결과를 바탕으로 <표 1> 결과의 ㉠ ~ ㉣ 세포의 특징을 정확히 설명하면	3점
	㉠에서 생성될 수 있는 생식 세포의 종류를 모두 제시하면	각1점(총3점)
	결과를 바탕으로 ㉠이 위와 같은 생식 세포를 갖는 이유를 정확히 밝히면	4점
문제 4-2	DNA 가닥 a와 a'의 비율이 달라져 암이 생긴 이유를 설명하면	4점
	항암제 X의 기능이 DNA 복제와 관련된 기능에 영향을 주었음을 설명하면	5점
	항암제 Y의 기능이 전사와 관련된 기능에 영향을 주었음을 설명하면	5점
	전사와 관련된 기능 중 RNA 중합효소에 영향을 주었음을 보이면 추가	2점
	항암제 X, Y를 환자에 실제 적용하기 위해서는 정상세포에서 실험을 진행해 봐야 한다는 내용이 있음을 설명하면	4점

**7. 예시 답안**

[문제 4-1]

- 가계도에서 부모인 ㉠과 ㉡은 세 명의 자녀 ㉢, ㉣, ㉤을 낳아 ㉢ 남자와 ㉣ 여자에서는 질환이 나타났고, ㉤ 남자는 정상이다. <표 1>에서 염색체의 형태를 근거로 하여 다음과 같이 예측할 수 있다. ㉠은 생식 세포에서 ②번처럼 하나의 N번 염색체를 갖는 정상 남자이다. ㉢은 체세포에서 ④번처럼 N번 염색체 하나를 더 갖는 질환 남자이고, ㉣은 체세포에서 ②번처럼 N번 염색체 하나가 부족한 질환 여자이다. ㉤은 체세포에서 ③번처럼 N번 염색체 2개를 갖는 정상 남자이다.

- <표 1> 결과를 해석하면 ㉠에서 생성 가능한 생식 세포의 염색체 형태는 ①, ②, ③이고, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 ㉠의 생식 세포는 감수 1분열 혹은 감수 2분열 과정에서 염색체

비분리가 발생한 것으로 예상할 수 있다. 감수 1분열 과정에서 염색체 비분리가 일어나면 ①, ③의 생식 세포가 생성되며, 감수 2분열 과정에서 염색체 비분리가 일어나면 ①, ②, ③의 생식 세포가 생성된다.

**[문제 4-2]**

- 주어진 실험에서 DNA의 2중 가닥을 이루고 있는 염기의 비율을 조사하였고, 정상 세포에서는 가닥 a와 a'이 서로 상보적으로 A-T, G-C가 같은 비율로 이루어져 있음을 알 수 있다. 그러나 제시문 (다)에 근거하여 암세포에서는 DNA 가닥 a와 a' 사이의 A-T, G-C의 비율이 상보적으로 일치하지만, 각 염기의 비율은 정상세포와 달라져 있음을 알 수 있다. 이는 암세포의 DNA에 돌연변이가 발생하여 A-T, G-C의 비율이 달라졌음을 알 수 있다.

- 항암제 X를 처리하면, 항암제를 처리하지 않은 암세포와 비교하여 가닥 a와 a'의 염기 비율이 달라져 있음을 실험 결과를 통해 알 수 있다. 제시문 (다)에 근거하여 DNA의 두 가닥 중 한 쪽 가닥의 염기 비율이 달라지면 DNA 복제 과정에 문제가 생겨서 암세포의 성장이 줄어들었을 것임을 알 수 있다.

- 항암제 Y를 처리하면, 항암제를 처리하지 않은 암세포와 비교하여 가닥 a와 a'의 염기 비율은 같으나 mRNA 총량이 매우 줄어든 것으로 보아, 제시문 (라)에 근거하여 DNA를 주형으로 mRNA를 만드는 전사 과정에 문제가 발생하였고, RNA 중합 효소에 영향을 주어 암세포의 성장이 줄어들었음을 알 수 있다.

- 항암제 X, Y를 환자에 실제 적용하기 위해서는 제시문 (마)에 근거하여 정상 세포와 항암제 X와 Y를 처리한 암세포를 대조군으로 사용하고, 항암제를 처리한 정상 세포를 실험군으로 사용해야 한다. 이때 항암제 X, Y를 처리한 정상 세포에서 가닥 a와 a'의 염기 비율이 바뀌지 않고, mRNA 총량 또한 변하지 않으면서 세포의 성장에 문제가 없는지 확인해야 한다.

## 문항카드 15

### 1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 II(생명 과학)/문제 [4-1], 문제 [4-2]	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	생명 과학 I, 생명 과학 II	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	생명 과학 I, 생명 과학 II
	핵심개념 및 용어	염색체 구조 이상, 연관군, DNA 복제, 세균, 돌연변이, 멘델의 유전 원리
예상 소요 시간	30분	

### 2. 문항 및 제시문

#### [생명과학]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

- (가) 염색체 이상에 의해 생기는 돌연변이를 염색체 돌연변이라고 한다. 염색체 돌연변이는 염색체 수 이상과 염색체 구조 이상에 의해 나타난다. 염색체 수는 정상이라도 염색체 구조에 이상이 생기면 유전적 이상을 일으켜 염색체 돌연변이가 나타난다. 염색체 구조 이상에는 결실, 중복, 역위, 전좌가 있다. 결실은 염색체 일부가 소실되는 것이며, 중복은 염색체에 같은 유전자가 삽입되면서 같은 부분이 반복되어 나타나는 것이다. 역위는 하나의 염색체 상에서 염색체의 방향이 반대로 뒤집혀 있는 경우이며, 전좌는 한 염색체의 일부가 떨어져 나와 다른 염색체의 일부가 되는 현상이다. 하나의 염색체에는 수많은 유전자가 연관되어 있으므로 염색체 구조가 달라지면 유전 질환이 나타나는 원인이 된다.
- (나) 생물이 지니는 고유한 특징을 형질이라 하고, 형질이 부모로부터 자손에게 전달되는 현상을 유전이라고 한다. 멘델의 유전 원리에서 두 쌍의 대립 유전자가 서로 다른 염색체 상에 있으면 각 대립 유전자 쌍은 우성과 열성, 분리의 법칙, 독립의 법칙을 따라 유전된다. 그러나 두 쌍의 대립 유전자가 같은 염색체 상에 있으면 독립의 법칙이 성립되지 않는다. 이처럼 하나의 염색체 상에 함께 있는 연관된 유전자들을 연관군이라고 한다. 같은 염색체에 존재하는 연관된 유전자도 가끔 떨어져 부모에 없던 새로운 형태의 유전자 조합이 만들어질 수 있는데, 이러한 현상을 교차라고 한다. 유전자가 재조합되어 나타나는 자손의 비율은 연관되어 나타나는 자손의 비율에 비해 출현 빈도가 낮지만, 자손의 유전자 다양성을 증가시키는 요인으로 작용한다.
- (다) 세균은 단세포 생물로서 대부분 이분법으로 번식하고, 인체 내외의 다양한 환경에서 생활한다. 질병을 일으키는 세균은 몸속으로 들어가 빠르게 증식하거나 독소를 생산하여 세포나 조직을 손상시키고 파괴하기도 한다. 세균에 의한 감염은 음식물의 섭취, 호흡에 의한 흡입, 다른 사람과의 접촉 등 다양한 경로를 통해 발생한다. 세균성 질병에서는 용도에 맞게 적절한 용량으로 항생제를 투여하면 뚜렷한 효과가 나타난다.
- (라) DNA가 복제될 때에는 먼저 상보적으로 결합하고 있던 염기 사이의 수소 결합이 끊어지면서 2중 나선이 두 가닥으로 분리된다. 복제가 시작되는 지점에서 2중 나선이 단일 가닥으로 분리된 후, DNA 중합 효소는 각 주형 가닥의 염기와 상보적으로 결합하는 새로운 뉴클레오타이드를 결합시켜 새로운 DNA 사슬을 합성한다. DNA 복제 과정에서 DNA 중합 효소는 뉴클레오타이드의 3' 말단에 이어 다음 뉴클레오타이드를 결합시키기 때문에 새로운 DNA 가닥은 5' → 3' 방향으로 합성된다. DNA 중합 효소가 연속적으로 합성하는 DNA 사슬을 선도 가닥이라고 하며, DNA 합성이 비연속적으로 합성되는 가닥을 지연 가

닥이라고 한다. DNA 복제 과정을 통해 새로 만들어진 DNA 사슬은 모세포가 가지고 있던 DNA 2중 나선 서열과 같은 염기 서열을 갖는다.

(마) 세포 분열 시 모세포의 DNA는 복제되어 딸세포로 전달된다. 왓슨과 크릭은 DNA의 2중 나선 구조를 토대로 하여 상보적인 염기쌍의 특성이 유전 물질의 자기 복제 과정을 설명하고 있다고 하였다. 이처럼 DNA가 복제될 때 2중 나선의 각 사슬이 주형으로 사용되어 새로운 DNA가 합성되는 방식을 반보존적 복제라고 한다. 이러한 DNA의 반보존적 복제 현상은 메셀슨과 스탈의 실험으로 증명되었다. 이들은  $^{15}\text{N}$  동위 원소가 포함된 배지에서 대장균을 배양하여 DNA가  $^{15}\text{N}$ 로 표지된 대장균을 얻었다. 이 대장균을  $^{14}\text{N}$  배지로 옮겨 여러 세대 배양하면서 새로 합성된 DNA를  $^{14}\text{N}$ 로 표지시킨 후, 각 세대에서 추출한 DNA를 원심 분리시켜 합성된 DNA가 밀도에 따라 다르게 분리되게 하였다.

**[문제 4-1]** 유전 질환 X의 발병 원인을 연구하기 위하여 현재까지 연구된 내용을 조사하고, 아래 실험을 새롭게 진행하여 그 결과를 정리하였다.

**[선행 연구 조사]**

- I. 유전 질환 X는 염색체 하나의 구조 이상에 의해 발병하는 질환이다.
- II. 염색체 구조 이상 부위에는 유전자 A, B, E, G가 서로 연관되어 있고, 유전자 배열은 유전자 B로부터 시작된다.

**[실험 과정]**

- I. 정상인과 유전 질환 X가 있는 환자 5명으로부터 혈액을 채취하고, 유전 질환 X를 유발하는 염색체를 분리하였다.
- II. 분리한 염색체의 DNA양을 측정하여 실험 결과에 표로 나타내었다.
- III. 추출한 DNA의 염기 서열을 분석하여 염색체 구조 이상 부위에 포함된 유전자의 종류를 실험 결과에 표로 나타내었다.

**[실험 결과]**

결과 \ 사람	정상인	환자 1	환자 2	환자 3	환자 4	환자 5
DNA양(상댓값)	1.00	0.67	1.00	1.33	0.68	0.83
유전자 종류* (알파벳 순서)	A, B, E, G	A, B	A, B, E, G	A, B, E, G	A, G	B, E

\*구조 이상이 일어난 후 염색체에 존재하는 유전자 종류

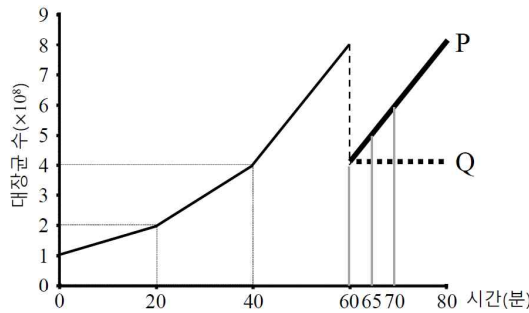
위 실험 결과를 바탕으로 각 환자에서 유전 질환 X를 일으키는 원인에 대해 제시문 (가)와 (나)를 바탕으로 논리적으로 설명하시오. 또한, 염색체 구조 이상 부위에 포함된 유전자 A, B, E, G의 배열 순서를 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 통합적으로 설명하시오. (단, 각 환자에서 돌연변이는 한 번만 일어났고, 이 돌연변이는 유전 질환 X만을 일으킨다.) **[10점]**

[문제 4-2] 올해 유행한 식중독을 일으키는 대장균의 항생제 K를 개발하기 위해 이 대장균의 DNA 복제 방식을 알아보는 실험을 진행하고 그 결과를 정리하였다.

**[실험 과정]**

- I. <sup>15</sup>N로 표지된 <sup>15</sup>NH<sub>4</sub>Cl이 들어 있는 영양 배지에서 대장균을 여러 세대 배양하여 모든 대장균의 DNA를 <sup>15</sup>N로 표지시켰다.
- II. <sup>15</sup>N로 표지된 대장균을 <sup>14</sup>NH<sub>4</sub>Cl이 들어 있는 영양 배지로 옮겨 60분 동안 배양하였고, 시간에 따른 대장균 수의 변화를 아래 <그림 1>에 나타내었다.
- III. 위 II 단계에서 60분 동안 배양해서 얻은 대장균의 종류를 균일하게 절반씩 나누어 2개의 새로운 배지로 옮겨 배양하였다. 이때 <sup>15</sup>NH<sub>4</sub>Cl이 들어 있는 배지에서 자란 대장균을 P라 하고, <sup>15</sup>NH<sub>4</sub>Cl과 항생제 K가 들어 있는 배지에서 자란 대장균을 Q라 한다.
- IV. 배양하는 동안 60분, 65분, 70분에 P, Q의 DNA를 추출하여 제한 효소로 절단한 후, 같은 크기를 갖는 DNA 절편 (a), (b), (c), (d), (e)의 양을 측정하여 <표 1>에 나타내었다.
- V. 80분 동안 배양한 P, Q에서 추출된 DNA를 원심 분리기로 분리해 DNA의 밀도를 분석한 결과를 <표 2>에 나타내었다.

