자연계열 II
평가 목표 및 출제 의도

수학

[문제 1] 주어진 상황을 이해하고 이산확률변수의 기댓값을 계산하는 문제다. 상황의 규칙을 잘 이해하고, 상황에 맞는 이산확률변수의 값과 확률을 연결시키는 능력을 평가하고자 한다. 본 문제는 확률변수 및 이산확률변수의 기댓값에 대한 기본 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 중하 정도로 볼 수 있다.

[문제 2] 공간에 있는 점의 위치를 세 수의 순서쌍으로 나타내고, x축, y축, z축에 의해 이루어진 좌표공간을 도입하는 것은 공간도형과 벡터의 성질을 해석기하학적인 방법으로 이해하는 데 중요한 개념이다. 또한, 공간에서의 점과 직선, 점과 평면, 직선과 평면, 평면과 평면 사이의 위치 관계는 공간좌표와 벡터를 이해하기 위한 기본이 되는 개념이다.

[2-1] 수학적 통찰과 직관을 바탕으로, 점과 평면 사이의 위치관계를 잘 파악하고 있는지 평가하고자 하였다. 공간좌표에 주어진 평면 밖의 두 점이 평면의 한 쪽에 놓여 있을 때, 평면 위의 점과 두 점 사이의 거리의 합의 최솟값은 두 점 중 한 점의 평면에 대한 대칭점과 나머지 한 점 사이의 거리로 주어짐을 이용하여 문제를 해결한다. 많은 학생들이 교과서와 문제지를 통하여 유사한 문제 유형을 접해 보았을 것이므로 계산 실수만 없다면 무난하게 풀 것으로 예상된다.

[2-2] 평면과 평면, 점과 직선 사이의 위치관계를 잘 파악하고 있는지 평가하고자 하였다. 공간좌표에 주어진 두 점으로부터 같은 거리만큼 떨어진 점의 자취는 평면이 되므로, 공간좌표에 주어진 세 점으로부터 같은 거리만큼 떨어진 점의 자취는 두 평면의 교선으로 주어짐을 관찰할 수 있다. 두 평면의 교선을 매개변수를 이용하여 나타내면, 문제에서 주어진 또 다른 한 점과 이 교선 위의 점 사이의 최소거리를 이차함수의 성질을 이용하여 구함으로써 문제를 해결할 수 있다.

[문제 3] 합성함수와 역함수는 함수의 개념에서 가장 기본이 되는 것이다. 특히, 역함수의 이해는 기하적인 모양과 관련이 있으며 이를 실제로 상상할 수 있는 과학적 추상 능력과 직관을 판단하고자 한다. 구체적인 평가 요소로서 역함수의 접선의 방정식과 정적분에 대하여 물어보고자 한다.

[3-1] 두 함수의 합성함수로 정의된 함수의 역함수의 접선을 구하는 문제다. 표준적 문제이므로 많은 학생들이 어렵지 않게 해답을 구할 것으로 기대된다.

[3-2] 역함수의 정적분을 묻는 문제다. 역함수의 정의를 고려하여 역함수를 직접 구하지 않고 정적분 할 수 있는지 평가한다. 부분적분, 치환적분을 이용하여 원 함수의 적분을 할 수 있는지도 평가한다. 상 정도의 난이도를 가진 문제다.

생명과학

[문제 4] 형질의 유전은 생명체의 특징을 나타내는 매우 중요한 생명 현상이다. 멘델의 유전학과 유전자인 DNA의 발견은 유전 현상을 이해하는데 중요한 단서들을 제공하였다.

[문제 4-2]는 생물 I에 제시된 유전현상의 기본을 통합적으로 이해하고, 가계도에 주어진 정보들을 종합하여 가계도 내 각 사람들의 유전형과 표현형을 이해하는 것이 핵심 사항이다. 문제에 주어진 대로 가계도내의 유전 양상이 어떤 종류에 해당하는지 밝히고, 그 이유를 논리적으로 해석하는 능력을 측정한다. 또한 가계도에 제시된 질환이 〈표 1〉을 분석하여 신경세포의 어떤 문제에 의해 발생한 질환인지 추론하는 능력을 평가한다. 제시문 (나)를 활용하여 신경 세포의 시냅스 구조를 전체적으로 이해하고, 연구 결과인 〈표 1〉의 결과를 해석하여 주어진 치료제에 의해 다르게 반응하는 현상을 통합적으로 이해하고 논리적으로 서술할 수 있는지 평가하는 문제다.

물리

[문제 4]

빛의 성질에 대한 이해는 물리를 공부하는 데 필요한 근본 개념 중 하나이며, 굴절률이 서로 다른 매질을 빛이 통과할 때 굴절, 반사, 전반사 등의 현상이 발생한다. 본 논술에서는 학생들에 친숙한 광학 소자인 프리즘과 유리 구슬 등을 빛이 통과할 때 발생하는 광학 현상에 대한 이해력 및 응용력을 평가하는 문항을 출제하였다.

[문제 4-1]은 정삼각형 프리즘 내에서 전반사로 인해 빛이 일정 부분으로만 투과되는 현상에 대한 간단한 계산을 하는 문제로서 학생들은 프리즘 내부로 들어간 빛이 첫 번째 면에서 전반사 됨을 파악하고, 이로 인해 두 번째 면의 일부분으로만 빛이 나온다는 것을 수식적으로 설명해야 한다. 물리 현상에 대한 이해력과 응용력을 평가하는 문제다.

[문제 4-2]는 야간에 차선 경계선이나 중앙선을 구분하기 위한 용도로 전조등의 반사율을 높이기 위해 사용하는 유리 구슬이 빛을 반사하는 원리에 대해 묻는 문제다. 유리 구슬로 비스듬히 입사된 빛은 굴절 후 1회 반사되고 다시 굴절 후 빛이 입사된 방향과 나란한 방향으로 진행한다. 유리 구슬 내부에서 빛이 1회 반사되므로 입사각과 반사각이 동일한 빛의 성질을 이용하면 반사 지점과 구슬의 중심을 연결한 선분에 대해 빛이 대칭적인 경로를 갖게 됨을 알 수 있다. 원 내부의 간단한 기하 구조를 통해 입시각이 굴절각의 2배가 됨을 알 수 있으며, 빛이 입사된 지점의 높이를 굴절률과 구슬의 반지름을 이용하여 간단한 식으로 표현할 수 있다. 빛의 성질에 대한 이해력, 응용력 및 수리적 능력을 함께 평가하는 문제다.

