

자연계열 I

평가 목표 및 출제 의도

수학

[문제 1] 주어진 상황을 이해하고 사건에 대한 확률을 구하는 문제다. 관련 확률은, 이항분포의 확률질량함수와 확률의 곱셈정리를 활용하여 구할 수 있다. 실제 계산은 간단하며 주어진 상황을 이해하여 확률과 관련시키는 능력을 평가하고자 한다. 본 문제는 확률에 대한 기본 개념의 이해도를 평가하며 난이도는 중하 정도로 볼 수 있다.

[문제 2] [2-1] 상용로그는 복잡한 수의 계산을 쉽게 할 수 있도록 하여 실생활의 복잡한 상황을 수학적으로 해결할 수 있도록 해주며 자연과 사회의 여러 방면에서 실질적으로 활용되고 있는 개념이다. 상용로그를 이해하고 이를 활용할 수 있는지, 로그의 성질과 상용로그표를 이용할 수 있는지 평가하고자 하였다.

로그의 성질과 상용로그표의 상용로그값을 이용하여 1.01^{365} 의 정수부분을 알아낼 수 있다. 많은 학생들이 교과서와 문제지를 통하여 유사한 문제 유형을 접해 보았을 것이므로 계산 실수만 없다면 무난하게 풀 것으로 예상된다.

[2-2] 등비수열의 뜻과 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 구하는 내용은 수열의 내용을 이해하는 바탕을 제공하고 수열의 극한, 함수의 극한 등 미적분의 여러 내용과 관련된 문제를 해결하는 데에 기본이 되는 내용이다. 등비수열의 합을 구하는 수학적 사고 방법은 등차수열의 합을 구하는 방법과 다른 형식의 수학적 아이디어를 포함하고 있는데, 이는 학생들의 수학적 사고를 확장시켜 줄 수 있는 내용을 포함하고 있다. 제시문에 주어진 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합에 대한 정보를 수학 문제에 구체적으로 적용하여 문제를 해결할 수 있는 능력이 있는지 평가하고자 하였다.

문제의 조건을 만족하는 정사각형의 개수를 각각의 영역 $k \leq x \leq k+1$ (k 는 자연수)에 따라서 구한 다음 그들의 합으로 함수 $f(n)$ 을 표현한다. 제시문에 주어진 등비수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합에 대한 정보를 이용하여 $f(n)$ 의 간단한 표현을 찾고 이차함수의 최대, 최소에 대한 성질을 이용하여 문제를 해결한다.

[문제 3]

[3-1] 벡터는 도형을 연구하는 중요한 도구이고, 접선은 곡선을 이해하는 중요한 수학적 도구다. 벡터의 정의를 잘 이해하고 있는지 그리고 이를 실제로 상상할 수 있는 과학적 추상 능력과 직관을 배양했는지 판단하고자 한다. 또한, 접선을 다양하게 활용하는 능력을 평가한다. $\overline{OQ} = \frac{1}{|\overline{OP}|} \overline{OP}$ 로 정의된 Q의 자취가 원점과 점 P를 이은 직선이 단위 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나는 점의 집합임을 알아내야 한다. 그리고 이것이 원점에서 원 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ 에 그은 두 접선의 방정식을 구하는 문제로 귀착되는 것을 이해하고, 실제로 하나는 y축이고 나머지 하나는 $y = \frac{7}{24}x$ 임을 구할 수 있는지 평가한다. 요구하는 최솟값은 $y = \frac{7}{24}x$ 와 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ 의 교점에서 이루어진다는 것을 이해하고 계산할 수 있는지 측정하려고 한다. 많은 학생들이 어렵지 않게 해답을 구할 것으로 기대된다.

[3-2] 점과 곡선 사이의 거리를 이해하고 이것을 구체적 예를 통해서 계산할 수 있는가 평가한다. 또한 구한 거리함수를 정적분할 수 있는지 평가하려고 한다. 주어진 점을 중심으로 원을 그어 나가면 곡선과 처음으로 만나게 되는 순간의 거리가 점과 곡선 사이의 거리가 되고 이것을 이용하여 최단거리를 구할 수 있는지 평가한다. 이후 정적분에서는 적분 변수가 다르므로 치환적분을 이용하여 주어진 정적분 계산을 잘 수행할 수 있는지 측정한다. 중상 정도의 난이도를 가진 문제다.

생명과학

[문제 4]

[4-1] 생명 과학자들은 생명 현상을 이치에 맞게 설명할 수 있는 원리를 찾아내고, 그 원리를 우리 생활에 유익하게 이용할 수 있도록 노력한다. 이를 위하여 현상을 객관적으로 분석해야 하고, 분석된 결과를 검증하기 위하여 적절한 대조군 설정과 변인 통제를 통한 분석 결과의 사실성을 입증해야 한다. 이를 위하여 과학자들은 가설-연역적 연구 방법을 이용하여 생명과학 현상을 객관적으로 분석하고, 검증한다. [문제 4-1]은 제시문 (가)와 (나)를 읽고 실험 연구의 논리적 연구방법을 이해하고, (a) 결과에서 나타난 실험설계가 가설-연역적 분석 방법의 규칙을 정확히 따르며 진행된 연구인지에 대한 적정성을 논리적으로 평가하는 문제다. 또한, 약물 P와 Q를 세포에 처리하였을 때, 결과 (a)와 (b)를 통합적으로 분석하고, 이를 제시문에 근거하여 논리적으로 추론할 수 있는지를 평가하는 문제로서, 실험의 설계에서 결과 해석까지 연구 과정을 통합적으로 이해할 수 있는지 논리적 사고력을 측정하고자 하였다.