**[실험 결과]**



<그림 1> 대장균 수의 변화

<표 1> 대장균에서 얻은 DNA 절편의 측정값

대장균	시간(분)	DNA 절편(상댓값)				
		(a)	(b)	(c)	(d)	(e)
P	60	25	25	25	25	25
	65	25	50	25	25	25
	70	38	50	38	25	25
Q	60	25	25	25	25	25
	65	25	25	25	25	25
	70	25	25	25	25	25

<표 2> <sup>15</sup>N와 <sup>14</sup>N가 표지된 DNA 조성비

대장균	시간(분)	단일 가닥 DNA 조성비	
		<sup>14</sup> N	<sup>15</sup> N
P	80	ⓐ	ⓑ
Q	80	ⓒ	ⓓ

위 <표 1>에서 얻어진 실험 결과와 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 항생제 K가 이 대장균에 어떻게 작용하는지를 논리적으로 설명하시오. 또한, 이 실험 결과와 제시문 (라)와 (마)에 근거하여 <표 2>의 <sup>14</sup>N 가닥과 <sup>15</sup>N 가닥의 조성비(ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ)를 논리적으로 구하시오. [20점]

**3. 출제 의도**

[문제 4-1]

염색체에는 많은 유전자들이 연관되어 있어서 염색체의 수나 구조이상에 의해 유전병이 나타나 는 원인이 된다. 염색체 구조이상은 결실, 중복, 역위, 전좌가 있는데 결실은 염색체 일부가 소

실되고, 중복은 염색체에 같은 부위가 삽입된다. 역위는 염색체의 특정 부위가 반대로 뒤집히는 경우이며, 전좌는 염색체 일부가 떨어져 나와 다른 염색체 일부가 되는 것이다. 문제 [4-1]은 선행 연구에서 이미 밝혀진 내용을 바탕으로, 각 환자의 DNA량과 유전자종류를 이용하여 염색체 구조이상의 원인을 밝혀내는 과정을 평가한다. DNA량과 구조 이상이 일어난 후 염색체에 존재하는 유전자 종류를 파악하여 환자 1, 4, 5는 결실이 일어났음을 알 수 있고, 환자 2는 DNA량과 유전자 종류가 정상인과 같으나, 질환이 있는 것으로 보아 역위가 일어났음을 알 수 있다. 또한 환자 3은 유전자 종류는 정상인과 동일하고 DNA량이 증가한 것으로 보아 특정 부위 유전자에 중복이 있음을 알 수 있다. 결실된 환자의 유전자 종류를 이용하여 유전자의 배열을 확인 할 수 있으며, 유전자 순서가 B로부터 시작되므로, 결실 과정을 이용하여 유전자의 배열을 통합적으로 이해하고 있는지 통합적으로 평가하고자 하였다.

**[문제 4-2]**

세포는 성장하고 분열하여 딸세포를 얻는 과정을 반복하게 된다. 특히 유전 물질의 복제는 세포 분열을 위한 매우 중요한 시기이기도 하다. 왓슨과 크릭에 의해 DNA 2중 나선 구조가 밝혀진 후, DNA의 복제 방식에 대한 연구가 메셀슨과 스탈에 의해 진행되었다. 이들은 대장균 DNA를 <sup>15</sup>N으로 표지 시킨 후, 새로이 합성된 DNA 가닥이 밀도에 따라 다르게 분리된 형태를 분석하여 DNA 복제가 반보존적으로 이루어진다는 것을 증명하였다. 제시문과 결과를 바탕으로 DNA 반보존적 복제 현상과 DNA 복제 과정에 대해 충분히 논리적으로 이해하고 있는지 종합적으로 평가하고자 하였다. P에서 추출된 DNA 절편 (b)의 양이 65분 배양 후, 60분 배양한 대장균 보다 2배 증가한 결과를 바탕으로 P는 DNA 복제가 진행되고 있음을 예측할 수 있고, Q는 배양 과정에서 DNA 절편의 측정값에 변화가 없으므로 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 항생제 K에 의해 DNA 중합 효소가 저해되어 DNA 복제가 시작되지 않았음을 통합적으로 이해하였는지 평가하고자 하였다. 더불어 <sup>15</sup>N 동위 원소가 표지된 대장균 DNA의 변화를 통해 반보존적 복제 현상과 실험을 통한 탐구 과정을 논리적으로 이해하였는지 평가하고자 하였다.

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호, 생명과학 I
성취기준 / 영역별 내용	[제시문 (가)] [생명과학 I] (2) 세포와 생명의 연속성 (나) 유전 ② 사람의 여러 가지 유전 현상을 설명할 수 있다. ③ 염색체 이상과 유전자 이상으로 인한 현상을 이해한다.
적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호, 생명과학 II, 생명과학 II
성취기준 / 영역별 내용	[제시문 (나)] [생명과학 I] (2) 세포와 생명의 연속성 (나) 유전 ① 멘델 법칙을 바탕으로 유전의 기본 원리를 이해한다.
적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호, 생명과학 II, 생명과학 II
성취기준 / 영역별 내용	[제시문 (다), (라), (마)] [생명과학 I]

	<p>(3) 항상성과 건강: 세포가 생명활동을 하는데 필요한 물질 및 에너지의 출입과 관련하여 우리 몸의 각 기관계의 작용을 통합적으로 이해한다.</p> <p>(다) 방어 작용</p> <p>① 질병을 일으키는 미생물인 병원체에 대해 설명할 수 있다.</p> <p>[생명과학 III]</p> <p>(2) 유전자와 생명 공학: 생물의 형질 발현을 유전 정보의 특성, 유전자 발현 및 조절과 관련지어 이해하고, 생명공학 기술을 유전자에 관한 지식과 관련지어 설명할 수 있다.</p> <p>(가) 유전자와 형질 발현</p> <p>① 핵산의 구성 성분과 DNA의 구조 및 복제 과정을 이해한다.</p>
--	---

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	생명과학 I	이준규 외	천재교육	2011	65-75, 85-89
	생명과학 I	박희송 외	교학사	2011	68-80, 87-95, 160-161
	생명과학 I	이길재 외	상상아카데미	2012	77-85, 94-101
	생명과학 I	심규철 외	비상교육	2012	77-85, 98-102, 184-185
고등학교 교과서	생명과학 II	심규철 외	비상교육	2012	142-144
	생명과학 II	박희송 외	교학사	2011	134-137
	생명과학 II	이길재 외	상상아카데미	2012	110-113

**5. 문항 해설**

**[문제 4-1]**

· DNA 상대량과 구조 이상 부위의 유전자 종류를 알아보는 실험을 진행한 결과, 환자 1, 환자 4, 환자 5는 DNA의 상대량이 줄어들었고, 제시문 (가)에 근거하여 결실이 일어났음을 알 수 있다. 결실이 일어날 때 환자 1은 유전자 E, G가, 환자 4는 유전자 B, E가, 환자 5는 유전자 A, G가 결실 되었다. 또한 환자 2는 DNA량에 변화가 없고 유전자 종류도 정상인과 같으나, 각 환자에서 돌연변이가 한번은 일어났으므로 역위가 발생하였다. 환자 3은 DNA양이 늘어났고 유전자 종류는 변함이 없는 것으로 보아 4개의 유전자 중 특정 부위가 중복되어 발생했음을 알 수 있다.

· 연관된 유전자 A, B, E, G에서 유전자 결실에 의한 환자의 유전자 종류를 이용하여, 유전자의 순서를 알 수 있다. 환자 1에서 유전자 E, G가 동시에 결실되어 있으므로, E-G(혹은 G-E)의 순서로 연관되어 있고, 환자 4에서 B-E(혹은 E-B)의 순서로 연관되어 있고, 환자 5에서 유전자 A-G(혹은 G-A)의 순서로 연관되어 있음을 알 수 있다. 유전자의 순서가 유전자 B에서 시작되므로, B-E-G-A(혹은 A-G-E-B)의 순서로 배열되어 있음을 알 수 있다.

[문제 4-2]

- <그림 1>에서 대장균 수의 변화를 분석하여 시간에 따른 각 세대의 변화 과정을 예측할 수 있다. 배양 20분 후에 대장균 수는  $2 \times 10^8$ 으로 1세대, 40분 후에  $4 \times 10^8$ 으로 2세대, 60분 후에  $8 \times 10^8$ 으로 3세대이므로, 대장균은 20분마다 세포 분열하여 2배 증식한다. 새로운 배지로 옮겨 배양한 P는 20분 동안 세포 수가 2배 증가하여 정상적인 성장을 나타내었고, 항생제 K를 처리한 Q는 시간에 따른 대장균 수의 변화가 없으므로 성장하지 않았다.
- <표 1>에서 DNA 절편의 측정값으로 DNA 복제 과정을 예측할 수 있다. P에서 65분에 추출된 DNA 절편 (b)의 양이 60분에 비해 두 배 증가하였고, 70분에는 DNA 절편 (a)와 (c)의 측정값이 증가하므로 P는 DNA 복제가 진행되고 있음을 예측할 수 있다. Q는 60분, 65분, 70분 모두 DNA 절편의 측정값에 변화가 없으므로 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 항생제 K에 의해 DNA 중합 효소의 기능이 저해되어 DNA 복제가 정상적으로 되지 않았음을 예측할 수 있다.
- <그림 1>에서  $^{15}\text{N}$ 으로 표지된 후,  $^{14}\text{N}$  배지로 옮겨 60분 동안 배양한 대장균 DNA의  $^{14}\text{N}$  가닥과  $^{15}\text{N}$  가닥의 조성비는 7:1이다. 이후 배지를  $^{15}\text{N}$ 으로 옮겨 20분 동안 배양한 P의  $^{14}\text{N}$  가닥과  $^{15}\text{N}$  가닥의 비율이 7:9이고,  $^{15}\text{N}$ 와 항생제 K가 들어있는 배지에서 배양한 Q의  $^{14}\text{N}$  가닥과  $^{15}\text{N}$  가닥의 비율은 60분 동안 배양한 대장균 DNA의 조성비와 같은 7:1이다. 따라서 P의 DNA 조성비는 ㉠ = 7, ㉡ = 9이고, Q의 DNA 조성비는 ㉢ = 7, ㉣ = 1이다.

**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
문제 4-1	각 환자별로 질환의 발생 원인을 논리적으로 설명하면 (환자 1, 4, 5는 결실, 환자 2는 역위, 환자 3은 중복에 의해 질환이 생겼음)	각1점(총5점)
	환자 2가 역위인 이유를 논리적으로 설명하면	1점
	유전자의 배열 순서를 논리적으로 제시하면	4점
문제 4-2	문제를 풀기 위해서 P, Q의 증식에 대한 차이점을 설명하면	2점
	P와 Q의 DNA 절편 측정값을 DNA 복제 기능과 연관 지어 설명하면	2점
	<표 1>을 보고 항생제 K는 DNA 복제 과정에서 DNA 중합 효소의 기능을 저해하였다는 설명이 있으면	5점
	P의 DNA 조성비 (㉠ = 7, ㉡ = 9)와 Q의 DNA 조성비 (㉢ = 7, ㉣ = 1)를 구하면	각4점(총8점)
	P와 Q의 $^{14}\text{N}$ 가닥과 $^{15}\text{N}$ 가닥의 조성비가 다른 이유를 정확히 설명하면	3점

**7. 예시 답안**

[문제 4-1]

- DNA 상대량과 구조 이상 부위의 유전자 종류를 알아보는 실험을 진행한 결과, 환자 1, 환자 4, 환자 5는 DNA의 상대량이 줄어들었고, 제시문 (가)에 근거하여 결실이 일어났음을 알 수 있다. 결실이 일어날 때 환자 1은 유전자 E, G가, 환자 4는 유전자 B, E가, 환자 5는 유전자 A, G가 결실 되었다. 또한 환자 2는 DNA량에 변화가 없고 유전자 종류도 정상인과 같으나, 각 환자에서 돌연변이가 한번은 일어났으므로 역위가 발생하였다. 환자 3은 DNA양이 늘어났고 유전자

종류는 변함이 없는 것으로 보아 4개의 유전자 중 특정 부위가 중복되어 발생했음을 알 수 있다.

· 연관된 유전자 A, B, E, G에서 유전자 결실에 의한 환자의 유전자 종류를 이용하여, 유전자의 순서를 알 수 있다. 환자 1에서 유전자 E, G가 동시에 결실되어 있으므로, E-G(혹은 G-E)의 순서로 연관되어 있고, 환자 4에서 B-E(혹은 E-B)의 순서로 연관되어 있고, 환자 5에서 유전자 A-G(혹은 G-A)의 순서로 연관되어 있음을 알 수 있다. 유전자의 순서가 유전자 B에서 시작되므로, B-E-G-A(혹은 A-G-E-B)의 순서로 배열되어 있음을 알 수 있다.

**[문제 4-2]**

· <그림 1>에서 대장균 수의 변화를 분석하여 시간에 따른 각 세대의 변화 과정을 예측할 수 있다. 배양 20분 후에 대장균 수는  $2 \times 10^8$ 으로 1세대, 40분 후에  $4 \times 10^8$ 으로 2세대, 60분 후에  $8 \times 10^8$ 으로 3세대이므로, 대장균은 20분마다 세포 분열하여 2배 증식한다. 새로운 배지로 옮겨 배양한 P는 20분 동안 세포 수가 2배 증가하여 정상적인 성장을 나타내었고, 항생제 K를 처리한 Q는 시간에 따른 대장균 수의 변화가 없으므로 성장하지 않았다.

· <표 1>에서 DNA 절편의 측정값으로 DNA 복제 과정을 예측할 수 있다. P에서 65분에 추출된 DNA 절편 (b)의 양이 60분에 비해 두 배 증가하였고, 70분에는 DNA 절편 (a)와 (c)의 측정값이 증가하므로 P는 DNA 복제가 진행되고 있음을 예측할 수 있다. Q는 60분, 65분, 70분 모두 DNA 절편의 측정값에 변화가 없으므로 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 항생제 K에 의해 DNA 중합 효소의 기능이 저해되어 DNA 복제가 정상적으로 되지 않았음을 예측할 수 있다.