화학

[문제 4] 본 논술고사에서는 고등학교 화학 I, II 교과과정에 대한 전반적인 이해도를 평가하기 위해 융합적인 문제를 다루며, 그 내용은 다음의 '고등학교 화학 성취 기준'을 만족한다.

화학 I. (1) 화학의 언어

- 원소 분석을 통하여 여러 가지 화합물의 조성을 확인하여 화학식과 분자의 구조를 밝혀내는 과정을 설명할 수 있다.
- 여러 가지 화학 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 원자량과 분자량 등을 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 알 수 있다.

화학 I. (3) 아름다운 분자 세계

- 탄소화합물의 다양성과 구조적 특징을 이해한다.

화학 I. (4) 닮은꼴 화학반응

- 산과 염기의 중화 반응을 이해한다.
- 암모니아, 아미노산, 핵산과 같은 산과 염기의 화학적 특성을 이해한다.

화학 II. (3) 화학 평형

- 농도, 압력, 온도가 변함에 따라 화학 평형이 이동함을 관찰하고 이를 설명할 수 있다.

[문제 4-1]은 제시문에서 제공하는 정보들을 정확하게 숙지하여 아미노산의 양쪽성을 이해하는지를 평가하는 문제로, 중성용액과 염기성 용액에서의 아미노산 구조를 제시할 수 있어야 한다. 염기성 용액에서의 변화를 잘 알려진 중화반응으로만 해석하지 않고, 제시문 (라)에 주어진 화학 반응식의 평형 이동 법칙과 연관시켜 설명할 수 있는지를 평가한다. 카복실기와 아미노기의 각 변화를 설명하기 위해 제시문 (나)에 주어진 산-염기 반응식을 이용하고, 수산화 이온(OH^-)이 첨가될 때 OH^- 농도가 증가하고, OH^- 와 H^+가 중화반응하여 H^+의 농도가 감소됨을 고려해야 한다.

[문제 4-2]는 화학 I 교과과정의 전반적인 이해도를 평가하는 문제다. '4단원 닮은꼴 화학 반응'에서 다루어지는 생체 분자를 소재로 하여 (과학 '정보 통신과 신소재' 단원에서도 다루고 있음), '1단원 화학의 언어'에서 다루는 분자량, 구조식, 실험식, 분자식, 양적 관계 등의 개념들에 관한 이해도를 평가하는 문제다. 화합물에서 구성 원소의 질량비를 이용하여 실험식, 분자식을 유도하고, 이를 이용하여 분자량과 몰 질량을 계산해야 한다. 또한, 제시문에 주어진 화학 반응식을 정확히 이해하여, 반응 물질과 생성 물질 사이의 양적 관계를 파악하고 반응물로 이용된 두 아미노산의 비율을 알아낸다. 즉, 화학 반응이 일어날 때 물질들 사이의 양적 관계를 다양하게 응용하는 능력을 평가한다.

자연계열 II
제시문 출전

[수학 문제 1]

제시문 : 확률과 통계 III-1-2 이산확률변수 ㈜좋은책신사고, 황선욱 외 10인, 2014; p.99~106)
확률과 통계 III-1-2 이산확률변수의 기댓값과 표준편차 ㈜금성출판사, 정상권 외 7인, 2014; p.126~133)
확률과 통계 III-1-01 확률변수와 확률분포 ㈜지학사, 신항균 외 11인, 2014; p.103~112)

[수학 문제 2]

제시문 (가) : 기하와 벡터, III 공간도형, 2 공간좌표 ㈜좋은책신사고, 황선욱 외 10인, p.129)
제시문 (나) : 기하와 벡터, III 공간도형, 2 공간좌표 ㈜좋은책신사고, 황선욱 외 10인, p.131)

[수학 문제 3]

제시문 (가)-(나) : 수학 II 합성함수, 역함수 ㈜비상교육, 김원경 외 12인, p.71~75)
제시문 (다) : 미적분학 II, 부분적분법 ㈜금성출판사, 정상권 외 7인, p.171~172)
제시문 (라) : 미적분학 II, 치환적분법 ㈜금성출판사, 정상권 외 7인, p.168~169)

[생명과학 문제 4]

제시문 (가) : 생명과학 I, 단원 3, 항상성과 건강 ㈜천재교육, 이준규 외, p.125~126)
생명과학 I, 단원 3, 항상성과 건강 ㈜교학사, 권혁빈 외, p.136~140)
생명과학 I, 단원 3, 항상성과 건강 ㈜비상교육, 심규철 외, p.141~146)
제시문 (나) : 생명과학 I, 단원 3, 항상성과 건강 ㈜비상교육, 심규철 외, p.147)
생명과학 I, 단원 3, 항상성과 건강 ㈜교학사, 권혁빈 외, p.140)
생명과학 I, 단원 3, 항상성과 건강 ㈜상상아카데미, 이길재 외, p.147)
생명과학 II, 단원 1, 세포와 물질대사 ㈜교학사, 권혁빈 외, p.45)
생명과학 II, 단원 1, 세포의 특성 ㈜비상교육, 심규철 외, p.48)
제시문 (다) : 생명과학 I, 단원 3, 세포와 생명의 연속성 ㈜천재교육, 이준규 외, p.65~66)
생명과학 I, 단원 3, 세포와 생명의 연속성 ㈜교학사, 권혁빈 외, p.68~78)
제시문 (라) : 생명과학 I, 단원 3, 세포와 생명의 연속성 ㈜교학사, 권혁빈 외, p.81~84)
생명과학 I, 단원 3, 세포와 생명의 연속성 ㈜천재교육, 이준규 외, p.76~83)