[4-2] 핵치환은 미수정 난자에 성숙한 상세포의 핵을 치환함으로써 우량 가축의 품종 보존과 줄기세포를 이용한 난치병 치료에 이용이 가능한 획기적인 생명공학 기술이다. 문제 [4-2]는 핵치환을 통해 복제된 가축의 성별과 유전자형이 무엇인지를 물어보는 것으로서 핵치환을 통하여 복제된 가축의 경우 핵을 제공해준 개체의 유전자형과 성별이 그대로 복제된다는 것을 제시문 (라)를 통하여 유추할 수 있어야 된다. 또한, 간단한 가계도 분석을 통하여 자녀에게 전달되는 유전질환이 상염색체 유전인지 성염색체 유전인지를 제시문 (디)를 통하여 예측하고, 이들의 생식세포를 통하여 생성되는 후손의 유전자형 및 성별을 멘델의 유전 법칙을 적용하여 예측할 수 있는지를 물어보는 것으로서, 유전 현상, 가계도 분석에 대한 기본 개념과 이들의 상호 관계를 종합적으로 추론하고 예측할 수 있는 사고력을 함께 측정하고자 하였다.

[문제 4]

물체의 등가속도 운동, 역학적 에너지의 보존 법칙, 그리고 두 물체의 완전 비탄성 충돌은 자연계에서 일어나는 역학적 운동 현상을 이해하고 설명하는 데 필요한 기본 개념으로서 고교 물리 교과 과정에서 중요하게 다루어지고 있다. 본 문항 평가에서는 지구 중력장에서 운동하는 물체의 예로부터 등가속도 운동을 이해하고, 역학적 에너지의 보존 법칙을 적용하여 물체의 운동을 예측하는 능력을 측정하는 문제를 출제하였다. 이 문제를 통하여 학생들은 공부한 물리 법칙으로 실제 물리 현상을 잘 설명할 수 있고, 완전 비탄성 충돌의 효과를 정량적으로 계산할 수 있다.

[문제 4-1]은 지구 중력장에서 등가속도 직선 운동을 하는 물체에 대해서 역학적 에너지의 보존 법칙을 적용하여 물체의 운동을 정량적으로 기술하는 문제다. 공기 저항이나 마찰은 없다고 가정했기 때문에, 공은 연직으로 자유 낙하 동안 등가속도 직선 운동을 하며 운동 에너지와 중력에 의한 위치 에너지의 합은 일정하다. 따라서, 자유 낙하하는 공의 운동은 등가속도 직선 운동으로 기술할 수 있고, 역학적 에너지의 보존 법칙을 적용할 수 있다. 따라서, 등가속도 직선 운동과 역학적 에너지의 보존 법칙을 알고 있으면, 지표면에 도달하기 전에 두 공이 충돌하기 위한 조건을 쉽게 구할 수 있는 난이도의 문제다.

[문제 4-2]에서 고려한 등가속도 직선 운동을 완전 비탄성 충돌의 경우로 확장하여, 충돌 전후에 역학적 에너지의 보존 법칙을 적용하고 충돌 직후 충격량을 계산하는 문제다. 서로 다른 초기 조건으로 운동하는 두 공에 대해서 등가속도 직선 운동을 적용하고, 완전 비탄성 충돌 후 두 공의 운동량 보존 법칙을 적용할 수 있다. 충돌 후 달라붙은 상태에서 운동하는 공에 대해서 등가속도 직선 운동을 적용하여 충돌 후의 공의 운동을 기술할 수 있다. 본 문항 평가에서는, [문제 4-1]에서 필요한 개념을 알고 완전 비탄성 충돌 후에 공의 운동에 적용할 수 있는지를 물어보는 중 정도의 난이도의 문제다.

[문제 4]

본 논술 고사에서는 고등학교 화학 I, II 교과과정에 대한 전반적인 이해도를 평가하기 위해 융합적인 문제를 다루며, 그 내용은 다음의 '고등학교 화학 성취 기준'을 만족한다.

화학 I. (1) 화학의 언어

- 원소 분석을 통하여 여러 가지 화합물의 조성을 확인하여 화학식과 분자의 구조를 밝혀내는 과정을 설명할 수 있다.
- 여러 가지 화학 반응을 화학 반응식으로 나타낼 수 있고, 원자량과 분자량 등을 이용해서 화학 반응에서의 양적 관계를 알 수 있다.

화학 I. (2) 개성 있는 원소

- 원자가 양성자, 중성자, 전자로 구성되어 있음을 알고, 지구에서 가장 흔하게 존재하는 H, C, N, O, Fe 등과 같은 원자의 공통점과 차이점을 설명할 수 있다.
- 원소의 기원, 핵 반응 및 방사성 동위원소의 특성을 이해한다.
- 주기율표에서 원자가 전자의 수, 원자 반지름, 이온화 에너지, 전기 음성도 등 원자의 성질이 주기적으로 변화됨을 설명할 수 있다.

화학 I. (3) 아름다운 분자 세계

- 비활성 기체의 전자 구조를 통해 옥텟 규칙을 이해하고, 옥텟 규칙으로 화학 결합을 설명할 수 있다.

화학 I. (4) 답은 곧 화학반응

- 질소와 수소의 반응에 의한 암모니아의 합성이 전자 이동에 의한 산화·환원 반응임을 이해한다.
- 이산화탄소, 물, 메탄, 암모니아에서 화학 결합을 하고 있는 원자들 사이의 전기 음성도 차이로부터 각 원소의 산화수를 설명할 수 있다.

화학 II. (1) 다양한 모습의 물질

- 온도에 따른 기체 분자 운동의 특성을 이해하고, 확산 속도와 분자량의 관계를 설명할 수 있다.