· <그림 1>에서  $^{15}\text{N}$ 으로 표지된 후,  $^{14}\text{N}$  배지로 옮겨 60분 동안 배양한 대장균 DNA의  $^{14}\text{N}$  가닥과  $^{15}\text{N}$  가닥의 조성비는 7:1이다. 이후 배지를  $^{15}\text{N}$ 으로 옮겨 20분 동안 배양한 P의  $^{14}\text{N}$  가닥과  $^{15}\text{N}$  가닥의 비율이 7:9이고,  $^{15}\text{N}$ 와 항생제 K가 들어있는 배지에서 배양한 Q의  $^{14}\text{N}$  가닥과  $^{15}\text{N}$  가닥의 비율은 60분 동안 배양한 대장균 DNA의 조성비와 같은 7:1이다. 따라서 P의 DNA 조성비는 ㉠ = 7, ㉡ = 9이고, Q의 DNA 조성비는 ㉢ = 7, ㉣ = 1이다.

## 문항카드 16

**1. 일반정보**

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(물리)문제 [4-1], 문제 [4-2]	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	물리 I, 물리 II	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	고등학교 물리 I 단위 II 물질과 전자기장 고등학교 물리 II 단위 II 전기와 자기
	핵심개념 및 용어	전류, 자기장, 직선 전류, 원형 전류, 자기력, 앙페르의 법칙, 오른나사의 법칙
예상 소요 시간	30분	

**2. 문항 및 제시문**

**[물리]**

**[문제 4]** 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 직선 도선에 전류를 흐르게 하고 도선 주위에 철 가루를 뿌리면, 도선을 중심으로 동심원을 그리며 철 가루가 배열된다. 이것은 직선 전류가 만드는 자기장이 도선을 중심으로 원을 그리기 때문이다. 직선 전류의 방향을 반대로 바꾸면 전류 주위의 자기장 방향도 반대로 바뀐다. 직선 전류에 의한 자기장의 방향은 오른손 엄지손가락이 전류의 방향을 향하게 할 때 나머지 네 손가락을 감아주는 방향이다. 또한, 오른나사의 진행 방향을 전류의 방향으로 할 때 나사가 회전하는 방향과 같다. 이것을 앙페르 법칙 또는 오른나사 법칙이라고 한다. 직선 전류에 의한 자기장의 세기는 전류의 세기에 비례하고, 도선으로부터의 거리에 반비례한다.

(나) 두꺼운 종이를 원형 모양의 도선이 뚫고 지나가도록 장치해 놓고 철 가루를 뿌린 후, 도선에 전류를 흐르게 하면 철 가루가 도선을 중심으로 양쪽에 원을 그리며 둘러싸는 것을 볼 수 있다. 원형 전류 중심에서의 자기장의 방향은 오른나사가 돌아가는 방향으로 전류의 방향을 일치시키면 나사의 진행 방향이 자기장의 방향이 된다. 또는, 전류가 흐르는 방향으로 오른손 네 손가락을 감아줄 때 엄지손가락이 가리키는 방향이 코일의 중심에서의 자기장의 방향이 된다. 한편, 원형 전류의 중심에서의 자기장의 세기는 도선에 흐르는 전류의 세기에 비례하고, 원형 도선의 반지름에 반비례한다.

(다) 자기장에 수직하게 설치된 도선에 전류가 흐르면 전류와 자기장 방향에 수직한 방향으로 도선이 힘을 받는다. 오른손을 폼 때 엄지손가락을 전류 방향으로 하고 나머지 네 손가락을 자기장 방향으로 향하면, 손바닥이 가리키는 방향이 도선에 작용하는 힘의 방향이다. 이때 도선에 작용하는 힘  $F$ 의 크기는, 전류의 세기  $I$ 에 비례하고 자기장의 세기  $B$ 와 자기장 속에 들어 있는 도선의 길이  $l$ 에도 비례하므로 다음과 같다.

$$F = BIl \quad (\text{단위: N(뉴턴)})$$

직선 도선이 자기장과 각  $\theta$ 를 이루며 전류가 흐를 때, 도선이 받는 힘의 크기  $F$ 는 도선이 자기장  $B$ 와 수직인 성분의 길이  $l \sin \theta$ 에 비례한다. 이때 도선이 받는 힘의 크기  $F$ 는 다음과 같다.

$$F = BIl \sin \theta$$

이때  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sin 90^\circ = 1$  이다.

(라) 두 직선 도선 1, 2가 거리  $r$ 만큼 떨어져 서로 평행하게 놓여 있고, 도선 1에 전류  $I_1$ 이, 도선 2에 전류  $I_2$ 가 각각 흐르고 있다. 도선 2는 앙페르 법칙에 따라 도선 1의 위치에 자기장  $B_2$ 를 만들며, 그 세기는 다음과 같다.

$$B_2 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_2}{r}$$

이때 도선 1에 전류  $I_1$ 이 자기장  $B_2$ 의 방향과 수직으로 흐르고 있으므로 자기장  $B_2$ 로부터 길이  $l$ 인 도선 1이 받는 자기력  $F_1$ 의 크기는 다음과 같다.

$$F_1 = B_2 I_1 l = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{r} l$$

### 3. 출제 의도

합성함수와 역함수는 함수의 개념에서 가장 기본이 되는 것이다. 특히, 역함수의 이해는 기하적인 모양과 관련이 있으며 이를 실제로 상상할 수 있는 과학적 추상 능력과 직관을 판단하고자 한다. 구체적인 평가 요소로서 역함수의 접선의 방정식과 정적분에 대하여 물어보고자 한다.

**[문제3-1]** 두 함수의 합성함수로 정의된 함수의 역함수의 접선을 구하는 문제이다. 표준적 문제이므로 많은 학생들이 어렵지 않게 해답을 구할 것으로 기대된다.

전류, 자기장, 직선 전류, 원형 전류에 대한 이해는 물리를 공부하는 데 필요한 기본 개념 중 하나로 전자기학의 중요한 개념이다. 본 논술에서는 학생들이 수업에서 중요하게 다루어지는 직선 전류와 원형 전류 주위의 자기장과 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력과 평행한 도선 사이에 작용하는 힘에 대한 문제를 출제하였다.

**[문제 4-1]**은 같은 세기의 전류가 흐르는 직선 도선 사이에 전류가 흐르는 원형 도선이 놓여 있을 때 원형 도선의 중심에서 자기장이 0이 되는 조건을 찾고 원형 전류의 방향이 반대인 경우 자기장을 정량적으로 결정하는 문제로 직선 전류 주위의 자기장과 원형 전류 주위의 자기장으로부터 가능한 직선 전류의 방향과 원형 전류의 방향을 구하고 원형 전류의 방향이 바뀌는 경우에도 원형 도선의 중심에서 원형 전류에 의한 자기장의 크기는 같으므로 정량적인 자기장의 세기를 결정할 수 있게 된다. 전류와 자기장에 대한 이해력과 논리적 추론 능력을 평가하는 문제이다.

**[문제 4-2]**는 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력에 대해 분석하고 같은 세기의 전류가 흐르는 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력의 일부가 주어졌을 때 전류의 세기와 방향 및 자기력의 나머지 부분을 구하는 문제이다. 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력이 전류와 자기장이 이루는 각도에 의존함을 이용하여 같은 크기의 자기력에 대응되는 전류의 세기의 비율을 정량적으로 구할 수 있으며 전류가 흐르는 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력의 크기를 알면 전류의 세기를 정량적으로 구할 수 있다. 또한, 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력을 한 도선이 다른 도선의 직선 전류에 의한 자기장에서 받는 자기력으로부터 구할 수 있다. 전류, 자기장, 자기력에 대한 이해력, 논리적 추론 능력 및 정량적 계산 능력을 평가하는 문제이다.

**[문제 4-1]** 다음 그림 (a)와 같이 거리가  $4R$ 만큼 떨어진 평행한 두 직선 도선과 전류가 흐르고 있는 반지름이  $R$ 인 원형 도선이 종이면에 고정되어 있다. 직선 전류의 크기는 모두  $I$ 이고 직선 도선과 원형 도선의 중심의 거리는  $2R$ 이며 왼쪽 직선 전류의 방향이  $+y$  방향이다. 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기가 0일 때 오른쪽 직선 전류와 원형 전류의 방향을 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 구하시오. 또한, 직선 전류의 방향은 그대로이고 원형 전류의 방향이 반대일 경우, 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기와 방향을 제시문 (가), (나), (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. (단, 지구 자기장은 무시하고 원형 전류의 세기는 0이 아니다.) **[10점]**

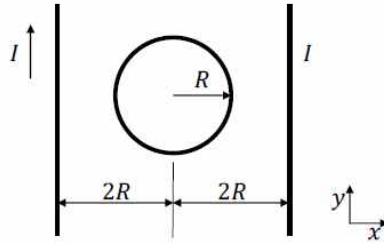


그림 (a)

**[문제 4-2]** 길이 1m인 직선 도선이 0이 아닌 균일한 자기장  $B_0$ 과 각  $30^\circ$ 를 이루며 전류  $I_{30^\circ}$ 가 흐를 때, 도선이 받는 자기력의 크기는 1N이다. 도선이 자기장  $B_0$ 과 각  $90^\circ$ 를 이루며 전류  $I_{90^\circ}$ 가 흐를 때, 도선이 받는 자기력의 크기는 1N이다.  $\frac{I_{30^\circ}}{I_{90^\circ}}$ 를 제시문 (다)에 근거하여 구하시오. 한편, 다음 그림 (b)와 같이 균일한 자기장이 없을 때, 길이 1m인 직선 도선 1과 2가 거리 0.2m만큼 떨어져 서로 평행하게 놓여 있다. 도선 1과 도선 2에 흐르는 전류의 세기는 같고 도선 1이 받는 자기력의 크기는  $10^{-4}$ N이며, 자기력의 방향은 도선 1에서 도선 2를 향하는 방향이다. 도선 1과 도선 2에 흐르는 전류의 세기와 도선 2가 받는 자기력의 크기와 방향을 제시문 (가), (다), (라)에 근거하여 논리적으로 구하시오. **[20점]**

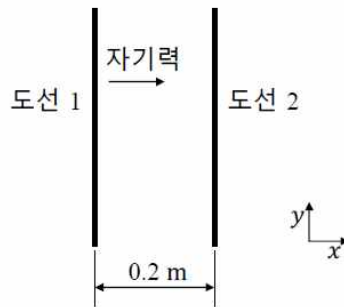


그림 (b)

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	고등학교 물리 I, 물리 II
성취기준 / 영역별 내용	전류, 자기장, 직선 전류, 원형 전류, 자기력에 대한 이해는 물리를 공부하는 데 필요한 기본 개념 중 하나로 전자기학의 중요한 개념으로 고교 물리 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있다. (물1213. 전류 주위에 발생하는 자기장을 자기력선의 개념을 이용하여 설명할 수 있다. 물2221. 전류에 의한 자기장 형성을 인식하고, 직선전류와 원형전류 주위의 자기장을 설명할 수 있다. 물2223. 외부 자기장에 놓인 직선전류에 작용하는 자기력을 설명할 수 있으며, 평행한 도선 사이에 힘이 작용하는 원리를 통해 두 도선 사이에 작용하는 힘을 정량적으로 설명할 수 있다.) 본 문항 평가에서는 직선 전류와 원형 전류 주위의 자기장을 이해하고, 앙페르의 법칙에 따라 자기장의 방향을 예측하고 논리적 추론 과정을 통해 가능한 전류의 방향을 결정하고 자기력의 방향을 결정하고 직선 전류 주위의 자기장을 정량적으로 계산하며 직선 전류가 흐르는 도선이 받는 자기력을 이용하여 전류를 정량적으로 계산하는 문제를 출제하였다. 학생들은 고교 수업 시간에 배운 익숙한 개념을 적용하여 전류, 자기장, 자기장의 방향, 자기력, 자기력의 방향 사이의 관계를 알 수 있으면 문제에서 요구하는 계산을 수행할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	물리 I	곽성일 외	천재교육	2011	105
	물리 I	김영민 외	교학사	2011	125
	물리 II	곽성일 외	천재교육	2011	139
	물리 II	김영민 외	교학사	2011	154
기타					

**5. 문항 해설**

**[문제4-1]**은 같은 세기의 전류가 흐르는 직선 도선 사이에 전류가 흐르는 원형 도선이 놓여 있을 때 원형 도선의 중심에서 자기장이 0이 되는 조건을 찾고 원형 전류의 방향이 반대인 경우 자기장을 정량적으로 결정하는 문제로 직선 전류 주위의 자기장과 원형 전류 주위의 자기장으로부터 가능한 직선 전류의 방향과 원형 전류의 방향을 구하고 원형 전류의 방향이 바뀌는 경우에도 원형 도선의 중심에서 원형 전류에 의한 자기장의 크기는 같으므로 정량적인 자기장의 세기를 결정할 수 있게 된다. 고등학교 교과 과정의 기본적인 물리 개념에 대한 이해력과 논리적인 추론 능력이 있으면 어렵지 않게 해결할 수 있는 난이도의 문제이다.

**[문제4-2]**는 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력에 대해 분석하고 같은 세기의 전류가 흐르는 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력의 일부가 주어졌을 때 전류의 세기와 방향 및 자기력의 나머지 부분을 구하는 문제이다. 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력이 전류와 자기장이 이루는 각도에 의존함을 이용하여 같은 크기의 자기력에 대응되는 전류의 세기의 비율을 정량적으로 구할 수 있으며 전류가 흐르는 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력의 크기를 알면 전류의 세기를 정량적으로 구할 수 있다. 또한, 평행한 직선 도선 사이에 작용하는 자기력

을 한 도선이 다른 도선의 직선 전류에 의한 자기장에서 받는 자기력으로부터 구할 수 있다. 본 문항 평가에서는, 고등학교 교과 과정의 기본적인 물리 개념을 이해하고 논리적인 추론을 통해 필요한 정량적인 계산을 할 수 있는 능력을 측정하는 중 정도의 난이도의 문제이다.