[물리 문제 4]

제시문 (가) : 물리 II, 단원 III 파동과 빛, 소단원 1 파동의 발생과 전달 ㈜천재교육, p.200)

제시문 (나) : 물리 II, 단원 III 파동과 빛, 소단원 1 파동의 발생과 전달 ㈜교학사, p.201)

제시문 (다) : 물리 I, 단원 III 정보와 통신, 소단원 2 정보의 전달과 저장 ㈜천재교육, p.202)

[화학 문제 4]

제시문 (가) : 화학 I, 단원 I, 화학의 언어 (㈜상상아카데미, p.33, 39~41; ㈜천재교육, p.27~28, 34; ㈜교학사, p.23~24, 35~37; ㈜비상교육, p.33~34)

제시문 (나) : 화학 I, 단원 III, 아름다운 분자 세계 (㈜비상교육, p.166; ㈜천재교육, p.165)

화학 I, 단원 IV, 닮은꼴 화학 반응 (㈜비상교육, p.223, 226; ㈜교학사, p.245~246; ㈜천재교육, p.235~236; ㈜상상아카데미 p.205~207)

제시문 (다) : 화학 I, 단원 IV, 닮은꼴 화학 반응 (㈜상상아카데미, p.207; ㈜천재교육, p.236)

과학 단원 '정보 통신과 신소재' (㈜천재교육, p.270; ㈜교학사, p.247; ㈜상상아카데미, p.237)

제시문 (라) : 화학 II, 단원 3, 화학평형 (㈜교학사, p.155~156; ㈜상상아카데미, p.137; ㈜천재교육, p.146; ㈜비상교육, p.140).

자연계열 II

예시 답안 / 채점 기준

수학

[문제 1]

예시 답안

- 편의상, $E_2 = \mathrm{E}(X_2)$, $E_3 = \mathrm{E}(X_3)$, $E_4 = \mathrm{E}(X_4)$로 표시하자.
- 구슬이 2개일 때는 저울의 사용 횟수의 기댓값 $E_2 = 1$이다.
- 구슬이 3개일 때는 임의로 선택한 구슬이 제일 가볍거나 제일 무거운 경우 $2 + E_2 = 2 + 1 = 3$번 저울을 사용할 것이며, 임의로 선택한 구슬이 중간 무게의 구슬이면 저울을 2번 사용하면 된다. 따라서, 저울을 사용하는 횟수의 기댓값은

  $$E_3 = \frac{1}{3} \times (2 + E_2) \times 2 + \frac{1}{3} \times 2 = \frac{8}{3}$$

- 구슬이 4개일 때는 임의로 선택한 구슬이 제일 가볍거나 제일 무거운 경우 저울 사용 횟수의 기댓값은 $(3 + E_3)$이고, 나머지 경우는 $(3 + E_2)$이다. 따라서, 저울을 사용하는 횟수의 기댓값은

  $$E_4 = \frac{1}{4} \times \left(3 + \frac{8}{3}\right) \times 2 + \frac{1}{4} \times (3 + 1) \times 2 = \frac{29}{6}$$

채점 기준

- $E_3 = \mathrm{E}(X_3)$를 정확하게 계산하면, **+8점**
  - 양팔저울을 3번 사용하는 경우를 이해하는가 : **2점**
  - 양팔저울을 2번 사용하는 경우를 이해하는가 : **2점**
  - 위의 두 가지 경우를 확률로써 연결시켜서 정답을 유도하는가 : **4점**
- $E_4 = \mathrm{E}(X_4)$를 정확하게 계산하면, **+12점**
  - 양팔저울을 $(3 + E_3)$번 사용하는 경우를 이해하는가 : **2점**
  - 양팔저울을 $(3 + E_2)$번 사용하는 경우를 이해하는가 : **2점**
  - 위의 두 가지 경우를 확률로써 연결시켜서 정답을 유도하는가 : **8점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

[문제 2-1] **예시 답안**

평면 $3x-4y+2z+56=0$을 π라 하고 $f(x,\ y,\ z)=3x-4y+2z+56$이라 하면, $f(2,\ 4,\ 6)>0$이고 $f(-9,1,2)>0$이므로 두 점 A, B는 평면 π의 같은 쪽에 있다. 따라서 평면 π에 대한 점 A의 대칭점을 $\mathrm{A}'(a,\ b,\ c)$라 할 때, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 $\overline{\mathrm{A'B}}$와 같다.

벡터 $\overline{\mathrm{AA'}}=(a-2,b-4,c-6)$은 평면 π의 법선벡터의 상수배이므로

$a=3k+2, b=-4k+4, c=2k+6$을 만족하는 상수 k가 있다. 두 점 A, A'의 중점

$\left(\frac{a+2}{2},\frac{b+4}{2},\frac{c+6}{2}\right)=\left(\frac{3k+4}{2},\frac{-4k+8}{2},\frac{2k+12}{2}\right)$가 평면 π 위의 점이므로 $\mathrm{A}'(-10,20,-2)$이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 $\overline{\mathrm{A'B}}=\sqrt{378}=3\sqrt{42}$이다.

별해

평면 $3x-4y+2z+56=0$에 대한 점 B의 대칭점 $\mathrm{B}'(-15,9,-2)$을 찾아서 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값을 구할 수도 있다.