[문제 4-1]은 제시문에서 제공하는 정보들을 정확하게 숙지하여 원자의 이온화 에너지와 원소의 주기적 성질을 나타내는 원자가 전자 수와의 관계를 찾아내게 하여, 옥텟 규칙에 기반하여 안정한 이온을 추론하여야 한다. 이를 바탕으로 가능한 이온 결합 화합물의 조합을 찾아내고, 이들의 녹는점을 원자의 크기와 이온화 에너지의 관계를 이용하여 논리적으로 비교하여야 한다.

[문제 4-2]는 제시문에서 제공하는 정보들을 정확하게 숙지하여 화학반응식의 양적 관계를 바탕으로 반응식의 계수를 올바르게 구할 수 있어야 한다. 또한 반응식의 계수비와 몰과 질량의 관계를 이용하여 염소 가스의 질량을 올바르게 구할 수 있어야 한다. 산화수 규칙에 대한 이해를 바탕으로 반응식의 반응물과 생성물의 산화수를 올바르게 파악하고, 이를 바탕으로 산화제와 환원제를 알아낸다. 화학적 성질이 동일하나 물리적 성질의 차이를 가지는 동위원소의 특성을 이해와 기체 분자의 몰-부피, 몰-질량 관계를 이용하여 밀도와 분자량의 비례 관계를 파악할 수 있어야 한다. 이를 바탕으로 동위원소로 구성된 기체 분자들의 확산 속도비를 올바르게 파악할 수 있어야 한다.

자연계열 I 제시문 출전

[수학 문제 1]

제시문 : 확률과 통계 Ⅲ-1-3 이항분포 (주)좋은책신사고, 황선욱 외 10인, 2014; p.107~112)

확률과 통계 Ⅲ-1-3 이항분포 (주)금성출판사, 정상권 외 7인, 2014; p.134~139)

확률과 통계 Ⅲ-1-02 이항분포 (주)지학사, 신항균 외 11인, 2014; p.113~118)

[수학 문제 2]

제시문 (가) : 수학 Ⅱ, Ⅲ 수열, 1 등차수열과 등비수열 (주)비상교육, 김원경 외 12인, p.124)

제시문 (나) : 수학 Ⅱ, Ⅲ 수열, 1 등차수열과 등비수열 (주)비상교육, 김원경 외 12인, p.219)

[수학 문제 3]

제시문 (가) : 기하와 벡터, 벡터의 크기 (주)좋은책신사고, 황선욱 외 10인, p.52~53)

제시문 (나) : 기하와 벡터, 두 점 사이의 거리 (주)천재교육, 이준열 외 9인, p.170~171)

제시문 (다) : 수학 Ⅱ 역함수 (주)비상교육, 김원경 외 12인, p.74~75)

제시문 (라) : 미적분학 Ⅱ, 치환적분법 (주)금성출판사, 정상권 외 7인, p.168~169)

[생명과학 문제 4]

제시문 (가) : 생명과학 I, 1단원, 생명 과학의 탐구 방법 (주)상상아카데미, 이길재 외, p.27)

생명과학 I, 1단원, 생명 과학의 탐구 과정 (주)비상교육, 심규철 외, p.16)

제시문 (나) : 생명과학 I, 2단원, 세포 주기와 체세포 분열 (주)상상아카데미, 이길재 외, p.59)

생명과학 I, 2단원, 세포 분열 (주)비상교육, 심규철 외, p.59)

수능특강 생명과학 I, 9강 세포의 생명활동 (EBS 교재, p.93)

제시문 (다) : 생명과학 I, 2단원, 사람의 유전현상 (주)상상아카데미, 이길재 외, p.86)

생명과학 I, 2단원, 사람의 유전 형질 (주)교학사, 권혁빈 외, p.84)

제시문 (라) : 생명과학 Ⅱ, 2단원, 생명 공학 기술의 원리와 응용 (주)천재교육, 이준규 외, p.149)

생명과학 Ⅱ, 2단원, 유전자와 생명공학 (주)교학사, 권혁빈 외, p.180)

[물리 문제 4]

제시문 (가) : 고등학교 물리 I, 단원 1 시공간과 우주 (☞천재교육, p.31)

제시문 (나) : 고등학교 물리 I, 단원 1 시공간과 우주 (☞천재교육, p.43~44)

제시문 (다) : 고등학교 물리 II, 단원 1 운동과 에너지 (☞천재교육, p.39)

제시문 (라) : 고등학교 물리 II, 단원 1 운동과 에너지 (☞천재교육, p.38)

[화학 문제 4]

제시문(가) : 화학 I, 단원 2 개성 있는 원소 (☞상상아카데미, p.100); 단원 2 개성 있는 원소 (☞교학사, p.100)

제시문(나) : 화학 I, 단원 3 아름다운 분자 세계 (☞천재교육, p.133, 135, 140);

단원 3 아름다운 분자 세계 (교학사, p.148, 149, 152, 159)

제시문(다) : 화학 I, 단원 2 개성 있는 원소 (☞천재교육, p.66~67); 단원 1, 화학의 언어 (☞비상교육, p.40~45)

화학 II, 단원 1 다양한 모습의 물질 (☞교학사, p.32); 단원 1 물질의 상태 (☞비상교육, p.33)

제시문(라) : 화학 I, 단원 4, 달은꿀 화학반응 (☞천재교육, p.190~193); 단원 4, 달은꿀 화학반응 (☞천재교육, p.197~202).