**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	오른쪽 직선 전류의 방향을 바르게 제시하면	+2점
	원형 전류의 방향을 바르게 제시하면	+2점
	원형 도선의 중심에서 자기장의 방향을 바르게 제시하면	+3점
	원형 도선의 중심에서 자기장의 세기를 바르게 제시하면 (정량적인 표현을 제시하지 않고 직선 전류에 의한 자기장의 세기에 대한 상댓값을 제시하면 +2점) ※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다. ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있습니다.	+3점
4-2	전류의 비율을 바르게 제시하면	+5점
	직선 전류를 바르게 제시하면	+5점
	도선 2가 받는 자기력의 크기를 바르게 제시하면	+5점
	도선 2가 받는 자기력의 방향을 바르게 제시하면 ※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다. ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있습니다.	+5점

**7. 예시 답안**

[문제 4-1]

· 제시문 (나)에서 원형 도선의 중심에서 원형 전류에 의한 자기장이 0이 아니므로 직선 전류에 의한 자기장은 원형 도선의 중심에서 0이 될 수 없고 원형 도선의 중심에서 직선 전류에 의한 자기장과 원형 전류에 의한 자기장의 방향은 서로 반대 방향이다. 따라서 제시문 (가)에서 오른쪽 직선 전류의 방향은  $-y$  방향(아래쪽 방향)이고 제시문 (나)에서 원형 전류의 방향은 반시계 방향이다.

(※ 직선 전류와 원형 전류 주위의 자기장의 방향)

· 원형 도선의 중심에서 왼쪽 직선 전류에 의한 자기장의 크기를  $B$ 라 할 때 방향은 제시문 (가)에서 지면으로 들어가는 방향이다. 오른쪽 직선 전류에 의한 자기장도 같다. 원형 전류의 방향은 시계 방향으로 바뀌고 제시문 (나)에 의해 원형 도선의 중심에서 원형 전류에 의한 자기장의 크기는  $2B$ 이고 방향은 지면으로 들어가는 방향이다. 따라서 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기는  $4B$ 이고 방향은 지면으로 들어가는 방향이다.

(※ 직선 전류와 원형 전류 주위의 자기장의 방향과 세기)

· 제시문 (라)에서  $B = 2 \times 10^{-7} \frac{I}{2R}$ 이므로 원형 도선의 중심에서 자기장의 세기는

$4 \times 10^{-7} \frac{I}{R}$ 이다.

(※ 직선 전류와 주위의 자기장의 정량적인 세기)

[문제 4-2]

· 도선이 받는 자기력의 크기는 문제에서 1N으로 주어져 있고 자기장의 세기는  $B_0$ 로 주어  
져 있으며 제시문 (다)에서  $F = BIl \sin \theta$ 이다.  $F, B, l$ 은 같으므로  
 $I_{30^\circ} \sin 30^\circ = I_{90^\circ} \sin 90^\circ$ 가 성립한다. 따라서  $\frac{I_{30^\circ}}{I_{90^\circ}} = \frac{\sin 90^\circ}{\sin 30^\circ} = 2$ 이다.

(※ 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력)

· 제시문 (라)에서 직선 도선 1이 받는 자기력의 크기는  $F_1 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{r} l$ 이고 문제에서  
 $I = I_1 = I_2$ 이고  $F_1 = 10^{-4}$ N이고  $r = 0.2$ m이며  $l = 1$ m이다. 이 값들을 모두 대입하면  
 $10^{-4} = 2 \times 10^{-7} \frac{I^2}{0.2}$ 이므로 식을 풀면 도선 1과 도선 2에 흐르는 전류의 세기는  $I = 10$ A  
를 구할 수 있다.

(※ 평행한 도선 사이에 작용하는 힘)

· 제시문 (라)에서 직선 도선 1과 도선 2의 역할을 바꾸면 도선 2가 받는 자기력의 크기는  
 $F_2 = 2 \times 10^{-7} \frac{I_1 I_2}{r} l$ 이다.  $r = 0.2$ m이고  $l = 1$ m로  $F_1$ 의 경우와 같으므로  
 $F_2 = F_1 = 10^{-4}$ N이다.

(※ 평행한 도선 사이에 작용하는 힘)

· 제시문 (가)와 (다) 및 문제에서 주어진 도선 1이 받는 자기력의 방향이 도선 1에서 도선 2  
를 향하는 방향이 되기 위해서는 도선 2의 전류는 도선 1의 전류와 같은 방향이다. 도선 1에서  
도선 2의 직선 전류에 의한 자기장과 도선 2에서 도선 1의 직선 전류에 의한 자기장의 방향은  
서로 반대 방향이다. 따라서 도선 2가 받는 자기력의 방향은 제시문 (다)에 의해 도선 2에서 도  
선 1을 향하는 방향이다. 즉,  $-x$  방향(왼쪽 방향)이다.

(※ 직선 전류 주위의 자기장, 전류가 흐르는 도체에 작용하는 자기력)

문항카드 17

1. 일반정보

유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 III(물리)문제 [4-1], 문제 [4-2]	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	물리 I, 물리 II	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	고등학교 물리 I 단원 I 시공간과 우주 고등학교 물리 II 단원 I 운동과 에너지
	핵심개념 및 용어	뉴턴 운동법칙, 운동량 보존, 에너지, 포물선
예상 소요 시간	30분	

2. 문항 및 제시문

[물리]

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (라)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 물체에 알짜힘이 작용하지 않는 한, 물체는 정지 상태나 일정한 속도로 움직이는 상태를 유지한다. 이를 뉴턴 운동 제 1 법칙이라고 한다. 물체에 힘이 작용하면 알짜힘의 방향으로 그 물체가 가속될 것이고, 그 가속도  $a$ 는 물체에 작용하는 알짜힘  $F$ 에 비례하고 질량  $m$ 에 반비례한다. 이를 뉴턴 운동 제 2 법칙이라고 하며, 수식으로 나타내면  $a = \frac{F}{m}$ 이다. 질량이 1 kg 인 물체에 1 N의 힘을 작용하면 물체의 가속도는  $1\text{m/s}^2$ 이다. 한 물체가 다른 물체에 힘을 작용하면 동시에 다른 물체도 그 물체에 같은 크기의 힘을 반대 방향으로 작용한다. 이를 뉴턴 운동 제 3 법칙이라고 한다.

(나) 일정한 힘이 작용하는 공간에서 힘의 방향과 비스듬하게 던져진 물체가 포물선을 그리는 운동을 포물선 운동이라고 한다. 중력만이 작용하는 물체의 자유 낙하 운동에서 중력 가속도는  $g$ 로 일정하다. 한편, 높은 곳에서 지표면에 대하여 수평으로 던진 물체의 운동은 수평 방향과 수직 방향으로 나누어 볼 수 있다. 공기의 저항을 무시하면 물체는 수평 방향의 등속도 운동과 수직 방향의 등가속도 운동을 합성한 포물선 운동을 한다.

(다) 운동하는 물체의 질량( $m$ )과 속도( $v$ )에 비례하는 물리량을 운동량( $p$ )이라고 하며,  $p = mv$ 로 나타낸다. 물체에 작용한 힘은 그 물체의 운동량의 시간에 따른 변화율이다. 두 물체의 충돌에서 외력이 작용하지 않을 때 충돌 전과 충돌 후에 두 물체의 운동량의 합은 항상 일정하다. 이것을 운동량 보존 법칙이라고 한다. 서로 다른 두 물체가 충돌할 때, 충돌 전후의 운동량과 운동 에너지가 보존되는 충돌은 완전 탄성 충돌이라고 하며, 두 물체가 충돌 후 한 덩어리가 되는 충돌은 완전 비탄성 충돌이라고 한다. 평면 상에서 두 물체가 충돌한 경우  $x$ 축 방향의 운동량과  $y$ 축 방향의 운동량이 각각 보존된다. 질량이  $m_1$ 이고 속도가  $\vec{v}_1$ 인 물체가 질량이  $m_2$ 이고 속도가  $\vec{v}_2$ 인 물체와 충돌한 후, 물체의 속도가 각각  $\vec{v}_1'$ ,  $\vec{v}_2'$ 이 되었을 때, 다음과 같은 식을 만족한다.

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

(라) 물체에 힘을 작용하여 일을 하면 일을 한 만큼 물체의 에너지가 증가하거나 그 에너지가 다른 형태의 에너지로 전환된다. 질량이  $m$ 인 물체가 속력  $v$ 로 움직일 때 운동 에너지  $K$ 는  $K = \frac{1}{2}mv^2$ 이다. 물체가 높이  $h$ 에서 가지고 있는 중력에 의한 에너지를 중력 퍼텐셜 에너지(또는 위치 에너지)  $U$ 라 하고  $U = mgh$ 로 나타낸다. 여기에서  $g$ 는 중력 가속도이다.

**[문제 4-1]** 다음 그림 (a)와 같이, 질량이  $M_A$  인 물체 A가 비스듬하게 수평면과  $\theta$  를 이루는 각으로 초기 속도  $v$  로 던져진다. 질량이  $M_B$  인 물체 B는 물체 A에서부터 오른쪽으로 수평 거리  $H$  만큼 떨어져 있고, 지표면에서 높이  $\sqrt{3}H$  위치에 놓여 있다. 물체 A가 던져지는 동시에 물체 B가 지표면으로 수직 자유 낙하를 시작한다. 그림과 같이, 두 물체가 높이  $R$  위치에서 충돌한다. 이때, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 이동 시간에 따라 처음 위치로부터 물체 A의 수평 방향의 변위( $x_A$ )와 수직 방향의 변위( $y_A$ )를 각각 식으로 나타내고, 물체 A의 초기 속도  $v$ 와 각도  $\theta$ 를 논리적으로 구하시오. (단, 지구의 중력 가속도는  $g$ 로 일정하고 물체의 크기는 무시하며, 공기 저항은 없다고 가정한다.) **[10점]**

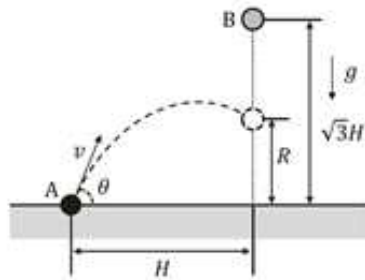


그림 (a)

$\theta$	$\sin \theta$	$\cos \theta$
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$

**[문제 4-2]** 아래 그림 (b)와 같이, 질량이  $M_A$  인 물체 A가 수평면과  $30^\circ$  를 이루는 각으로 속도  $40\text{ m/s}$ 로 던져진다. 그와 동시에 높이  $60\text{ m}$ 에 정지해 있던 질량이  $M_B$  인 물체 B가 자유 낙하를 하고, 시간이 지나 두 물체가 높이  $15\text{ m}$ 에서 충돌하였다. 물체 A와 물체 B가 충돌한 후 한 덩어리가 되어 낙하하였다. 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 두 물체가 충돌한 직후 물체의 속도  $\vec{v}'$ 을  $M_A$ 와  $M_B$ 를 이용하여 수평 방향과 수직 방향으로 나누어서 식으로 나타내시오. 충돌한 순간부터 지표면에 도달하기까지 걸리는 시간  $t$ 는  $\frac{M_B}{M_A}$ 에 따라 변하는데, 이 시간  $t$ 의 범위를 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 논리적으로 구하시오. 또한, 질량  $M_A$ 가  $1\text{ kg}$ 이고 질량  $M_B$ 가  $7\text{ kg}$ 이며 낙하 시간  $t$ 가  $0.5\text{ s}$ 일 때, 충돌 전후로 손실된 에너지를 제시문 (다)와 (라)에 근거하여 구하시오. (단, 지구의 중력 가속도는  $g = 10\text{ m/s}^2$ 으로 일정하고 물체의 크기는 무시하며, 공기 저항은 없다고 가정한다.) **[20점]**

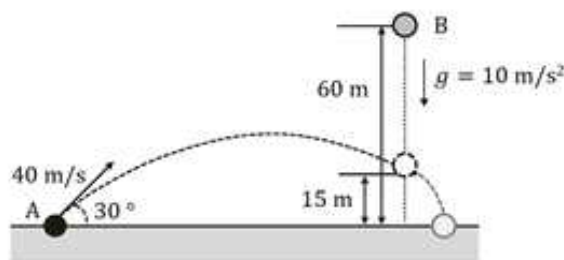


그림 (b)

**3. 출제 의도**

물체의 힘과 운동을 기술하는 내용은 물리 1 ‘시공간과 우주’와 물리2 ‘운동과 에너지’ 단원에서 모두 다루어지고 있는 기본 개념으로서 고교 물리 교과 과정에서 중요하게 다루어지

고 있다. 본 문항 평가에서는 포물선 예제와 물체의 충돌 예제에서 물리 1에서의 기본 개념인 변위, 속도, 가속도, 등속도 운동과 등가속도 운동, 에너지를 이해하고, 물리 2에서의 위치벡터, 힘과 운동법칙, 포물선 운동, 평면 상 운동량 보존을 이해하고 구할 수 있다.

**[문제 4-1]**에서는 물체가 중력이 작용하는 방향이 비스듬하게 운동하는 경우, 제시문 (가)와 (나)에 따라서 물체의 운동이 포물선 운동임을 알 수 있다. 즉, 제시문 (가)의 뉴턴 운동 제1법칙과 제2법칙에 따라서, 수평면과 평행한 방향의 운동은 알짜힘이 작용하지 않으므로 등속도 운동을 하며 수직 방향의 운동은 중력이 작용하는 등가속도 운동을 한다. 이를 제시문 (나)에서 확인하면, 포물선 운동을 하는 물체의 운동은 수평 방향의 등속도 운동과 수직 방향의 등가속도 운동을 합성한 운동을 하는 것으로 이해할 수 있다. 포물선 운동을 하는 물체의 수직 및 수평으로 이동한 거리(또는 변위)를 이용하여 초기 속력과 각도를 구하는 중하 정도의 난이도의 문제이다.

**[문제 4-2]**에서는 물체의 충돌 예제를 통하여 물리 1에서의 운동량과 에너지 개념을 이해하고, 물리 2에서의 평면 상 포물선 운동을 분석하고 2차원에서의 운동량 보존 개념을 이해하여 충돌 현상을 설명할 수 있다. 제시문 (나)와 (다)에 근거하여 두 물체의 충돌 전과 충돌 후에 운동량 보존 법칙과 완전 비탄성 충돌 개념을 이용하면, 따로 움직이던 두 물체가 충돌한 순간부터 한 덩어리가 되어 움직이는 물체의 속도를 구하고 지면에 도달하는 시간과 시간 범위를 구할 수 있다. 제시문 (다)와 (라)에 근거하여, 충돌 전후에 손실된 에너지를 이해하고 구할 수 있다. 본 문항 평가에서는 제시문에 나온 개념을 알고 정량적으로 평면 상 운동을 설명할 수 있으면 풀 수 있는 중 정도의 난이도의 문제이다.