채점 기준

- 두 점 A, B가 평면 $3x-4y+2z+56=0$의 같은 쪽에 있음을 보이면 **+3점**
- 평면 $3x-4y+2z+56=0$에 대한 점 A의 대칭점 $(-10,20,-2)$을 찾으면 **+4점**
  (B의 대칭점 $(-15,9,-2)$을 찾아도 **+4점**)
- $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{PB}}$의 최솟값 $\sqrt{378}=3\sqrt{42}$을 구하면 **+3점**

[문제 2-2] **예시 답안**

- 두 점 C, D의 중점은 점 M(3,1,2)이고 $\overrightarrow{\mathrm{MC}}=(2,-3,-1)$이므로, 두 점 C, D로부터 같은 거리만큼 떨어진 점의 자취는 평면 $2(x-3)-3(y-1)-(z-2)=0$ 즉, $2x-3y-z-1=0$이다. 비슷한 방법으로 두 점 C, E로부터 같은 거리만큼 떨어진 점의 자취는 평면 $3x-4y-z+4=0$임을 알 수 있다.
- $2x-3y-z-1=0$와 $3x-4y-z+4=0$에서 z를 소거하여 $y=x+5$임을 안다. y에 $x+5$을 대입하여 $2x-3y-z-1=0$으로부터 $z=-x-16$을 얻는다. 따라서 평면 $2x-3y-z-1=0$와 평면 $3x-4y-z+4=0$의 교선은 직선 $x=t, y=t+5, z=-t-16$이다. 점 $(t,t+5,-t-16)$과 점 $(2,-3,-13)$ 사이의 거리의 제곱은 $(t-2)^2+(t+8)^2+(-t-3)^2=3(t+3)^2+50$이므로 $t=-3$일 때 최솟값을 가진다. 따라서 구하는 점은 점 $(-3,2,-13)$이다.

별해 1

- 두 점 D, E로부터 같은 거리만큼 떨어진 점의 자취는 평면 $x-y+5=0$을 위와 같은 방법으로 알 수 있다.
- 평면 $2x-3y-z-1=0$ 또는 평면 $3x-4y-z+4=0$과의 교선을 찾아서 위와 같은 방법으로 점 $(-3,2,-13)$을 찾을 수 있다.

별해 2

- 세 점 C, D, E로부터 같은 거리만큼 떨어진 점의 좌표를 (x, y, z)라고 하자.
- 점 (x, y, z)가 두 점 C, D로부터 같은 거리만큼 떨어져 있으므로
  $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=(x-1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2$에서 $2x-3y-z-1=0$이 성립한다.
- 점 (x, y, z)가 두 점 C, E로부터 같은 거리만큼 떨어져 있으므로
  $(x-5)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=(x+1)^2+(y-6)^2+(z-3)^2$에서 $3x-4y-z+4=0$이 성립한다.
- $2x-3y-z-1=0$와 $3x-4y-z+4=0$에서 z를 소거하여 $y=x+5$임을 안다.
  y에 $x+5$를 대입하여 $2x-3y-z-1=0$으로부터 $z=-x-16$을 얻는다. 따라서 평면 $2x-3y-z-1=0$와 평면 $3x-4y-z+4=0$의 교선은 직선 $x=t, y=t+5, z=-t-16$이다. 점 $(t, t+5, -t-16)$과 점 $(2, -3, -13)$ 사이의 거리의 제곱은 $(t-2)^2+(t+8)^2+(-t-3)^2=3(t+3)^2+50$이므로 $t=-3$일 때 최솟값을 가진다. 따라서 구하는 점은 점 $(-3, 2, -13)$이다.

채점 기준

- 세 개의 평면 $2x-3y-z-1=0$; $3x-4y-z+4=0$; $x-y+5=0$ 중에서 두 개의 평면을 찾으면 **+10점**
  (각 평면 당 **+5점**씩 최대 **+10점**을 부여함)
- 점 $(-3, 2, -13)$을 찾으면 **+5점**

[문제 3-1]

예시 답안

- 합성함수는 $h(x)=e^{x+x^3+x^5+x^7+x^9}$이고 역함수의 정의와 $h(1)=e^5$을 고려하면 $h^{-1}(e^5)=1$이고 점 $(e^5, h^{-1}(e^5))$의 직선 $y=x$의 대칭점은 $(1, e^5)$이다.
- $h'(x)=(1+3x^2+5x^4+7x^6+9x^8)e^{x+x^3+x^5+x^7+x^9}$이므로 $h'(1)=25e^5$이다.
  곡선 $y=h^{-1}(x)$의 $x=e^5$에서의 접선의 기울기는 $h'(1)$의 역수이므로 접선의 방정식은 $y-1=\frac{1}{25e^5}(x-e^5)$이고 정리하면 $y=\frac{1}{25e^5}x+\frac{24}{25}$이다.

채점 기준

- $(e^5, h^{-1}(e^5))$의 직선 $y=x$의 대칭점은 $(1, e^5)$임을 알면 **+3점**
- $h'(1)=25e^5$을 계산하면 **+3점**
- h^{-1}의 $x=e^5$에서의 접선의 기울기가 $\frac{1}{25e^5}$이면 **+2점**
- 최종적으로 $y=\frac{1}{25e^5}x+\frac{24}{25}$을 구하면 **+2점**

[문제 3-2] 예시 답안

- 역함수의 정의를 고려하면 $\int_0^{2+\alpha} F^{-1}(x)dx = 2+\alpha-\int_0^1 F\ \ (x)dx$이다. 여기서 부분적분을 사용하면

  $\int_0^1 F(x)dx = [xF(x)]_0^1 - \int_0^1 xF'(x)dx = 2+\alpha-\int_0^1 \{2x + x\cos(\frac{\pi}{2}x^2)\}dx$이다.
- 또한 치환적분을 사용하면 $\int_0^1 \{2x + x\cos(\frac{\pi}{2}x^2)\}dx = 1+\frac{1}{\pi}$이다.
- 따라서 $\int_0^{2+\alpha} F^{-1}(x)dx = 2+\alpha-(2+\alpha)+1+\frac{1}{\pi} = 1+\frac{1}{\pi}$이다.