자연계열 I

예시 답안 / 채점 기준

수학

[문제 1]

예시 답안

- 영희가 5회 구매하는 것은, 4회 구매까지는 사진 B 또는 C만을 가지게 되고 5회 구매에서 사진 A를 가지는 것이다. 따라서, 그 확률은 다음과 같다.

$$P(\text{영희 5회 구매}) = \left\{ \sum_{i=0}^4 C_i q^i r^{4-i} \right\} p = (q+r)^4 p = (1-p)^4 p$$

- 철수가 10회 구매하는 것은, 10회 구매에 사진 B 또는 C 중 한 가지를 처음으로 가지게 되는 경우다. 즉, 9회까지는 사진 B를 가졌지만 C가 없는 경우와 9회까지는 사진 C를 가졌지만 B가 없는 경우다. 따라서, 그 확률은 다음과 같다.
- $P(\text{철수 10회 구매}) = P(\text{10회째 드디어 사진 C}) + P(\text{10회째 드디어 사진 B})$

$$= \left\{ \sum_{i=0}^9 C_i p^i q^{9-i} \right\} r + \left\{ \sum_{i=0}^9 C_i p^i r^{9-i} \right\} q = ((p+q)^9 - p^9) r + ((p+r)^9 - p^9) q$$

채점 기준

- 영희가 5회 구매할 확률을 정확하게 계산하면, +7점
 - 4회 구매까지는 사진 B 또는 C만을 가지는 것을 이해하는가 : 4점
 - 5회 구매에서 사진 A를 처음으로 가지게 됨을 이해하는가 : 3점
- 철수가 10회 구매할 확률을 정확하게 계산하면, +13점
 - 10회 구매에서 드디어 사진 B(또는 C)를 가지는 경우를 정확하게 계산하면, 7점
 - 두 경우를 모두 정확하게 계산하면, 3점
 - 두 가지 경우의 관련 확률을 더하여, $P(\text{철수 10회 구매})$ 의 값을 정확하게 계산하면, 3점

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

[문제 2-1]

예시 답안

$a = 1.01^{365}$ 라 놓으면, 상용로그표에 의해서 $\log a = 365 \log 1.01 = 365 \times 0.0043 = 1.5695$ 이다.

상용로그표에 의하면, $\log 3.71 = 0.5694 < 0.5695 < 0.5705 = \log 3.72$ 이므로

$\log 37.1 = 1 + \log 3.71 = 1.5694 < 1.5695 < 1.5705 = 1 + \log 3.72 = \log 37.20$ 이다.

따라서 $37.1 < a < 37.20$ 이므로 $m = 370$ 이다.

채점 기준

- $\log 1.01^{365} = 1.5695$ 를 계산하면 +3점
- $\log 3.71 = 0.5694 < 0.5695 < 0.5705 = \log 3.72$ 를 제시하면 +2점
- m 을 찾으면 +5점

[문제 2-2]

예시 답안

$g(x) = 2 \cdot 2^x, h(x) = 3 \cdot 4^x$ 라 놓으면, $x \geq 0$ 에서 $g(x) \leq h(x)$ 임을 알 수 있다. 자연수 k 에 대하여

$g(k+1) = 2 \cdot 2^{k+1}, h(k) = 3 \cdot 4^k$ 이므로, 한 변의 길이가 1이고 네 꼭짓점이 모두 자연수 쌍의 좌표를 가지는

정사각형 중에서 영역 $\{(x, y) \mid k \leq x \leq k+1, g(x) \leq y \leq h(x)\}$ 에 포함되는 것의 개수는 $3 \cdot 4^k - 2 \cdot 2^{k+1}$ 이다.

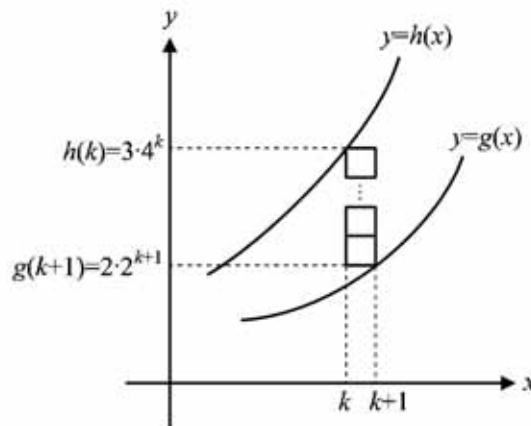
(아래의 그림 참조) 따라서

$$f(n) = \sum_{k=1}^{n-1} (3 \cdot 4^k - 2 \cdot 2^{k+1}) = \frac{12(4^{n-1} - 1)}{4 - 1} - \frac{8(2^{n-1} - 1)}{2 - 1}$$

$$= (2 \cdot 2^{n-1} - 2)^2 = (2^n - 2)^2 \geq 2016$$

이므로 $(2^n - 2)^2 \geq 2016 > 1936 = 44^2$ 이다. 즉, $2^n > 44 + 2 = 46$ 이다. $45^2 = 2025 > 2016$ 이므로

$(2^n - 2)^2 \geq 2016$ 을 만족하는 최소의 자연수 n 은 $n = 60$ 이다.



채점 기준

- $f(n) = \sum_{k=1}^{n-1} (3 \cdot 4^k - 2 \cdot 2^{k+1})$ 을 찾으면 +5점
- $f(n) = 4 \cdot 4^{n-1} - 8 \cdot 2^{n-1} + 4$ 또는 $f(n) = (2^n - 2)^2$ 을 계산하면 +5점
- 자연수 n 의 최솟값 $n = 6$ 을 찾으면 +5점

[문제 3-1]

예시 답안

$\overline{OQ} = \frac{1}{|\overline{OP}|} \overline{OP}$ 로 정의된 Q는 원점과 점 P를 이은 직선이 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나는 점이 된다. 따라서 원점에서 원 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ 에 그은 두 접선의 방정식을 구하면 된다. 하나는 y축이고 나머지 하나를 구하기 위해서 $y = kx$ 로 놓고 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ 에 대입하면 $(k^2+1)x^2 - (6+8k)x + 16 = 0$ 이고 중근을 가지기 위해서는 $k = \frac{7}{24}$ 이다. $7^2 + 24^2 = 25^2$ 이므로 직선 $y = \frac{7}{24}x$ 와 단위원이 $(\frac{24}{25}, \frac{7}{25})$ 에서 만나고 이때 $s - r$ 는 최솟값 $-\frac{17}{25}$ 을 갖는다.