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	고등학교 물리 I, 물리 II
성취기준 / 영역별 내용	물체의 힘과 운동을 기술하는 내용은 물리 1 ‘시공간과 우주’와 물리2 ‘운동과 에너지’ 단원에서 모두 다루어지고 있는 기본 개념으로서 고교 물리 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있다. 본 문항 평가에서는 포물선 예제와 물체의 충돌 예제로부터 물리 1에서의 기본 개념인 변위, 속도, 가속도, 등속도 운동과 등가속도 운동, 운동 에너지, 위치 에너지를 이해하고, 물리 2에서의 위치벡터, 힘과 운동법칙, 포물선 운동, 평면 상 운동량 보존을 이해하고 구할 수 있다.

나) 자료출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	물리 I	곽성일 외	천재교육	2011	34-36, 42
	물리 I	김영민 외	교학사	2011	43, 45-47, 52, 53
	물리 II	곽성일 외	천재교육	2011	30, 38-40
	물리 II	김영민 외	교학사	2011	30, 31, 56-59
기타					

## 5. 문항 해설

**[문제 4-1]**에서는 물체가 중력이 작용하는 방향이 비스듬하게 운동하는 경우 제시문 (가)와 (나)에 따라서 포물선 운동을 함을 이해할 수 있다. 제시문 (가)에 따르면, 수평면과 평행한 방향의 운동은 알짜힘이 작용하지 않으므로 등속도 운동을 하며 수직 방향은 중력이 작용하는 등가속도 운동을 하게 된다. 뉴턴 운동 제1법칙과 제2법칙으로 알짜힘을 수직 방향과 수평 방향으로 분석하고, 제시문 (나)에 따라서 포물선 운동을 기술할 수 있다. 시간  $t$  를 이용하여 물체 A에 대한 알짜힘에 따른 수평 방향의 변위( $x_A$ )와 수직 방향의 변위( $y_A$ )를 나타낼 수 있다. 충돌 상황은 두 물체의 위치가 같으므로 물체 B의 수직 방향과 수평 방향의 변위를 이용하면 ( $x_A = x_B$ ,  $y_A = y_B$ )를 이용하면 각도를 구할 수 있다. 물체의 속력  $v$  는 충돌 시간( $t$ )으로 물체 B의 충돌 위치( $R$ )를 나타내고 앞에서 구한 각도, 물체 A의 최종 수평 방향의 변위( $H$ )를 이용하면 구할 수 있다.

**[문제 4-2]**에서는 두 물체의 충돌 예제로부터 물리 1에서의 운동량과 역학적 에너지에 대하여 이해하고, 물리 2에서의 평면 상 포물선 운동을 분석하고, 2차원에서의 운동량 보존 개념을 이해하여 충돌 현상을 설명할 수 있다. 제시문 (나)에 따라서 포물선 운동을 표현할 수 있고 두 물체가 충돌하는 위치는 물체 B가 자유 낙하하는 거리와 같다. 물체 A의 초기 속도를 이용하고 물체를 던져진 후 충돌한 시간을 구하여 충돌 직전 물체 A와 물체 B의 속도를 나타낸다. 제시문 (다)에 따라서 운동량 보존을 수평 방향과 수직 방향을 생각하면 다음과 같이 충돌 직후 물체 A와 물체 B의 속도를 구할 수 있다. 이를 이용하여 충돌 순간부터 바닥에 떨어지는 시간을 이차 방정식의 근으로 구한다. 만약 물체 A와 물체 B의 질량비가 아주 클 경우와 아주 작을 경우를 고려하면 지표면에 도달하는 시간을 구할 수 있다. 질량이  $M_A = 1\text{ kg}$ ,  $M_B = 7\text{ kg}$ 이고  $t = 0.5\text{ s}$  라면 충돌 직후의 속도를 구체적으로 구할 수 있다. 제시문 (라)에 근거하여 두 물체의 충돌 전 에너지를 구할 수 있고 충돌 직후 속도를 이용하여 충돌 직후 에너지를 구할 수 있다. 따라서 손실된 에너지를 충돌 전과 후를 비교하여 구한다.

**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	물체 A의 수평 변위와 수직 변위를 바르게 쓰고 등가속도 운동과 등속 운동을 바르게 제시하면	+3점
	논리적으로 바르게 기술하고 각도의 값을 바르게 제시하면 속력을 바르게 제시하면	+3점 +4점
	※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-2점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다. ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있습니다.	
4-2	두 물체가 충돌한 후 속도를 바르게 쓰면 (오답이지만, 운동량 보존 법칙을 바르게 적용하면 부분점수 +2점.)	+5점
	도달시간 시간 범위를 바르게 제시하면 (시간범위(t)는 오답이지만, t 식을 바르게 쓰면 부분점수 +4점.)	+8점
	충돌 전후 손실된 에너지를 바르게 쓰면 (값은 오답이지만, 충돌 전후 손실된 에너지 식을 쓰면 부분점수 +3점.)	+7점
	※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1-4점의 부분 점수를 부여할 수 있습니다. ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5 ~ +0.5점을 부여할 수 있습니다.	

**7. 예시 답안**

[문제 4-1]

- 제시문 (가)와 (나)에 따라서 뉴턴 운동 제1법칙과 제2법칙으로 알짜힘을 수직 방향과 수평 방향으로 분석하고, 제시문 (나)에 따라서 포물선 운동을 기술할 수 있다. 우선, 시간  $t$  에서 물체 A에 대한 알짜힘에 따른 수평 방향의 변위( $x_A$ )와 수직 방향의 변위( $y_A$ )는 다음과 같이 주어진다.

$$\text{수평방향: } F_x = 0$$

$$x_A = vt \cos \theta \quad \text{등속도 운동}$$

$$\text{수직방향: } F_y = -M_A g = M_A a_y$$

$$y_A = vt \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{등가속도 운동}$$

- 충돌 상황은 두 물체의 위치가 같으므로  $x_A = x_B$  와  $y_A = y_B$  에서 다음과 같이 정리된다.

$$x_A = x_B \rightarrow vt \cos \theta = H \tag{1}$$

$$y_A = y_B \rightarrow vt \sin \theta - \frac{1}{2}gt^2 = \sqrt{3}H - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow vt \sin \theta = \sqrt{3}H \tag{2}$$

식(1)과 식(2)의 양변을 각각 나누면 다음과 같다.

$$\frac{vt \sin \theta}{vt \cos \theta} = \frac{\sqrt{3}H}{H} \rightarrow \tan \theta = \sqrt{3} \rightarrow \theta = 60^\circ$$

즉,  $\theta = 60^\circ$  또는  $\frac{\pi}{3}$ .

- 물체의 속력  $v$ 는 충돌 시간을  $t$ 라 하면 다음과 같이 구할 수 있다.

$$R = \sqrt{3}H - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2(\sqrt{3}H - R)}{g}}$$

제시문 (나)와  $\theta = 60^\circ$  를 물체 A의  $x_A$  방향 변위에 적용하면 다음과 같다.

$$v = \frac{H}{t \cos 60^\circ} = \frac{H}{\frac{1}{2}t} = 2H \sqrt{\frac{g}{2(\sqrt{3}H - R)}}$$

답:  $v = \sqrt{\frac{2gH^2}{\sqrt{3}H - R}}$

(또는, 식을 정리하여도 정답.  $v = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{3H^2 - R^2}}(H\sqrt{\sqrt{3}H + R})$ )

※다른 풀이 방식의 예시이다.

$$y = \tan\theta x - \frac{g}{2v^2 \cos^2\theta} x^2 \rightarrow R = \tan 60^\circ H - \frac{g}{2v^2 \cos^2 60^\circ} H^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2gH^2}{\sqrt{3}H - R}} \quad (\text{또는, } v = \frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{3H^2 - R^2}}(H\sqrt{\sqrt{3}H + R}))$$

**[문제 4-2]**

- 제시문 (나)에 따라서 포물선 운동을 표현할 수 있고 두 물체가 충돌하는 위치는 물체 B가 자유 낙하하는 거리(45m)와 같다. 물체 A의 초기 속도(수평방향:  $20\sqrt{3}$  m/s, 수직 위쪽 방향: 20m/s)를 이용하고 물체를 던져진 후 충돌한 시간  $t_c$  를 구하여 충돌 직전 물체 A와 물체 B의 속도를 나타내면 다음과 같다.

$$45 = \frac{1}{2}gt_c^2 \rightarrow t_c = 3\text{s.}$$

$$\vec{v}_A = 20\sqrt{3} \text{ m/s (수평방향), } gt_c - 20 = 10 \times 3 - 20 = 10 \text{ m/s (수직 아래쪽 방향)}$$

$$\vec{v}_B = gt_c = 10 \times 3 = 30 \text{ m/s (수직 아래쪽 방향), } 0 \text{ (수평방향)}$$

제시문 (다)에 따라서 운동량 보존을 수평 방향과 수직 방향을 생각하면 다음과 같이 충돌 직후 물체 A와 물체 B의 속도를 구할 수 있다.

수평방향:  $M_A v_{xA} + M_B v_{xB} = (M_A + M_B)v'_x \rightarrow v'_x = \frac{M_A}{M_A + M_B} 20\sqrt{3} \text{ m/s}$

수직아래방향:  $M_A v_{yA} + M_B v_{yB} = (M_A + M_B)v'_y \rightarrow v'_y = \frac{M_A + 3M_B}{M_A + M_B} 10 \text{ m/s}$

- 위의  $v'_y$  를 이용하여 충돌 직후부터 바닥에 떨어지는 시간  $t$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$15(m) = v'_y t + \frac{1}{2} 10t^2 \rightarrow t = \sqrt{\left( \frac{1+3\left(\frac{M_B}{M_A}\right)}{1+\left(\frac{M_B}{M_A}\right)} \right)^2 + 3} - \frac{1+3\left(\frac{M_B}{M_A}\right)}{1+\left(\frac{M_B}{M_A}\right)}$$

이때 이차방정식의 또 다른 해인 음수  $t$ 는 물리적으로 맞지 않으므로 제외한다.

만약 다음 조건을 고려하면 도달시간  $t$ 는 다음과 같이 근사된다.

$$M_A \gg M_B \rightarrow t = 1\text{s}$$

$$M_A \ll M_B \rightarrow t = (2\sqrt{3}-3)\text{s}$$

따라서, 도달시간  $t$ 의 범위는

$$(2\sqrt{3}-3)\text{s} < t < 1\text{s}$$

라고 생각할 수 있다.

- 만약  $M_A = 1\text{kg}$ ,  $M_B = 7\text{kg}$ 이고  $t = 0.5\text{s}$  라면, 제시문 (다)에 근거하여 충돌 직후 속도는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\text{수평 방향: } v'_x = \frac{M_A}{M_A + M_B} 20\sqrt{3} = \frac{1}{1+7} \times 20\sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\text{m/s}$$

$$\text{수직 아래 방향: } v'_y = \frac{M_A + 3M_B}{M_A + M_B} 10 = \frac{1+3 \times 7}{1+7} \times 10 = \frac{55}{2}\text{m/s}$$

제시문 (라)에 따라, 두 물체가 초기에 가지고 있는 에너지를 구할 수 있고 충돌 직전까지 에너지는 보존된다.

$$K_A = \frac{1}{2} M_A v^2 = \frac{1}{2} \times 1 \times 40^2 = 800\text{J}$$

$$U_B = M_B gh = 7 \times 10 \times 60 = 4200\text{J}$$

$$E = K_A + U_B = 5000\text{J}$$

충돌 직후 에너지는 다음과 같다.

$$K'_{A+B} = \frac{1}{2} (M_A + M_B) (v_x'^2 + v_y'^2) = 3100\text{J}$$

$$U'_{AB} = (M_A + M_B) gh = 1200\text{J}$$

$$E' = 4300\text{J}$$

따라서, 손실된 에너지는 다음과 같다.

$$\Delta E = E - E' = 700\text{J}$$

※다른 풀이로, 15m에서 충돌 직전과 직후 운동 에너지 차이로만 구할 수 있다.

$$\text{충돌 직전: } K_A + K_B = \frac{1}{2} M_A ((20\sqrt{3})^2 + 10^2) + \frac{1}{2} M_B 30^2 = 3800\text{J}$$

$$\text{충돌 직후: } K'_{A+B} = \frac{1}{2} (M_A + M_B) (v_x'^2 + v_y'^2) = 3100\text{J}$$

$$\text{손실된 에너지 } \Delta E = \Delta K = K_A + K_B - K'_{A+B} = 3800 - 3100 = 700\text{J}$$

## 문항카드 18

1. 일반정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열 I(화학)/문제 [4-1], 문제 [4-2]	
모집요강에 제시한 출제 범위(과목명)	화학 I, 화학 II	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	화합물의 분자 개수, 부피, 몰수, 양적 관계, 화학 반응식, 반응 계수, 연소 반응, 산화-환원, 산화수, 기체, 돌턴의 부분 압력 법칙, 반감기
예상 소요 시간	30분	

## 2. 문항 및 제시문

## [제시문]

- (가) 화학 반응이 일어날 때 반응 물질과 생성 물질 사이의 관계를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응식에서 각 물질의 계수비는 반응에 관여한 물질의 분자 수의 비와 몰수비, 부피비를 의미한다. 이때 몰과 입자 수, 몰과 질량, 몰과 기체의 부피 관계를 이용하면 반응물과 생성물의 몰수, 입자 수, 질량, 부피를 구할 수 있다. 1몰은  $6.02 \times 10^{23}$  개 입자의 집단이며, 이 수를 아보가드로수라고 한다.
- (나) 원자가 전자를 공유하면서 결합할 때 원자마다 전자를 끌어당기는 힘이 다르기 때문에 전자쌍은 어느 한쪽으로 치우치게 된다. 이처럼 분자에서 공유 전자쌍을 끌어당기는 능력을 상대적 수치로 나타낸 것을 전기 음성도라고 한다. 폴링은 플루오린 (F) 의 전기 음성도를 4.0으로 정하고 다른 원자들의 전기 음성도를 상대적으로 정하였다. 다음 표는 일부 원자들의 폴링의 전기 음성도 값을 보여준다.