채점 기준

- 역함수의 정의를 고려하여 $\int_0^{2+\alpha} F^{-1}(x)dx = 2+\alpha-\int_0^1 F\ \ (x)dx$을 유도하면 **+5점**
- $\int_0^1 F(x)dx = [xF(x)]_0^1 - \int_0^1 xF'(x)dx = 2+\alpha-\int_0^1 \{2x + x\cos(\frac{\pi}{2}x^2)\}dx$을 얻으면 **+5점**
- $\int_0^1 \{2x + x\cos(\frac{\pi}{2}x^2)\}dx = 1+\frac{1}{\pi}$을 계산하면 **+5점**

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

별해

- $\int_0^{2+\alpha} F^{-1}(x)dx$에서 $F^{-1}(x) = y$로 치환하자. 주어진 정보로부터 $F^{-1}(0)=0$, $F^{-1}(2+\alpha)=1$을 유도할 수 있다.
- 또한 $x = F(y)$에서 $\frac{dx}{dy} = F'(y)$이므로 주어진 정적분은

  $\int_0^{2+\alpha} F^{-1}(x)dx = \int_0^1 yF'(y)dy$이 된다. $F'(y) = 2+\cos\left(\frac{\pi}{2}y^2\right)$이므로

  따라서 치환적분을 사용하면 $\int_0^1 yF'(y)dy = \int_0^1 \{2y + y\cos(\frac{\pi}{2}y^2)\}dy = 1+\frac{1}{\pi}$이다.
- 따라서 $\int_0^{2+\alpha} F^{-1}(x)dx = 1+\frac{1}{\pi}$이다.

별해 채점 기준

- $\int_0^{2+\alpha} F^{-1}(x)dx = \int_0^1 yF'(y)dy$을 유도하면 **+10점**

  (역함수 정의를 써서 적분 구간 변화에 5점, $\frac{dx}{dy} = F'(y)$에 5점)
- $\int_0^1 \{2y + y\cos(\frac{\pi}{2}y^2)\}dx = 1+\frac{1}{\pi}$을 계산하면 **+5점**

생명과학

[문제 4-1]

예시 답안

- 〈그림 1〉에서 역치 이상의 자극을 가한 후 측정 지점에서 막전위를 측정하여 활동 전위가 측정되기까지 걸린 시간을 〈그림 2〉의 그래프에 보여주고 있고, (B), (A), (D), (C) 순서로 활동 전위가 전달 되었음을 알 수 있다.
- (B) 뉴런은 말이집 뉴런으로 제시문 (가)에 의해 슈반세포로 싸여있는 말이집이 절연체 역할을 하여 활동 전위 전달을 촉진하여 가장 빠르게 활동 전위가 전달되었을 것이다. 이에 비해 슈반세포가 없는 민말이집 신경은 도약전도를 하지 않으므로 (B)에 비해서 늦은 (A)에 해당한다. 제시문 (나)에 의해 두 개의 뉴런으로 구성된 (C), (D)는 시냅스에서 신경 전달 물질을 분비하고 확산하는 과정에서 신호 전달이 지연되므로 (A)보다 늦게 활동 전위가 도달할 것이다. 또한 문제 조건과 제시문 (가), (나)에 의해 (D)는 (C)보다 빠르게 전달되므로, 말이집이 있으면서 시냅스가 하나 있는 뉴런이고, (C)는 가장 늦으므로 시냅스가 하나 있는 민말이집 뉴런이다.

채점 기준

- 〈그림 1〉의 신경세포의 구조와 배열을 이해하고, 〈그림 2〉에서 일치하는 그래프를 찾으면 각 **+1점(총 4점)**
- 〈그림 1〉의 (B)가 (A)에 비해 더 빠르게 전도된 이유를 말이집에 의한 현상으로 설명하면 **+2점**
- 〈그림 1〉의 (C)가 가장 늦게 전도된 이유를 말이집이 없고, 시냅스를 통과하면서 신경 전달 물질의 분비에 의해 늦어진다는 내용으로 설명하면 **+2점**
- 〈그림 1〉의 (D)가 (C)보다 빨리 전도된 이유를 시냅스가 있어서 (A), (B) 보다는 느리지만, 말이집이 있어서 더 빨리 전도되었다는 이유로 설명하면 **+2점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2] **예시 답안**

- 〈그림 3〉 가계도 분석 시, 질병 대립 유전자를 A로 나타내고 상염색체 열성 유전이라 가정하면, 1의 유전자형은 반드시 aa, 2의 가능성은 AA 혹은 Aa가 가능하고, 자손 4, 5, 6은 1이 열성 동형접합이므로 반드시 열성인자를 포함한 Aa이다. 따라서 4의 유전자형은 Aa이고, 문제에서 제시한 조건인 3의 유전자들은 모두 동형접합이므로 AA 혹은 aa가 가능하나 3이 환자가 아니므로 AA만 가능하다. 또한 3번 AA와 4번 Aa에서는 철수와 같은 환자 aa 유전자형이 나올 수 없으므로 상염색체 열성유전이 아니다.

- 〈그림 3〉 가계도 분석 시, Y 염색체에 의한 한성유전이라면 1이 환자이므로 그 자손들 중 남자인 5, 6은 반드시 환자이어야 하는데 정상이므로 한성유전 또한 아니다.

- 〈그림 3〉 가계도 분석 시, X 염색체에 의한 반성유전이라면, 환자 남자의 유전자형은 반드시 X'Y이고, 정상 남자는 반드시 XY이다. 가계도에 여자 환자는 없으나, 경우에 따라 정상 여자의 유전자형은 XX 혹은 X'X가 가능하다. 철수는 남자 환자이므로 반드시 X'Y이고, 6은 정상 남자로 반드시 XY이다. 6, 7의 자손에서 환자가 나왔고 7이 정상 여자이므로 유전자형은 반드시 X'X이어야 한다. 따라서 정상 여자 영희의 유전자형은 X'X 혹은 XX가 가능하다. 따라서, 철수(X'Y)와 영희(XX 혹은 X'X)의 유전자형과 같은 사람이 결혼하여 자손을 낳으면, 아들 환자 X'Y가 나올 확률은 1/4 이고, 딸 환자 X'X'이 나올 확률 또한 1/4이다.