채점 기준

- Q는 원점과 점 P를 이은 직선이 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나는 점임을 알면 +3점
- 접선 하나는 y축이고 나머지 하나는 $y = \frac{7}{24}x$ 이다. +4점 (y축 언급 안 해도 감점 없음)
- 교점 $(\frac{24}{25}, \frac{7}{25})$ 을 구하고 $s - r$ 의 최솟값 $-\frac{17}{25}$ 을 구하면 +3점

별해

$\overline{OQ} = \frac{1}{|\overline{OP}|} \overline{OP}$ 로 정의된 Q는 원점과 점 P를 이은 직선이 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나는 점이 된다. 따라서 원점에서 원 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 9$ 에 그은 두 접선이 단위원과 만나는 끝점을 구하면 된다. 하나는 (0, 1)이고 나머지 하나는 다음과 같이 구할 수 있다. 원점과 원의 중심 (3, 4)을 잇는 직선과 y축이 이루는 각을 α 라 하면 구하는 점의 좌표는 $\cos(\frac{\pi}{2} - 2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ 이고, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ 이므로 $(r, s) = (\frac{24}{25}, \frac{7}{25})$ 이다. 따라서 $s - r$ 는 최솟값 $-\frac{17}{25}$ 을 갖는다.

별해 채점 기준

- Q는 원점과 점 P를 이은 직선이 단위원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 만나는 점임을 알면 +3점
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 2\alpha\right) = 2\sin\alpha \cos\alpha$ 이고 $\sin\alpha = \frac{3}{5}$, $\cos\alpha = \frac{4}{5}$ 임을 구하면 +4점
- $\left(\frac{24}{25}, \frac{7}{25}\right)$ 을 구하고 $s-r$ 의 최솟값 $-\frac{17}{25}$ 을 구하면 +3점

[문제 3-2]

예시 답안

$y = e^x$ 위의 점 (s, e^s) 의 접선과 수직을 이루며 (s, e^s) 을 지나는 직선의 방정식은 $y - e^s = -e^{-s}(x - s)$ 이고

이것이 $(t, 0)$ 를 지나므로 대입하면 $t = s + e^{2s}$ 인 관계를 얻는다. 점 $(t, 0)$ 와 곡선 $y = e^x$ 의 거리의 제곱은

$L^2(t) = (t - s)^2 + (e^s)^2 = e^{4s} + e^{2s}$ 이다. $\frac{dt}{ds} = 1 + 2e^{2s}$ 을 이용하고 함수 $t = s + e^{2s}$ 가 일대일 대응임을 고려하면

$\int_1^{1+e^2} L^2(t) dt = \int_1^{1+e^2} (e^{4s} + e^{2s}) ds = \int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1 + 2e^{2s})\} ds$ 이 되고, 계산하면

$\int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1 + 2e^{2s})\} ds = \frac{1}{3}e^6 + \frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{2}e^2 - \frac{19}{12}$ 이다.

채점 기준

- 관계 $t = s + e^{2s}$ 을 유도하면 + 5점
- 함수 $t = s + e^{2s}$ 가 일대일 대응임을 보이고 $\frac{dt}{ds} = 1 + 2e^{2s}$ 을 계산하고
 $\int_1^{1+e^2} (e^{4s} + e^{2s}) dt = \int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1 + 2e^{2s})\} ds$ 을 보이면 +8점
 (일대일 대응에 대한 설명이 없으면 -2점)
- $\int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1 + 2e^{2s})\} ds = \frac{1}{3}e^6 + \frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{2}e^2 - \frac{19}{12}$ 을 계산하면 2점

별해 1

$y = e^x$ 위의 점 (s, e^s) 의 접선과 수직을 이루며 (s, e^s) 을 지나는 직선의 방정식은 $y - e^s = -e^{-s}(x - s)$ 이고

이것이 $(t, 0)$ 를 지나므로 대입하면 $t = s + e^{2s}$ 인 관계를 얻는다. t 를 s 의 함수로 보고 $t = f(s) = s + e^{2s}$ 라 하면

$f'(s) = 1 + 2e^{2s} \geq 1$ 이므로 역함수 $s = f^{-1}(t)$ 을 정의할 수 있다. 점 $(t, 0)$ 와 곡선 $y = e^x$ 의 거리의 제곱은

다음과 같다.

$$L^2(t) = (t - s)^2 + (e^s)^2 = e^{4s} + e^{2s} = e^{4f^{-1}(t)} + e^{2f^{-1}(t)}$$

치환 $f^{-1}(t) = s$ 을 이용하면 정적분이

$\int_1^{1+e^2} L^2(t) dt = \int_1^{1+e^2} (e^{4f^{-1}(t)} + e^{2f^{-1}(t)}) dt = \int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1 + 2e^{2s})\} ds$ 이 되고, 계산하면

$\int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1 + 2e^{2s})\} ds = \frac{1}{3}e^6 + \frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{2}e^2 - \frac{19}{12}$ 이 된다.