${}^1_1\text{H}$ 2.1						
${}^3_3\text{Li}$ 1.0	${}^4_4\text{Be}$ 1.5	${}^5_5\text{B}$ 2.0	${}^6_6\text{C}$ 2.5	${}^7_7\text{N}$ 3.0	${}^8_8\text{O}$ 3.5	${}^9_9\text{F}$ 4.0

- (다) 화학 반응에서 전자를 잃는 것을 산화라 하고, 전자를 얻는 것을 환원이라 한다. 산화와 환원은 항상 동시에 일어나므로 산화-환원 반응이라고 부른다. 공유 결합 물질에서는 전기 음성도 차이를 통해 반응 전과 반응 후의 전자 치우침을 비교하여 산화-환원 반응을 설명할 수 있다. 공유 결합 물질에서 공유 전자쌍이 그것을 더 세계 끌어당기는 원자에 속해 있다고 가정할 때, 각 원자에 할당된 전하수를 산화수라고 한다. 중성 화합물에서 각 원자의 산화수의 합은 0이다. 반응을 통해 산화수가 증가하면 전자를 잃은 것이므로 산화된 것이고, 산화수가 감소하면 전자를 얻은 것이므로 환원된 것이다.
- (라) 혼합 기체에서 각각의 기체가 나타내는 압력을 부분 압력이라고 한다. 일정한 온도와 부피에서 기체의 압력은 몰수에 비례한다. 혼합 기체의 전체 압력은 성분 기체의 총 몰수에 비례하는 값으로 성분 기체의 부분 압력의 합이 된다. 이를 돌턴의 부분 압력 법칙이라고 한다. 일정한 부피의 용기 속에 기체 A와 기체 B가 혼합되어 있을 때의 전체 압력( $P_T$ )은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_T = P_A + P_B$$

(마) 반응 물질의 농도가 반으로 줄어 들 때까지 걸리는 시간을 반감기라고 하는데, 반감기는 반응 차수에 따라 다른 특성을 나타낸다. 오른쪽 그림에서 보이는 바와 같이 1차 반응의 반감기( $t_{1/2}$ )는 초기 농도  $[A]_0$ 에 관계없이 항상 일정하다.

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

**[문제 4-1]**

다음은 암모니아( $\text{NH}_3$ ) 기체의 화학 반응식을 나타낸 것이다.

$$a\text{NH}_3(g) + b\text{O}_2(g) \rightarrow c\text{NO}(g) + d\text{H}_2\text{O}(l) \quad (a, b, c, d \text{ 는 반응 계수})$$

반응의 초기에는 일정량의  $\text{NH}_3$ 와 충분한 양의 산소( $\text{O}_2$ ) 만 존재한다고 가정한다. 반응을 통해 전체 물질의 분자 개수가  $4.515 \times 10^{23}$  개 변화할 때, 반응한  $\text{NH}_3$ 의 몰수는  $X$  이고 이때 이동하는 전자의 몰수는  $Y$  이다. 만약 암모니아 대신 메테인 ( $\text{CH}_4$ ) 을 이용하는 완전 연소 반응이 진행된다면, 반응에서  $Y$  몰수의 전자 이동을 위해서는  $Z$  g의  $\text{CH}_4$  이 필요하다. 제시문 (가), (나), (다)에 근거하여  $X, Y, Z$ 를 논리적으로 구하시오. (단, 수소(H)와 탄소(C)의 원자량은 각각 1, 12 이다.)

**[문제 4-2]**

다음은 임의의 기체 A가 반응하여 기체 B가 생성되는 1차 반응의 화학 반응식이다.

$$a\text{A}(g) \rightarrow b\text{B}(g) \quad (\text{반응 계수 } a, b \text{ 는 정수})$$

일정한 온도에서 빈 강철 용기에  $P$  기압에 해당되는 2몰의 기체 A를 넣은 후 반감기  $t_{1/2}$ 에 측정된 전체 압력은  $\frac{5}{6}P$  이다.

시간	0	$t_{1/2}$
전체 압력	$P$	$\frac{5}{6}P$

제시문 (가), (라), (마)에 근거하여 반응식의 계수  $a, b$ 를 구하시오. 또한, 시간  $3t_{1/2}$  후, 이 강철 용기에  $f$  몰의 기체 A와  $2f$  몰의 기체 B를 추가한 직후 측정된 전체 압력은  $\frac{35}{24}P$  이다. 이때  $f$  를 논리적으로 구하시오.

### 3. 출제 의도

본 논술 고사에서는 고등학교 화학 교과과정의 전반적인 내용을 평가하고자 하였다. 화학의 언어에 해당하는 화합물의 조성, 화학식, 화학 반응 등 양적 관계에 대한 이해와, 개성 있는 원소와 관련하여 원자의 전기 음성도를 이해하고 이를 공유 결합 물질의 산화-환원 반응에 적용하는 통합적인 성취도를 평가하고자 하였다. 또한, 다양한 모습의 물질에서 다루는 기체의 부분 압력 법칙 및 화학 반응 속도와 관련된 반감기 등에 대한 이해도를 평가하고자 하였다.

**[문제 4-1]**은 화학 I에서 다루는 화학 반응, 화학 반응식, 산화수, 산화-환원 반응 등에 대한 전반적인 이해도를 평가하는 문제이다. 제시문의 내용을 이해하여 화학 반응식의 계수 및 공유 결합 물질인 반응물과 결과물 내 원자의 산화수를 구하고, 이를 바탕으로 산화-환원 반응을 통해 이동하는 전자의 몰수를 알아내는 능력을 평가하고자 하였다. 또한, 화학 반응식의 양적 관계를 도출하는 능력을 평가하고 하였다.

**[문제 4-2]**는 화학 I에서 다루는 화학 반응식과 양적 관계, 화학 II에서 다루는 기체와 반감기 등에 대한 전반적인 이해도를 평가하는 문제이다. 제시문에서 제공하는 정보를 정확하게 숙지하여 주어진 1차 기체 반응식의 반응 계수를 구하고, 돌턴의 부분 압력 법칙을 정확하게 이해하여 반응 시간에 따른 용기 내의 전체 압력을 구하는 능력을 평가하고자 하였다.

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 9] 과학과 교육과정
성취기준 / 영역별 내용	<p>화학 I</p> <p>(1) 화학의 언어 (88쪽)                  (라) 아보가드로 수와 몰의 의미를 이해한다.                  (마) 여러 가지 화학 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 원자량과 분자량 등을 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 알 수 있다.</p> <p>(3) 개성 있는 원소 (89쪽)                  (마) 주기율표에서 원자가전자의 수, 원자 반지름, 이온화 에너지, 전기 음성도 등 원자의 성질이 주기적으로 변화됨을 설명할 수 있다.</p> <p>(4) 짧은 화학반응 (90쪽)                  (나) 질소와 수소의 반응에 의한 암모니아의 합성이 전자 이동에 의한 산화-환원 반응임을 이해한다.                  (다) 이산화탄소, 물, 메탄, 암모니아에서 화학 결합을 하고 있는 원자들 사이의 전기 음성도 차이로부터 각 원소의 산화수를 설명할 수 있다.</p> <p>화학 II</p> <p>(1) 다양한 모습의 물질 (96쪽)                  (나) 기체의 온도, 압력, 부피 사이의 관계 및 기체 분압의 의미를 설명하고, 이상 기체 상태 방정식을 이해한다.</p> <p>(4) 화학 반응 속도                  (다) 반응 속도의 농도 의존도가 다양하다는 사실을 이해하고, 반감기를 정의할 수 있는 경우도 있음을 설명할 수 있다.</p>

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	박종석 외 4인	(주)교학사	2016	제시문 (가): 24-25, 38-41 제시문 (나): 102 제시문 (다): 209-216
	화학 I	김희준 외 8인	(주)상상아카데미	2016	제시문 (가): 33-34, 47-50 제시문 (나): 103-104 제시문 (다): 177-188
	화학 I	노태희 외 7인	(주)천재교육	2017	제시문 (가): 27-29, 41-49 제시문 (나): 114 제시문 (다): 188-193
	화학 I	류해일 외 7인	(주)비상교육	2016	제시문 (가): 36-37, 42-47 제시문 (나): 113 제시문 (다): 197-202
	화학 II	박종석 외 4인	(주)교학사	2016	제시문 (라): 33-34 제시문 (마): 251
	화학 II	김희준 외 8명	(주)상상아카데미	2016	제시문 (라): 34-35 제시문 (마): 217-218
	화학 II	노태희 외 7인	(주)천재교육	2015	제시문 (라): 23-24 제시문 (마): 219
	화학 II	류해일 외 7인	(주)비상교육	2017	제시문 (라): 27-29 제시문 (마): 230
기타					

**5. 문항 해설**

제시문의 내용은 화학 반응식, 물질 속에 있는 원자나 분자의 몰, 입자 수, 질량, 부피 등 양적 관계와, 전기 음성도, 산화수, 산화-환원 반응, 기체의 부분 압력 법칙, 반응의 반감기 등 고등학교 화학 I, II 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 모두 교육과정 범위에 포함되어 있다. 이 문항에서는 고교 화학 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있는 여러 가지 개념들을 명확하게 이해하여 이들을 통합적으로 분석하고 연계할 수 있는지 알아보려고 한다.

하위 문항 1은 화학 I에서 다루는 화학 반응, 화학 반응식, 산화수, 산화-환원 반응 등에 등에 대한 전반적인 이해도를 평가하는 문제이다. 제시문의 내용을 정확하게 이해하여 주어진 암모니아 화학 반응식의 계수 및 공유 결합 물질인 반응물과 결과물 내 원자의 산화수를 구하고, 이를 바탕으로 산화-환원 반응을 통해 이동하는 전자의 몰수를 계산하는 문제이다. 또한, 암모니아와 메테인의 분자량의 차이, 산화 반응을 통한 각 질소, 탄소 원자의 산화수의 변화를 파악하여 같은 몰수의 전자 변화를 위해 필요한 반응물의 양 차이를 구하는 문제이다.

하위 문항 2는 화학 I에서 다루는 화학 반응식과 양적 관계, 화학 II에서 다루는 기체와 반감기 등에 대한 전반적인 이해도를 평가하는 문제이다. 제시문에서 제공하는 정보를 정확하게 숙지하여, 1차 반응의 반감기를 이해하고 이를 바탕으로 주어진 1차 기체 반응식의 반응 계수를 구하는 문제이다. 또한 돌턴의 부분 압력 법칙과 반감기의 내용을 연계하여 반응 시간에 따른 용기 내의 전체 압력을 정확하게 계산할 수 있어야 한다.

**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점요소] 반응물과 결과물의 분자 개수, 부피, 몰수 등 양적 관계를 이해하여 화학 반응식을 논리적으로 찾아내는가? 원자들의 산화수의 변화를 이용하여 반응을 통해 이동하는 전자 몰수를 구할 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. 반응 계수의 비, <b>4:5:4:6</b> 을 바르게 구하면 +3점</li> <li>2. 분자 개수 변화를 바탕으로 몰수 변화 0.75 몰을 바르게 구하고, 이를 이용하여 반응한 NH<sub>3</sub>의 몰수 X=3을 도출하면 +3점</li> <li>3. N의 산화수 (혹은 O의 산화수) 변화를 고려하여 NH<sub>3</sub> 1몰당 전자 5몰이 이동함을 구하고, 이를 고려하여 전자 총 이동 몰수 Y=15를 바르게 구하면 +5점</li> <li>4. CH<sub>4</sub> 1몰당 전자 8몰이 이동함을 고려하여 <math>\frac{15}{8}</math> 몰이 필요하고 분자량을 고려하여 Z=30을 바르게 구하면, +4점 계산을 잘못하면 -1점.</li> </ol> <p>각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 ± 1.0점 추가 점수 부여 가능함.</p>	15
4-2	<p>[채점요소] 기체의 부분 압력 법칙과 1차 반응의 반감기를 이해하여, 화학 반응식을 논리적으로 도출할 수 있는가? 기체의 분자 개수, 몰수, 기압 등의 양적 관계를 이해하는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거] 다음과 같이 3단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p>	15

	<p>1. 반응 계수의 비, <math>a : b = 3 : 2</math> 를 바르게 구하면 +4점</p> <p>2. <math>3t_{1/2}</math> 후의 기체 A와 B의 부분압력, 그리고 전체 압력 <math>\frac{17}{24}P</math> 을 바르게 구하면 +6점 (몰수로 구하여도 인정: <math>\frac{17}{12}</math> 몰)</p> <p>3. 추가된 <math>3f</math> 몰에 해당하는 압력이 <math>\frac{3}{4}P</math> 임을 도출하고 (<math>=\frac{3}{2}</math> 몰), 이를 이용하여 <math>f = \frac{1}{2} = 0.5</math> 임을 바르게 구하면 +5점</p> <p>계산을 잘못하면 -1점.                  각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 15점 이내에서 <math>\pm 1.0</math>점 추가 점수 부여 가능함.</p>
--	---

**7. 예시 답안**

**[문제 4-1]**



· N, O, H의 개수를 고려하여 반응 계수를 구하면,

$a = c, 3a = 2d, 2b = c + d$  이고, 이를 만족하는 최소의 정수비는  $4 : 5 : 4 : 6$  이다.



· 위 화학반응을 통해 전체 물질의 분자 개수가  $4.515 \times 10^{23}$  개 변화하였고, 1몰의 분자 개수는  $6.02 \times 10^{23}$  이므로, 변화된 전체 몰수의 변화는

$$\frac{4.515 \times 10^{23}}{6.02 \times 10^{23}} = 0.75 \text{ 몰이다.}$$

$\text{NH}_3$ 가  $X$ 몰 반응할 때, 이 화학반응의 몰수 변화를 구하면,

감소한 반응물의 몰수:  $-X - \frac{5}{4}X = -2.25X$ , 증가한 생성물의 몰수:  $+X + \frac{6}{4}X = +2.5X$

전체 몰수의 변화:  $2.5X - 2.25X = 0.25X$

위에서 구한 전체 몰수의 변화는 0.75몰이므로  $0.25X = 0.75$ ,  $X=3$ , 즉 3몰의  $\text{NH}_3$ 가 반응하였다.