- 연구진의 연구 결과 수용체 단백질 유전자와 신경 전달 물질 분비에 관련된 유전자에 이상이 있다고 밝혀 냈고, 치료제 투약 결과 철수만 신경 기능이 회복된 것으로 보아, 치료제가 작용하는 방법이 서로 다르다는 것을 알 수 있다. 〈표 1〉에 의하면 철수는 정상인 영희와 같은 수준으로 신경 전달 물질을 시냅스 전 세포로부터 분비를 하고 있으나, 환자인 것으로 미루어 수용체 단백질 유전자에 문제가 있다는 것을 알 수 있다. 반면, 광수는 시냅스 전 뉴런에 신경 전달 물질의 농도가 높아져 있는 것으로 보아 신경 전달 물질의 세포 외 분비에 문제가 있는 것을 알 수 있다. 따라서 제시문 (가)와 (나)를 고려했을 때, 의료진이 사용한 치료제는 신경 전달 물질의 분비에는 영향을 주지 않고, 시냅스 후 뉴런의 수용체 단백질의 기능을 정상화(수용체 단백질의 기능 활성, 수용체 단백질을 만들지 못하는 돌연변이였을 경우 수용체 단백질을 다시 만들도록 함 등)하여 철수의 신경 질환만 치료된 것으로 보인다.

채점 기준

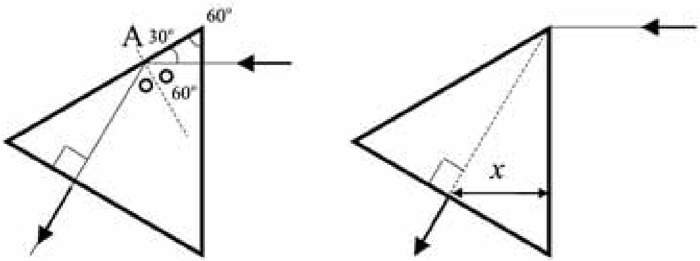
- 제시된 신경 질환이 상염색체 열성유전이 아닌 것을 논리적으로 제시하면 **+2점**
- 제시된 신경 질환이 성염색체 한성유전이 아니고 X 염색체에 의한 반성유전인 것을 논리적으로 제시하면 **+3점**
- 철수(X'Y)와 영희(XX 혹은 X'X)의 유전자형을 제시하고 이 유전자형의 사람이 결혼하여 자손을 낳으면, 아들 환자 X'Y가 나올 확률은 25%이고, 딸 환자 X'X'이 나올 확률 또한 25%를 모두 제시하면 **+3점**
- 동일한 신경 질환이 서로 다른 유전자 이상에 의해서 발생하고, 철수와 광수에게 서로 다른 방법으로 작용하고 있다는 설명이 있으면 **+2점**
- 철수의 신경세포는 신경 전달 물질 분비에 이상이 없고, 시냅스 후 뉴런의 수용체에 이상이 있다고 설명하면 **+3점**
- 광수의 신경세포는 〈표 1〉에서 시냅스 전 뉴런의 신경 전달 물질 농도가 높다는 결과를 분석하고 시냅스 전 뉴런의 세포 외 배출에 이상이 있어 발생한 신경 질환이라고 설명하면 **+4점**
- 따라서, 치료제가 작용하는 이유가 철수와 광수에서 다르다는 점을 제시하고, 이 치료제는 시냅스 후 뉴런의 세포막에 존재하는 수용체 단백질의 기능을 회복하여 신경 전달 물질로부터 전달된 신호를 잘 전달 시켜줄 것이라는 해석이 있으면 **+3점**

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함

물리

[문제 4-1] 예시 답안

- 빛이 정삼각형 프리즘의 면에 수직하게 입사되므로 입사면에서는 그대로 통과하고, 다음 좌측 그림과 같이 첫 면에서 반사된다.



- 프리즘의 내부에서 외부로 진행할 때 프리즘의 굴절률 $\sqrt{3}$을 적용하면 임계각은 $\sin\theta_c = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$이다.
- 좌측 그림의 A점에서 빛의 입사각이 60도이고, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$로서 $\sin\theta_c$보다 크므로 전반사가 일어나고 굴절되는 빛이 없다.
- 전반사된 빛은 프리즘의 다음 면에 수직으로 입사하므로 빛이 빠져 나오게 된다.
- 위의 우측 그림과 같이 초기 입사면의 맨 위를 통과한 빛이 도달하는 점은 측면의 중앙이므로 거리 x는 다음과 같다.

$$x = \frac{L}{2} \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} L$$

채점 기준

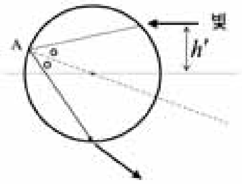
- 프리즘 내부 반사에서 빛의 입사각이 60도임을 설명하면 **+2점**
- 임계각을 통해 빛이 내부에서 전반사 되는 것을 바르게 설명하면 **+3점**
- 전반사 이후 다음 면에서 빛이 빠져 나옴을 설명하면 **+2점**
- 면의 중앙을 통과하는 빛의 경로를 통해 길이를 바르게 구하면 **+3점**

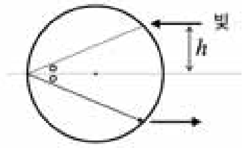
※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함

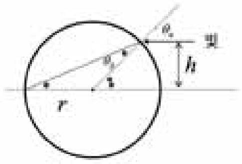
[문제 4-2] **예시 답안**

- 빛은 구슬의 표면에서 굴절된 후 뒷면에서 1회 반사되고 다시 굴절된 후 구슬을 빠져 나온다. 반사 시 입사각과 반사각이 같으므로 모든 빛의 경로는 아래 좌측 그림과 같이 반사점(A)과 구슬의 중심을 연결한 직선에 대해 대칭이다. 따라서 빛이 입사된 방향과 나란하게 되돌아 오는 경우 그 경로는 아래 우측 그림과 같이 반사 지점이 중심점의 바로 뒤에 있다.





- 아래 그림에서 빛이 구슬에 입사되는 각은 $\sin\theta_\alpha = \frac{h}{r}$이고, 굴절 법칙을 적용하면 굴절각은 $n_0 \sin\theta_\beta = \frac{h}{r}$을 만족한다. 그런데 이등변 삼각형 두 내각의 합이 외각과 같다는 것을 통해 $\theta_\alpha = 2\theta_\beta$가 된다.