별해 1 채점 기준

- 관계 $t = s + e^{2s}$ 을 유도하면 +5점
- 역함수 $s = f^{-1}(t)$ 를 이용하여 $L^2(t) = e^{4s} + e^{2s} = e^{4f^{-1}(t)} + e^{2f^{-1}(t)}$ 임을 보이면 +4점
(역함수 존재에 대한 설명이 없으면 -2점)

$$\int_1^{1+e^2} (e^{4f^{-1}(t)} + e^{2f^{-1}(t)}) dt = \int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1+2e^{2s})\} ds \text{을 계산하면 +4점}$$

- $\int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1+2e^{2s})\} ds = \frac{1}{3}e^6 + \frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{2}e^2 - \frac{19}{12}$ 을 계산하면 +2점

별해 2

$y = e^x$ 위의 점 (s, e^s) 과 $(t, 0)$ 사이의 거리의 제곱은 $L^2(t) = (t-s)^2 + (e^s)^2$ 이고 s 에 대하여 미분하여
최솟값이 나오는 점을 구하면 $t = s + e^{2s}$ 인 관계를 얻는다. 점 $(t, 0)$ 와 곡선 $y = e^x$ 의 거리의 제곱은

$$L^2(t) = (t-s)^2 + (e^s)^2 = e^{4s} + e^{2s} \text{이다. } \frac{dt}{ds} = 1 + 2e^{2s} \text{을 이용하고 함수 } t = s + e^{2s} \text{가}$$

일대일 대응임을 고려하면 $\int_1^{1+e^2} L^2(t) dt = \int_1^{1+e^2} (e^{4s} + e^{2s}) dt = \int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1+2e^{2s})\} ds$ 이 되고

$$\text{계산하면 } \int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1+2e^{2s})\} ds = \frac{1}{3}e^6 + \frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{2}e^2 - \frac{19}{12} \text{이다.}$$

별해 2 채점 기준

- 관계 $t = s + e^{2s}$ 을 유도하면 + 5점
- 함수 $t = s + e^{2s}$ 가 일대일 대응임을 보이고 $\frac{dt}{ds} = 1 + 2e^{2s}$ 을 계산하고

$$\int_1^{1+e^2} (e^{4s} + e^{2s}) dt = \int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1+2e^{2s})\} ds \text{을 보이면 +8점}$$

(일대일 대응에 대한 설명이 없으면 -2점)

- $\int_0^1 \{(e^{4s} + e^{2s})(1+2e^{2s})\} ds = \frac{1}{3}e^6 + \frac{3}{4}e^4 + \frac{1}{2}e^2 - \frac{19}{12}$ 을 계산하면 2점

※ 각 단계에서 답이 틀려도 논리성을 고려하여 부분 점수 2~3점 부여 가능

[문제 4-1] 예시 답안

- 약물 P와 Q를 녹인 용매는 식염수가 아니라 C 물질이므로 대조군으로 식염수 대신에 용매 C를 사용해야 된다. 또한, 용매 C에 대한 대조군도 필요하므로 아무것도 처리하지 않은 대조군도 있어야 된다. 그러므로 제시문 (가)에 근거하여 대조군 실험이 잘못되었다.
- 실험 B의 결과를 통하여 약물 P를 처리한 세포는 식염수(대조군)에 비하여 DNA의 상대량이 1인 세포가 늘어났고, 약물 Q를 처리한 세포는 DNA 상대량이 2인 세포의 수가 늘어났다. 제시문 (나)에 의하면 S기를 지나면 DNA의 양은 2배가 되므로, 약물 P는 G₁기에서 S기로 넘어가는 부분의 활성을 저해하고, 약물 Q는 G₂기에서 M기로 넘어가는 시기나 M기에서 G₁기로 넘어가는 것을 저해한다.

채점 기준

- A 실험결과를 해석하고, 대조군 실험이 잘못되었다는 표현이 있으면 +2점
- 식염수 대신 용매 C를 대조군으로 사용해야 된다는 표현이 있으면 +3점
- 용매 C에 대한 아무것도 처리하지 않은 대조군이 있어야 된다는 표현이 있으면 +2점
- B 실험결과를 해석한 내용이 있으면 +1점
- 약물 P는 G₁ 또는 S기를 저해한다는 내용이 있으면 +1점
- 약물 Q는 G₂기를 저해한다는 내용이 있으면 +1점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2] 예시 답안

- 가족 5는 2번 가족의 체세포 핵을 1번 가족의 난자에 핵 치환을 해서 만들어졌으므로, 가족 5의 유전자형은 AA 또는 Aa의 상염색체와 XY 성염색체를 가지고 있다. (질병의 대립 유전자는 A라고 가정)
- 가족 6은 3번 가족의 체세포 핵을 1번 가족의 난자에 핵 치환을 하면 aa의 상염색체와 XY 성염색체를 가진 난자가 만들어진다. 두 가족 모두 A 유전질환은 없다.
- 4번 가족의 염색체는 (Aa, XX) 형이므로 가족 5의 유전자형이 AA일 경우 유전 질환을 가지고 있는 수컷이 태어날 확률은 0이고, 5번 가족의 유전자형이 Aa일 경우는 2/3이고, 유전질환을 가질 확률은 1/4, 수컷이 태어날 확률은 1/2이다. 따라서, 가족 5가 4번 가족과 교배하여 태어날 유전 질환을 가진 가족이 태어날 확률은 1/12이다.
- 가족 6(aa, XY)이 4번 가족(Aa, XX)와 교배해서 유전질환을 가질 확률은 1/2이고, 수컷이 태어날 확률은 1/2이다. 그러므로 가족 6이 4번 가족과 교배하여 유전 질환을 가진 가족이 태어날 확률은 1/4이다.