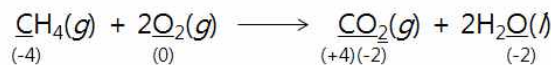
· 반응에서 N과 O의 산화수 변화를 구하면 (H의 산화수 변화는 없음),



N의 산화수 변화:  $-3 \rightarrow +2$  :  $\text{NH}_3$  1몰당 전자 5몰을 내어줌.

$\text{NH}_3$ 가 3몰 반응하였으므로 이동한 전자의 몰수는  $3 \times 5 = 15$ ,  $Y=15$ 몰

·  $\text{NH}_3$ 대신  $\text{CH}_4$ 을 이용하여 반응을 진행시키면,



C의 산화수 변화:  $-4 \rightarrow +4$  :  $\text{CH}_4$  1몰당 전자 8몰을 내어줌.

따라서, 전자 15몰이 이동하기 위해서는  $\text{CH}_4$   $\frac{15}{8}$  몰이 필요,

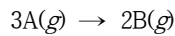
다른 풀이 방법) 두 반응에서 반응 물질 1몰당 이동하는 전자 몰수비는 5 : 8 이므로, CH<sub>4</sub>의 반응에서 같은 Y몰수의 전자 이동을 위해서는 X몰의  $\frac{5}{8}$  배 만큼의 CH<sub>4</sub>이 필요하다.

$$X=3\text{이므로, } 3 \times \frac{5}{8} = \frac{15}{8} \text{ 몰}$$

$$\text{CH}_4\text{의 분자량은 } 12+1+1+1=16 \text{ 이므로, } \frac{15}{8} \text{ 몰} \times 16 \text{ g/몰} = 30 \text{ g, 즉 } \mathbf{Z= 30}$$

**[문제 4-2]**

- 반감기는 반응물의 농도(기체의 경우 압력)가  $\frac{1}{2}$ 이 되는 시간을 의미한다. 반응물 A의 압력은 반감기인 시간  $t_{1/2}$  동안에  $P$  에서  $\frac{1}{2}P$  만큼 감소하여  $\frac{1}{2}P$ 가 된다. 시간  $t_{1/2}$ 에서 전체 압력이  $\frac{5}{6}P$  이므로  $\frac{5}{6}P - \frac{1}{2}P = \frac{1}{3}P$ 는 새로 생성된 B의 압력을 나타낸다. 시간  $t_{1/2}$  동안 소모된 A와 생성된 B의 압력 변화는  $\frac{1}{2}P : \frac{1}{3}P = 3 : 2$  이므로 화학 반응식의 계수 a와 b는 **3 : 2** 이다.



- 시간  $3t_{1/2}$ 일 때 아래와 같이 3번의 반감기가 지나므로

$$3t_{1/2}\text{후의 전체 압력은 } P_T = P_A + P_B$$

$$P_A : 1 - \frac{1}{2}P - \frac{1}{4}P - \frac{1}{8}P = 1 - \frac{7}{8}P = \frac{1}{8}P \text{ (혹은 } \frac{1}{2^3}P = \frac{1}{8}P)$$

$$P_B : (\frac{1}{2}P \times \frac{2}{3}) + (\frac{1}{4}P \times \frac{2}{3}) + (\frac{1}{8}P \times \frac{2}{3}) = \frac{7}{12}P$$

$$\text{전체 압력 } P_T = P_A + P_B = \frac{1}{8}P + \frac{7}{12}P = \frac{17}{24}P$$

- $f$  몰의 A기체와  $2f$  몰의 B기체를 추가한 직후 측정된 전체 압력은  $\frac{35}{24}P$ 이다. 혼합 기체의 전체 압력은 성분 기체의 총 몰수에 비례하는 값으로 성분 기체의 부분 압력의 합이 되므로, 기압 차이인  $\frac{35}{24}P - \frac{17}{24}P = \frac{3}{4}P$ 은 추가된  $3f$  몰의 기체의 압력에 해당된다.  $P$  기압에 해당되는 기체의 몰수는 2몰이라고 주어졌으므로,  $P : 2 = \frac{3}{4}P : 3f$  이고 이를 계산하여  $f = \frac{1}{2} = 0.5$ 임을 구할 수 있다.

## 문항카드 19

1. 일반정보		
유형	■ 논술고사 □ 면접 및 구술고사	
전형명	수시 모집 논술	
해당 대학의 계열(과목) / 문항번호	자연계열III(화학)/문제 [4-1], 문제 [4-2]	
입학 모집요강에 제시한 자격 기준 과목명	화학 I, 화학 II	
출제 범위	과학과 교육과정 과목명	화학 I, 화학 II
	핵심개념 및 용어	화학 반응식, 공유 결합, 중화 반응, 이온화 상수, 증기 압력, 이상 기체 상태 방정식, 부분 압력의 법칙
예상 소요 시간	30분	

## 2. 문항 및 제시문

[문제 4] 다음 제시문 (가) - (마)를 읽고 문제에 답하시오.

(가) 화학 반응이 일어날 때 반응 물질과 생성 물질의 관계를 나타낸 식을 화학 반응식이라고 한다. 화학 반응이 일어나도 반응 전후 원자는 새로 생겨나거나 없어지지 않으며, 반응 물질의 원자 수 총합과 생성 물질의 원자 수 총합이 같은 것을 이용하여 화학 반응식을 나타낼 수 있다. 화학 반응식을 완성하면 반응 물질과 생성 물질의 분자 수, 질량, 부피 등 여러 가지 양적 관계를 알 수 있다. 화학 반응식에서 계수비는 각 물질의 입자 수의 비를 나타내고, 기체의 경우는 부피비를 나타낸다.

(나) 산의  $H_3O^+$ 과 염기의  $OH^-$ 이 만나 물이 생성되는 반응을 중화 반응이라고 한다. 산-염기가 중화될 때  $H_3O^+$ 과  $OH^-$ 이 반응하여 물이 되고, 산의 성분이었던 음이온과 염기의 성분이었던 양이온이 만나 생성되는 물질을 염이라고 한다.  $H_3O^+$ 과  $OH^-$ 이 결합하는 중화 반응에서 발생하는 열을 중화열이라고 한다. 이때 반응하는  $H_3O^+$ 과  $OH^-$ 의 수가 많을수록 중화열이 많이 발생한다. 약산이나 약염기는 수용액에서 일부만 이온화하여 평형을 이룬다. 일반적으로 산 HA의 이온화 상수( $K_a$ )는 다음과 같이 정의한다.

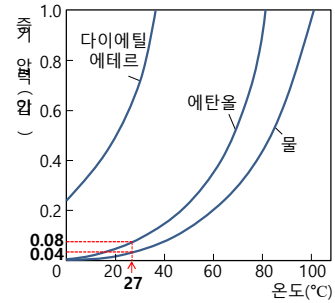
$$K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]}$$

(다) 18족 원소 이외의 대부분의 원자들은 전자를 잃거나 얻어서 최외각 전자 껍질에 8개의 전자를 채워 안정한 전자 배치를 가지려고 하는데, 이러한 경향을 옥텟 규칙이라고 한다. 비금속 원자들은 전자를 공유함으로써 옥텟 규칙을 만족시키는데, 2개 이상의 원자들이 전자쌍을 공유하면서 형성되는 화학 결합을 공유 결합이라고 한다. 이때 각 원자에 포함된 원자가 전자 중에서 쌍을 이루지 않는 전자를 홀전자, 두 원자가 공유하는 전자쌍을 공유 전자쌍, 결합에 참여하지 않는 전자쌍을 비공유 전자쌍이라고 한다.

(라) 어떤 액체를 밀폐된 용기 속에 넣어 두면 액체가 기체로 증발되는 속도와 기체가 액체로 응축되는 속도가 같아진다. 이러한 상태가 동적 평형 상태이며, 일정한 온도에서 동적 평형 상태에 있을 때 기체가 나타내는 압력을 그 액체의 증기 압력이라고 한다. 액체의 온도를 높여주면 기체로 되는 분자 수가 많아지므로 증기 압력은 커

진다. 온도 변화에 따른 증기 압력의 변화를 나타낸 그래프를 증기 압력 곡선이라고 하는데, 오른쪽은 몇 가지 액체의 증기 압력 곡선을 나타낸 것이다.

(마) 기체의 성질에 관한 보일 법칙, 샤를 법칙, 아보가드로 법칙을 종합하면 기체의 압력( $P$ ), 부피( $V$ ), 절대 온도( $T$ ), 몰수( $n$ )에 대해 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있으며, 이 식을 이상 기체 상태 방정식이라고 한다.



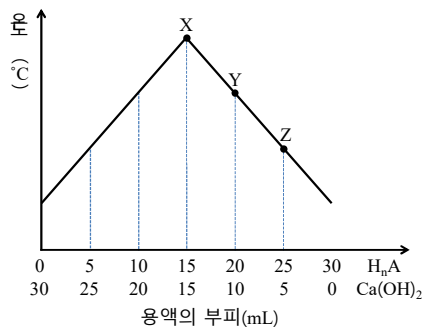
$$PV = nRT \quad (R \text{는 기체 상수})$$

한편, 서로 반응하지 않는 두 가지 이상의 기체가 혼합되어 있을 때 혼합 기체를 이루는 각 성분 기체가 나타내는 압력을 부분 압력이라고 한다. 돌턴은 실험을 통해 반응하지 않는 두 종류 이상의 기체가 섞여 있을 때 혼합 기체가 나타내는 전체 압력은 각 성분 기체의 부분 압력의 합과 같다는 것을 밝혀내었는데 이 법칙을 돌턴의 부분 압력 법칙이라고 한다. 혼합 기체의 전체 압력을  $P_T$ , 각 성분 기체의 부분 압력을  $P_1, P_2, P_3, \dots$  라고 하면 부분 압력 법칙은 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

**[문제 4-1]**

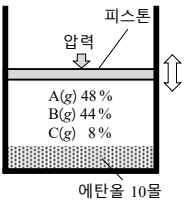
다음 그래프는 0.2M 약산  $H_nA(aq)$ 와 0.1M 강염기  $Ca(OH)_2(aq)$ 의 부피를 다르게 하여 반응시켜 그 온도를 측정한 것을 나타낸 실험 결과이다. Y에서의 수소 이온 농도가  $1 \times 10^{-5} M$  일 때, 제시문 (가)와 (나)에 근거하여 이 산-염기 반응의 화학 반응식을 제시하고, X와 Z에서의 수소 이온 농도를 구하시오. (단,  $Ca(OH)_2(aq)$ 에서  $Ca(OH)_2$ 의 이온화도( $\alpha$ )는 1이고, 이 실험 결과의 온도 범위에서 물의 이온곱 상수( $K_w$ )는  $1 \times 10^{-14}$  로 일정하며, 혼합 용액의 부피는 혼합 전 각 용액의 부피의 합과 같다.)



**[문제 4-2]**

다음 그림과 같이 27 °C, 0.98기압에서 서로 반응하지 않는 세 종류의 기체 A, B, C가 각각 48 %, 44 %, 8 %의 질량 조성비로 10몰의 에탄올( $C_2H_5OH$ )과 함께 실린더에 들어 있다. 이 세 종류의 기체에 대한 성질은 아래의 표에 나타내었고, 이때 실린더 안의 전체 기체의 부피는 24L이다. 제시문 (가), (다), (라), (마)에 근거하여, 이 실린더 안에서 액체 에탄올이 완전 연소하였을 때 실린더 안의 기체의 부피를 구하시오. 그 후, 외부 압력이 0.1기압으로 감소하였

을 때 실린더 안의 기체의 부피와 남아 있는 액체의 몰수를 구하십시오. (단, 피스톤의 질량과 마찰은 무시하되 액체의 증기 압력은 무시하지 않는다. 기체 상수  $R$ 는 0.08기압·L/몰·K이고, 수소(H), 헬륨(He), 탄소(C), 산소(O)의 원자량은 각각 1, 4, 12, 16이며, 에탄올과 물의 증기 압력은 27 °C에서 각각 0.08, 0.04기압이다.)



- 기체 A, B, C는 각각 헬륨(He), 산소(O<sub>2</sub>), 이산화 탄소(CO<sub>2</sub>) 중 하나이다.
- 기체 A를 구성하는 원자들이 가지고 있는 원자가 전자의 총합은 12개이다.
- 기체 B는 분자 내의 비공유 전자쌍의 개수와 공유 전자쌍의 개수가 동일하다.

### 3. 출제 의도

본 논술 고사에서는 고등학교 화학 I, II 교과과정에 대한 전반적인 이해도를 평가하기 위해 융합적인 문제를 다루며 화학 반응식, 산과 염기의 중화 반응, 공유 결합, 이상 기체 상태 방정식, 부분 압력의 법칙, 증기 압력 등 고교 화학 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있는 여러 가지 내용을 명확하게 이해하고 연계 지을 수 있는지 물어보고자 한다. 산-염기 중화 반응과 연소 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 그 화학 반응식으로부터 반응 물질과 생성 물질의 양적 관계를 이해할 수 있는지 물어보고자 한다. 산-염기 중화 반응에서의 화학 평형에 대한 이해를 바탕으로, 산이나 염기의 이온화 상수를 이용하여 그 양적 관계를 알아낼 수 있는지를 알아보하고자 한다. 또한, 대부분의 기체가 공유 결합 물질이라는 것을 알고, 그 전자 구조를 이해하고 있는지 알아보고, 액체와 기체가 반응하는 연소 반응을 제시하여 그 양적 관계를 알아내기 위해 액체와 기체의 동적 평형, 부분 압력의 법칙, 이상 기체 상태 방정식을 연결 지어 사고할 수 있는지 물어보고자 한다.