- 입사각의 식에 적용하면 다음의 식을 얻는다.

$$\frac{h}{r} = \sin(2\theta_\beta) = 2\sin\theta_\beta\cos\theta_\beta = 2\sin\theta_\beta\sqrt{1-\sin^2\theta_\beta} = \frac{2h}{n_0 r}\sqrt{1-\left(\frac{h}{n_0 r}\right)^2}$$

- 위 식에서 $h=0$인 경우 식을 만족하므로 답이 될 수 있다.
- 위 식에서 $h \neq 0$인 경우 양 변에서 $\frac{h}{r}$을 소거한 후 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{n_0}{2} = \sqrt{1-\left(\frac{h}{n_0 r}\right)^2}$$

- 위 식의 양변을 제곱한 후 h를 구하면 다음과 같다.

$$\left(\frac{h}{n_0 r}\right)^2 = 1-\frac{n_0^2}{4}$$

$$\therefore\ h = n_0 r\sqrt{1-\frac{n_0^2}{4}} = \frac{n_0 r}{2}\sqrt{4-n_0^2}$$

채점 기준

- 빛이 나란하게 반사되기 위해 필요한 빛의 경로(굴절–반사–굴절)를 바르게 표현했으면 **+2점**
- 구슬 내부에서 1회 반사되는 경우 빛의 경로가 반사점과 구슬의 중심을 연결한 직선에 대해 대칭이기 때문에 반사점이 중심점의 바로 뒤임을 설명하면 **+3점**
- 입사각의 식 $\sin\theta_\alpha = \frac{h}{r}$을 바르게 쓰면 **+2점**
- 입사각이 굴절각의 두 배 임을 설명하면 **+3점**
- 2배각 공식 등을 적용하여 $h \neq 0$인 상황에서 h를 바르게 구하면 **+5점**
- $h = 0$도 답이 될 수 있음을 설명하면 **+5점**

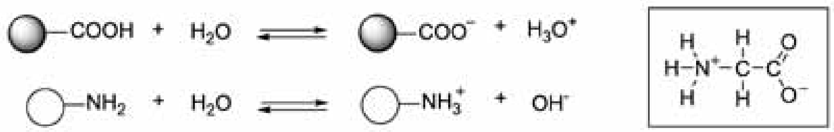
※ 계산 실수로 틀렸어도 논리 전개 과정이 맞으면 해당 부분에 1~2점의 부분 점수를 부여함

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1점 추가 점수 부여 가능함

화학

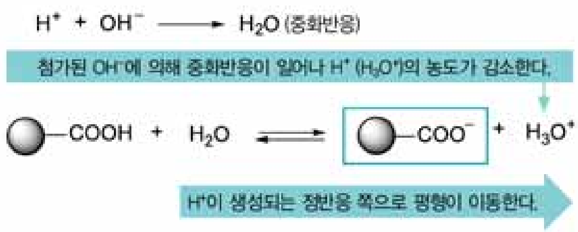
[문제 4-1] **예시 답안**

- 제시문 (나)에서 주어진 바와 같이 아미노산은 한 분자 내에 카복실기와 아미노기, 즉 산성 부분과 염기성 부분을 동시에 가지고 있는 화합물이다. 아미노산의 카복실기는 H^+를 내놓고, 아미노기는 H^+를 받아들이는 성질이 있기 때문에 수용액에서 카복실기가 내놓은 H^+을 아미노기가 받아들여서 아미노기는 +1의 전하를, 카복실기는 −1의 전하를 띠게 된다. 즉 다음과 같은 구조를 가진다.



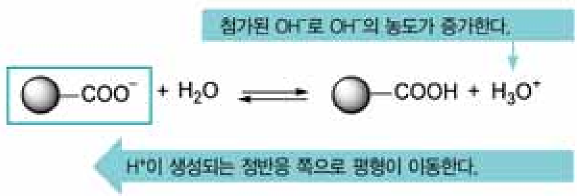
- 제시문 (나)에 주어진 바와 같이 카복실기와 아미노기의 산 - 염기 반응을 각각 살펴볼 수 있다.

− KOH 용액을 첨가하였을 때, 카복실기의 반응



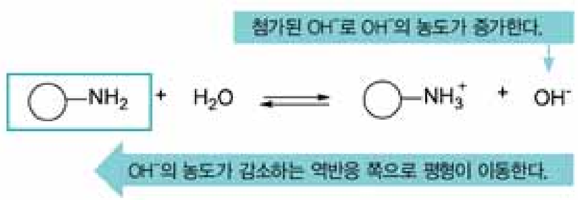
- OH^-이 첨가되면 H^+과 OH^- 사이에 중화반응이 일어나 H^+ 농도가 감소하므로, 평형 이동 법칙에 따라, H^+ 농도를 증가시키는 정반응 쪽으로 평형이 이동한다.

  혹은 다음과 같은 산-염기 반응을 사용하여 기술할 수도 있다.



- OH^-의 농도가 증가하므로, 평형 이동 법칙에 따라, OH^- 농도를 줄이기 위해 역반응 쪽으로 평형이 이동한다.

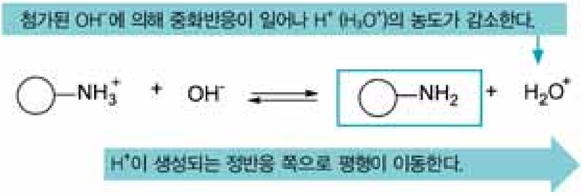
− KOH 용액을 첨가하였을 때, 아미노기의 반응



- OH^-의 농도가 증가하므로, 평형 이동 법칙에 따라, OH^- 농도를 줄이기 위해 역반응 쪽으로 평형이 이동한다.

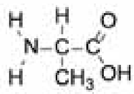
  혹은 다음과 같은 산–염기 반응을 사용하여 기술할 수도 있다.

$$H^+ + OH^- \longrightarrow H_2O \text{ (중화반응)}$$



- OH^-이 첨가되면 H^+과 OH^- 사이에 중화반응이 일어나 H^+ 농도가 감소하므로, 평형 이동 법칙에 따라, H^+ 농도를 증가시키는 정반응 쪽으로 평형이 이동한다.