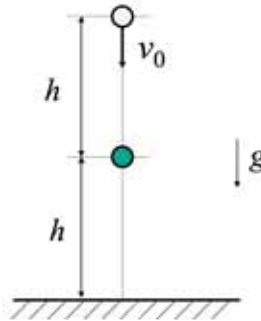
채점 기준

- '2 또는 3번 가축의 체세포 핵으로 치환해서 낳은 개체에서는 A 유전 질환은 없다'라는 표현이 있으면 +4점
- 가축 5, 또는 가축 6의 유전자형을 논리적으로 기술하면 +6점(각 3점씩)
- 가축 5가 수컷이라는 것을 인식하고, 4번과 교배했을 때 유전질환이 있는 개체가 태어날 확률을 유전자형을 이용하여 논리적으로 서술했으면 +5점
- 가축 6이 수컷이라는 것을 인식하고, 4번과 교배했을 때 유전질환이 있는 개체가 태어날 확률을 유전자형을 이용하여 논리적으로 서술했으면 +5점

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 0.5 점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-1] 예시 답안

- 아래 그림과 같이 지표면에서 $2h$ 높이에 있던 공(공 1)은 초기 속도가 v_0 인 등가속도 직선 운동을 하므로, 두 공이 충돌하는 시점 t 에서 공 1의 이동 거리는 $s_1 = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ 로 주어진다. (* 공의 이동거리)



- h 높이에 있던 공(공 2)은 초기 속도가 0인 등가속도 직선 운동을 하므로, 시간 t 에 공 2의 이동 거리는 $s_2 = \frac{1}{2} g t^2$ 로 주어진다. (* 공의 이동거리)
- 두 공이 충돌할 때 $s_1 = s_2 + h$ 이므로, 두 공이 충돌하는 시점은 $t = \frac{h}{v_0}$ 로 주어진다. (* 두 공이 충돌하는 시점)
- 충돌하기 전에 공 2의 이동거리는 $s_2 = \frac{1}{2} g t^2 < h$ 를 만족해야 하므로, 지표면에 도달하기 전에 두 공이 충돌하기 위한 조건은 $v_0 > \sqrt{\frac{1}{2} g h}$ 이다. (* 지표면에 도달하기 전에 충돌하기 위한 조건)

채점 기준

- 높이 $2h$ 에 있던 공의 이동 거리를 구할 때 등가속도 직선 운동이나 역학적 에너지의 보존 법칙을 적용하면 +2점
- 높이 h 에 있던 공의 이동 거리를 구할 때 등가속도 직선 운동이나 역학적 에너지의 보존 법칙을 적용하면 +2점
- 두 공이 충돌하는 시점을 제시하면 +1.5점
- 지표면에 도달하기 전에 충돌하기 위한 조건을 제시했으면 +1.5점
- 답이 맞으면 +3점

* 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음
 * 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음

[문제 4-2]

예시 답안

- 두 공이 시간 t 에 높이 x 인 지점에서 충돌할 때, 높이 h 에서 자유 낙하한 공(공 1)과 초기 속도 v 로 수직 방향으로 쏘아 올린 공(공 2)의 이동 거리는 각각 $h-x = \frac{1}{2}gt^2$, $x = vt - \frac{1}{2}gt^2$ 로 주어지므로, 두 공이 충돌하는 시간은 $t = \frac{h}{v}$ 로 주어진다.
(※ 두 공의 이동거리, 두 공이 충돌하는 조건)
- 공의 속도(지표면에서 위 방향을 양으로 택할 때)는 각각 $v_1 = -gt$, $v_2 = v - gt$ 이다. 따라서, 충돌하기 직전 두 공의 속도는 $v_1 = -\frac{gh}{v}$, $v_2 = v - \frac{gh}{v}$ 이다. 따라서, 두 공이 충돌하고 달라붙은 직후 속도를 v' 이라 할 때, 충돌 전후 운동량 보존으로부터 $mv_1 + mv_2 = 2mv'$ 을 얻으며, $v' = \frac{1}{2}v - \frac{gh}{v}$ 로 주어진다. (※ 충돌 전후 운동량의 보존 법칙)
- 두 공이 달라붙은 상태로 높이 h 인 지점까지 도달한 후 다시 낙하하므로, $v' = |v_1| = \frac{gh}{v}$ 를 얻는다.
이를 운동량 보존으로부터 얻은 식 $v' = \frac{1}{2}v - \frac{gh}{v}$ 과 연결하여 풀면, 공 2의 초기 속도는 $v = 2\sqrt{gh}$ 로 결정된다.
따라서, 두 공의 충돌할 때 시간은 $t = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{h}{g}}$ 이므로, 충돌 지점의 높이는 $x = vt - \frac{1}{2}gt^2$ 로부터 $x = \frac{7}{8}h$ 로 주어진다.
(※ 두 공이 달라붙은 상태로 높이 h 에 도달한 후 낙하할 조건)
- 공 1에 작용한 충격량은 $I_1 = mv' - (-mv_1) = 2mv'$ 이고, 공 2에 작용한 충격량은 $I_2 = mv' - mv_2 = -2mv'$ 이다.
따라서, $v' = \frac{1}{2}\sqrt{gh}$ 로부터, 두 충격량의 크기는 같고 $m\sqrt{gh}$ 로 주어진다. (※ 공에 작용한 충격량을 구할 때 구체적인 과정)