**4. 출제 근거**

가) 교육과정 근거

적용 교육과정	교육과학기술부 고시 제 2011-361호[별책 9] 과학과 교육과정
성취기준 / 영역별 내용	(1) 화학의 언어 (88쪽) (마) 여러 가지 화학 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 원자량과 분자량 등을 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 알 수 있다. (3) 아름다운 분자 세계 (89쪽) (다) 비활성 기체의 전자 구조를 통해 옥텟 규칙을 이해하고, 옥텟 규칙으로 화학 결합을 설명할 수 있다. (4) 달은꼴 화학반응 (90쪽) (마) 산과 염기의 중화 반응을 이해한다.
	(1) 다양한 모습의 물질 (96쪽) (나) 기체의 온도, 압력, 부피 사이의 관계 및 기체 분압의 의미를 설명하고, 이상 기체 상태 방정식을 이해한다. (3) 화학 평형 (97-98쪽) (라) 고체, 액체, 기체 사이의 동적 평형과 증기압의 의미를 이해하고 온도와 압력에 따른 물질의 상태를 도표로 나타낼 수 있다. (바) 산-염기 중화 반응에서의 양적 관계를 설명할 수 있고, 공통이온 효과, 염의 가수 분해에 의해 만들어진 용액의 특성을 설명할 수 있다. (사) 이온화도와 이온화 상수를 이용하여 산과 염기의 상대적 세기를 설명할 수 있다.

나) 자료 출처

참고자료	도서명	저자	발행처	발행 연도	쪽수
고등학교 교과서	화학 I	박종석 외 4인	(주)교학사	2016	제시문 (가): 38-41 제시문 (나): 240-243 제시문 (다): 152-159
	화학 I	김희준 외 8인	(주)상상아카데미	2017	제시문 (가): 47-50 제시문 (나): 199-201 제시문 (다): 128, 137
	화학 I	노태희 외 7인	(주)천재교육	2016	제시문 (가): 41-49 제시문 (나): 226-229 제시문 (다): 141-142
	화학 I	류해일 외 7인	(주)비상교육	2016	제시문 (가): 42-47 제시문 (나): 220-222 제시문 (다): 141-143
	화학 II	박종석 외 4인	(주)교학사	2017	제시문 (나): 183-184 제시문 (라): 160-162 제시문 (마): 21-24, 33-34
	화학 II	김희준 외 8명	(주)상상아카데미	2016	제시문 (나): 166-168 제시문 (라): 145-150 제시문 (마): 23-28, 34-35
	화학 II	노태희 외 7인	(주)천재교육	2015	제시문 (나): 162-165 제시문 (라): 149 제시문 (마): 19-25
	화학 II	류해일 외 7인	(주)비상교육	2017	제시문 (나): 167-168 제시문 (라): 149-150 제시문 (마): 19-29
기타					

**5. 문항 해설**

제시문의 내용은 화학 반응에서의 양적 관계, 산-염기의 중화 반응, 공유 결합, 액체의 증기 압력, 이상 기체 상태 방정식, 부분 압력의 법칙에 대한 것인데 고등학교 화학 I, II 교과과정에서 중요하게 다루어지는 내용으로 과학과 교육과정 범위에 포함되어 있다. 하위 문항 [문제 4-1]과 [문제 4-2] 문항에서는 이 제시문의 내용에 근거하여 고교 화학 교과과정에서 중요하게 다루어지고 있는 여러 가지 개념을 연계하여 통합적으로 사고할 수 있는지 알아보고자 한다.

하위 문항 첫 번째 [문제 4-1]은 산과 염기가 반응하는 중화 반응에서 열이 발생한다는 것을 이해하여 이를 바탕으로 중화 반응의 양적 관계를 알아낼 수 있는지 물어보는 문제이다. 제시문에서 제공하는 정보 및 문제에서 주어진 그래프를 정확하게 숙지하여 산-염기 중화 반응의 양적 관계를 알아내고 중화 반응의 화학 반응식을 완성할 수 있어야 한다. 또한, 산과 그 짝염기의 농도가 같을 때의 수소 이온 농도가 산의 이온화 상수와 같음을 이해하고, 산-염기 평형 상태에서의 양적 관계를 산의 이온화 상수를 이용하여 알아낼 수 있어야 한다.

하위 문항 두 번째 [문제 4-2]는 공유 결합 물질의 전자 구조를 이해하는지와 증기 압력, 이상 기체 상태 방정식, 부분 압력의 법칙을 통합적으로 연계하여 기체와 액체가 공존하는 화학 반응의 양적 관계를 이해하고 분석할 수 있는지 물어보는 문제이다. 제시문 및 문제에서 제시하는 정보를 바탕으로 실린더 안에 존재하는 기체의 종류를 판별한 후, 기체의 질량 조성비와 분자량을 이용하여 그 몰수비를 계산할 수 있어야 한다. 액체 에탄올의 증기 압력, 부분 압력의 법칙, 이상 기체 상태 방정식을 연계하여 연소 반응 전 실린더에 존재하는 전체 기체의 몰수를 구하고 기체의 몰수비를 바탕으로 각 기체의 몰수를 계산할 수 있어야 한다. 그 후, 에탄올의 연소 반응에 대한 화학 반응식을 완성하여 반응 전에 존재하였던 각 기체의 몰수가 연소 반응 후 어떻게 변화하는지 그 양적 관계를 알아내고, 연소 반응에 의한 반응 물질과 생성 물질의 몰수 변화가 전체 기체의 부피에 어떻게 영향을 주는지 이상 기체 상태 방정식을 이용하여 알아낼 수 있어야 한다. 특히, 액체 상태의 물이 에탄올의 연소 반응으로부터 생성된다는 것을 인지하고, 물과 에탄올의 증기 압력을 고려하여 전체 기체의 부피를 계산할 수 있어야 한다. 마지막으로, 실린더의 외부 압력이 감소하였을 때, 실린더 안에 존재하는 물질의 상변화가 일어날 수 있음을 인지하고, 이를 고려하여 실린더 안의 기체의 부피와 남아 있는 액체의 몰수를 계산할 수 있어야 한다.

**6. 채점 기준**

하위 문항	채점 기준	배점
4-1	<p>[채점요소] 산-염기 중화 반응에서 중화열이 발생함을 이해하고 중화 반응의 화학 반응식과 이온화 상수를 이용하여 중화 반응의 양적 관계를 알아낼 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거] 다음과 같이 4단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <p>1) 중화 반응의 양적 관계를 이해하여 약산의 화학식이 HA임을 보이고 중화 반응의 화학 반응식을 제대로 완성하면 <b>3점</b>.</p> <p>2) Y 에서의 수소 이온 농도가 약산 HA의 이온화 상수와 같음을 알고, HA의 이온화 상수를 맞게 구하면 <b>2점</b>.</p> <p>3) 1), 2)번을 바탕으로 X 에서의 수소 이온 농도를 제대로 구하면 <b>3점</b>.</p> <p>4) 1), 2)번을 바탕으로 Z 에서의 수소 이온 농도를 제대로 구하면 <b>2점</b>.</p> <p>[유의사항] 위의 1)번 항목에서 중화 반응의 화학 반응식을 완성할 때, 생성 물질</p>	10

	2A <sup>-</sup> +Ca <sup>2+</sup> 대신 CaA <sub>2</sub> 라고 써도 인정.	
4-2	<p>[채점요소] 공유 결합 물질의 전자 구조를 이해하고, 분자 사이의 양적 관계를 알 수 있는가? 또한, 액체와 기체 상태의 물질이 관여하는 화학 반응의 양적 관계를 액체의 증기 압력, 부분 압력의 법칙, 이상 기체 상태 방정식을 통합적으로 연계하여 알아낼 수 있는가?</p> <p>[예시답안] 7번 참조</p> <p>[채점준거] 다음과 같이 7단계로 나누어서 각 부분 점수를 준다.</p> <p>1) 기체 A, B, C의 종류를 제대로 판별하여 A가 산소, B가 이산화 탄소, C가 헬륨임을 보이면 <b>2점</b>.</p> <p>2) 기체 A, B, C의 조성비와 분자량으로부터 그 몰수비가 1.5 : 1 : 2 임을 구하면 <b>2점</b>.</p> <p>3) 기체 A, B, C의 몰수가 각각 0.3몰, 0.2몰, 0.4몰이라는 것을 구하면 <b>3점</b>.</p> <p>4) 에탄올 연소 반응의 화학 반응식을 완성하고 이로부터 연소 반응이 끝난 후의 A, B, C 각각의 기체 몰수가 0몰, 0.4몰, 0.4몰이라는 것을 구하면 <b>3점</b>.</p> <p>5) 에탄올의 증기 압력과 4)번에서 구한 기체의 몰수를 이용하여 연소 반응 후의 기체의 부피가 21.3... L임을 구하면 <b>4점</b>.</p> <p>6) 압력이 0.1기압으로 감소할 때 기체의 부피가 960 L이라는 것을 구하면 <b>4점</b>.</p> <p>7) 6)번에서 구한 기체의 부피와 에탄올의 증기 압력을 이용하여 남아 있는 액체의 몰수가 7몰이라는 것을 구하면 <b>2점</b>.</p>	20

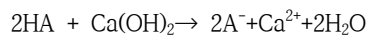
**7. 예시 답안**

**[문제 4-1]**

· 래프로부터 0.2 M H<sub>n</sub>A와 0.1 M Ca(OH)<sub>2</sub>가 1:1의 부피비로 중화 반응이 일어남을 알 수 있다. 중화 반응에서 수소 이온과 수산화 이온이 1:1로 반응하므로 다음 식이 성립한다.

$$n \times 0.2 \text{ M} \times V_1 \text{ L} = 2 \times 0.1 \text{ M} \times V_1 \text{ L} \quad \therefore n=1$$

따라서 이 중화 반응의 화학 반응식은 다음과 같이 쓸 수 있다.



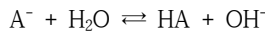
· Y에서 약산 HA 20 mL 중 10 mL 가 중화 반응을 하여 A<sup>-</sup>로 변하고, 10 mL는 HA의 형태로 남아 있게 된다. 즉, 혼합 용액에서 HA와 A<sup>-</sup>의 초기 농도는 [HA]<sub>0</sub> = [A<sup>-</sup>]<sub>0</sub> = 0.2M ×  $\frac{10\text{mL}}{30\text{mL}}$  =  $\frac{2}{30}$  M이 된다. 평형이 이동하여 HA의 농도가 x만큼 변화했다면, 평형 상태에서의 농도는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

	$\text{HA} + \text{H}_2\text{O} \rightleftharpoons \text{A}^- + \text{H}_3\text{O}^+$		
초기 농도(M)	$\frac{2}{30}$	$\frac{2}{30}$	0
이온화 농도(M)		+x	+x
평형 후 농도(M)	$(\frac{2}{30} - x)$	$(\frac{2}{30} + x)$	x

따라서  $K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]} = \frac{(\frac{2}{30}+x)x}{(\frac{2}{30}-x)}$  로 나타낼 수 있다. Y에서의 수소 이온 농도가  $1 \times 10^{-5}$

M로 주어졌기 때문에  $x = 1 \times 10^{-5}$ 이고,  $x$  값은 초기 농도에 비해 충분히 작기 때문에  $(\frac{2}{30}-x) \approx \frac{2}{30}$ ,  $(\frac{2}{30}+x) \approx \frac{2}{30}$ 로 근사할 수 있다. 이 값을 위의 이온화 상수 식에 대입하면, 약산 HA의 이온화 상수( $K_a$ )는  $1 \times 10^{-5}$ 로 구할 수 있다.

· X에서는 약산 HA 15 mL가 모두 중화 반응을 하여  $A^-$ 로 변한다. 혼합 용액에서  $A^-$ 만 존재한다고 볼 수 있기 때문에,  $[HA]_0 = 0, [A^-]_0 = 0.2M \times \frac{15mL}{30mL} = \frac{1}{10}M$ 로 생각할 수 있다.  $A^-$ 는 수 용액에서 아래의 화학 반응식과 같이 이온화할 수 있고, 그 이온화 상수  $K_b = \frac{K_w}{K_a} = \frac{1 \times 10^{-14}}{1 \times 10^{-5}} = 1 \times 10^{-9}$ 이다. 평형이 이동하여  $A^-$ 의 농도가  $x$ 만큼 변화한다면, 평형 상태에서의 농도는 다음과 같이 나타낼 수 있다

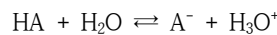


초기 농도(M)	$\frac{1}{10}$	0	0
이온화 농도(M)	-x	+x	+x
평형 후 농도(M)	$(\frac{1}{10}-x)$	x	x

약산 HA의  $x$  값은 작기 때문에  $K_b = \frac{[HA][OH^-]}{[A^-]} = \frac{x^2}{(\frac{1}{10}-x)} = \frac{x^2}{(\frac{1}{10})} = 1 \times 10^{-9}$ 로 나타낼 수

있다. 이 식을 풀면,  $x = [OH^-] = 1 \times 10^{-5} M$ 이고, X에서의 수소 이온 농도는  $[H_3O^+] = \frac{K_w}{[OH^-]} = \frac{1 \times 10^{-14}}{1 \times 10^{-5}} = 1 \times 10^{-9} M$ 이다.

· Z에서 HA의 5 mL가 중화 반응에 참여하여  $A^-$ 를 생성하고, 20 mL는 반응에 참여하지 않고 HA의 형태로 남아 있다. 즉, 혼합 용액에서의 HA의 초기 농도는  $[HA]_0 = 0.2M \times \frac{20mL}{30mL} = \frac{4}{30}M$ 이고,  $A^-$ 의 초기 농도는  $[A^-]_0 = 0.2M \times \frac{5mL}{30mL} = \frac{1}{30}M$ 이다. 평형이 이동하여 HA의 농도가  $x$ 만큼 변화한다면, 평형 상태에서의 농도는 다음과 같다.



초기 농도(M)	$\frac{4}{30}$	$\frac{1}{30}$	0
이온화 농도(M)	-x	+x	+x
평형 후 농도(M)	$(\frac{4}{30}-x)$	$(\frac{1}{30}+x)$	x

약산 HA의  $x$  값은 작기 때문에,  $K_a = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[HA]} = \frac{(\frac{1}{30}+x)x}{(\frac{4}{30}-x)} \approx \frac{1}{4}x = 1 \times 10^{-5}$ 라고 나타낼