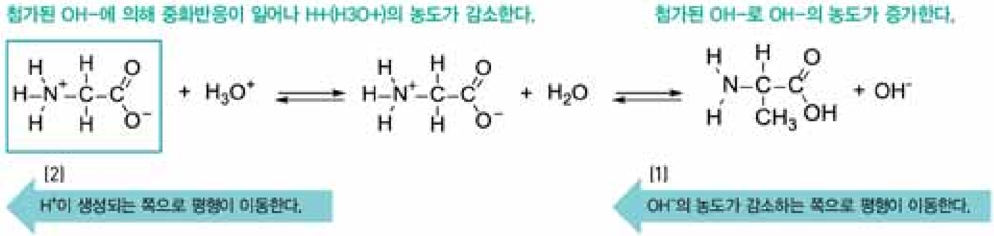
  따라서, KOH가 첨가된 염기성 수용액에서의 글라이신의 구조는 다음과 같다.



- 또 다른 풀이법으로 수용액에서의 글라이신의 산 – 염기 반응을 다음과 같이 기술할 수 있다.

  KOH 용액을 첨가하면 수산화이온(OH^-)의 농도가 증가하므로,

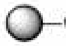
$$H^+ + OH^- \longrightarrow H_2O$$



(1) 카복실기와 관련된 오른쪽 산 – 염기 반응에서 평형 이동 법칙에 따라, OH^-의 농도를 줄이는 쪽으로 평형이 이동한다. 즉 글라이신의 카복실기는 음이온 형태로 존재하게 된다.

(2) 아미노기와 관련된 왼쪽 반응에서 수소이온(H^+)과 OH^- 사이에 중화반응이 일어나 H^+농도가 감소하므로, 평형 이동 법칙에 따라, H^+의 농도를 증가시키는 쪽으로 평형이 이동하여 $-NH_2$ 형태로 존재하게 된다.

채점 기준

- 중성 수용액에서의 구조를 정확히 제시하면 **+2점**
- 카복실기의 산–염기 반응식을 이용하여, H^+ 혹은 OH^-의 농도 변화를 제시하고, 평형 이동 법칙에 따라서 —COO^-형성 쪽으로 평형 이동이 우세함을 보이면 **+3점**
- 아미노기의 산–염기 반응식을 이용하여, H^+ 혹은 OH^-의 농도 변화를 제시하고, 평형 이동 법칙에 따라서 —NH_2형성 쪽으로 평형 이동이 우세함을 보이면 **+3점**
- 염기성 용액에서의 최종 글라이신의 구조를 정확히 제시하면 **+2점** (단순한 중화반응으로 설명하여 결과만 맞추면 이 점수만 받게 됨)

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함

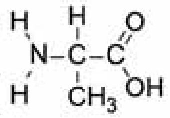
[문제 4-2]　예시 답안

- 아미노산 A의 원소 질량비가 C : H : N : O = 36 : 7 : 14 : 32이고, 탄소(C), 수소(H), 질소(N), 산소(O)의 원자량은 각각 12, 1, 14, 16이므로, 원소의 조성비는

$$\frac{36}{12} : \frac{7}{1} : \frac{14}{14} : \frac{32}{16} = 3 : 7 : 1 : 2 \text{ 이다.}$$

따라서, 실험식은 $C_3H_7NO_2$이고 실험식과 분자식이 같으므로 아미노산 A의 분자식은 $C_3H_7NO_2$이다.

- 분자식 $C_3H_7NO_2$과 제시문 (나)에 제시된 아미노산의 기본 구조를 고려할 때, 곁사슬 (–R)이 $-CH_3$임을 알 수 있고 따라서 아미노산 A의 구조는 다음과 같다.



- [문제4-1]에 제시된 글라이신의 구조를 바탕으로 분자식 $C_2H_5NO_2$을 유도할 수 있고, 분자량은 75이다.

$$(12 \times 2) + (1 \times 5) + (14 \times 1) + (16 \times 2) = 75$$

아미노산 A의 분자식은 $C_3H_7NO_2$이므로, 분자량은 89이다.

$$(12 \times 3) + (1 \times 7) + (14 \times 1) + (16 \times 2) = 89$$

- 몰 질량이 487g/mol이므로, 폴리펩타이드의 분자량은 487이다. 글라이신과 A 조합의 7개 아미노산으로 구성되었는데, 제시문 (다)에 근거하여 6번의 반응을 거쳐 형성되었음을 알 수 있다. 제시문과 주어진 화학 반응식에 의하면, 물 분자가 빠지면서 두 아미노산이 결합되므로, 6번의 반응을 통해 물 분자 6개가 나온다.

따라서, 7개 아미노산 분자량의 합에서 물분자 6개의 질량을 빼면 487이 나와야 한다. 이를 통해 다음과 같은 식을 만들 수 있다.

글라이신의 개수가 a일 때, A의 개수는 (7–a)

$75 \times a + 89 \times (7-a) - 18 \times 6 = 487$

$-14a = -28,\ a = 2$

즉, 폴리펩타이드는 글라이신 2개와 아미노산A 5개로 형성.

조성비는 글라이신 : 아미노산 A = 2 : 5이다.

채점 기준

- 아미노산 A의 분자식을 구하면 **+5점**
- 아미노산 A의 구조를 그리면 **+5점**
- 폴리펩타이드에서 글라이신과 아미노산 A의 비율을 구하기 위해 식을 바르게 제시하고 올바르게 계산하여 조성비 2:5를 맞게 구하면 **+10점** (글라이신과 아미노산 A의 분자량이 틀려도 식을 맞게 제시하면 점수 **+5점** 부여, 계산을 잘했으나 글라이신 : 아미노산 A = 2 : 5로 정리하지 않았으면 **–2점**)

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ±1.0점 추가 점수 부여 가능함