채점 기준

- 두 공의 이동거리를 제시하면 +2점
 - 두 공이 충돌하는 조건을 제시하면 +2점
 - 충돌 전후 운동량의 보존 법칙을 적용하면 +4점
 - 두 공이 달라붙은 상태로 높이 h 에 도달한 후 낙하할 조건을 제시하면 +3점
 - 충돌 지점 높이의 답이 맞으면 +3점
 - 공에 작용한 충격량을 구할 때 구체적인 과정을 제시하면 +3점
 - 두 충격량 크기의 답이 맞으면 각각 +2, +1점
- ※ 논리 전개 과정이 맞으면 답이 틀리더라도 1~2점의 부분 점수를 부여할 수 있음
 ※ 채점자는 답안의 완성도에 따라 -0.5~+0.5점을 부여할 수 있음

[문제 4-1] 예시 답안

- 이 문제는 원자의 이온화 에너지와 옥텟 규칙에 대한 이해를 바탕으로 이온 결합 화합물의 형성과 이온 결합 화합물의 성질에 대하여 이해하는지를 평가하는 문제다.
- 이온화 에너지의 경향을 분석하며 원자 A는 제1 이온화 에너지와 제2 이온화 에너지 간에 큰 차이를 보여 원자가 전자가 1개임을 알 수 있다. 또한 원자 B와 원자 C는 제7 이온화 에너지와 제8 이온화 에너지 간에 큰 차이를 보여 각각 원자가 전자가 7개임을 알 수 있다. 따라서 옥텟 규칙을 만족하는 안정한 이온을 형성하기 위해서, 원자 A는 1가의 양이온인 A^+ , 원자 B⁻와 C⁻는 1가의 음이온인 B^- , C^- 를 형성한다.
- 이온 결합 화합물은 양이온과 음이온으로 구성된 화합물로 두 종류의 이온을 사용시 양이온과 음이온을 각각 1개씩 사용해야 한다. 한 종류의 일가 양이온 A^+ 와 두 종류의 일가 음이온 B^- 와 C^- 를 사용하여 만들 수 있는 이성분계 이온 결합 화합물의 실험식은 전기적으로 중성을 만족하여 1:1의 비로 결합하는 AB 와 AC 이다.
- 동일한 원자가 전자 수를 가지는 B와 C는 이온화 에너지의 경향으로부터 B는 C보다 큰 이온화 에너지를 보여주어 핵과 전자의 거리가 B가 C보다 가까움을 알 수 있다. 따라서 B⁻는 C⁻보다 크기가 작다. 따라서 좀 더 이온 간의 거리가 가까운 AB 가 AC 에 비하여 높은 녹는점과 끓는점을 가진다.

채점 기준

- 이온화 에너지의 경향성을 표의 값에 근거하여 바르게 파악하여 원자가 전자를 올바르게 파악하고 3가지 이온의 종류를 모두 바르게 제시하면 +4점(각 원자의 원자가 전자를 표의 값에 근거하여 올바르게 파악하면 +2점(각 이온의 경우 +0.5점), 해당 이온을 올바르게 적으면 +2점(각 이온의 경우 +0.5점))
- 실험식의 개수를 올바르게 추론하고 이온의 전하비에 따라 해당하는 두 실험식을 올바르게 적으면 2점(각 실험식을 올바르게 적으면 +1점)
- 이온화 에너지의 경향으로부터 B와 C의 크기 차이를 올바르게 비교하고, 거리의 차이에 의한 정전기적 인력의 차이에 따른 결합력의 차이를 올바르게 기술한다. 이를 바탕으로 녹는점의 차이를 올바르게 비교하면 +4점(이온화 에너지의 경향에 따른 B와 C의 크기 차이를 올바르게 기술하면 +2.5점, 전하의 크기 차이가 아닌 A-B와 A-C 간의 거리의 차이에 따른 결합력의 증가를 올바르게 기술하면 +1점, 결합력의 증가에 따른 녹는점의 증가를 올바르게 기술하면 0.5점)

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 10점 이내에서 ±0.5점 추가 점수 부여 가능함

[문제 4-2]**예시 답안**

- 화학 반응 중 반응 물질의 원자 수 총합과 생성 물질의 원자 수 총합은 동일하다. 주어진 반응의 계수를 맞추기 위하여 반응에 참여하는 K, Mn, O, H, Cl에 대한 반응 전후의 계수비 관계식을 적으면 다음과 같다.

$$K : a = c$$

$$Mn : a = d$$

$$O : 4a = 8$$

$$H : b = 16$$

$$Cl : b = 2e + 2d + c$$

$$a = 2, b = 16, c = 2, d = 2, e = 5$$

- 6.32g의 과망가니즈산 칼륨(KMnO₄)이 모두 진한 염산(HCl)과 반응하였으므로, 염소 가스는 반응식에서 얻어진 과망가니즈산 칼륨과 염소 가스의 몰 수비인 KMnO₄ : Cl₂ = 2 : 5의 비로 발생한다. 염소 가스의 질량은 "과망가니즈산 칼륨의 몰 수 × 5/2 × 염소 가스의 분자량"이다. 6.32g / (39 + 55 + 16 × 4) × 5/2 × 71 = 7.1g
- 산화수 규칙에 따라 주어진 반응식의 산화수는 아래와 같이 변화한다. 반응 전 과망가니즈산 칼륨(KMnO₄)에서 망가니즈(Mn)의 산화수는 +7이고 염산(HCl)의 염소(Cl)의 산화수는 -1이나, 반응 후에 MnCl₂의 망가니즈의 산화수는 +2이고 Cl₂의 염소의 산화수는 0이다. 망가니즈의 산화수는 감소하여 환원되고, 염소의 산화수는 증가하여 산화된다. 따라서 자신이 환원되는 과망가니즈산 칼륨은 산화제이고 자신이 산화되는 염산은 환원제다.
- 작은 틈으로 새어 나오는 염소 가스(Cl₂)는 동위원소의 존재로 인하여 서로 다른 분자량을 가진다. 자연계에 존재하는 염소는 원자량 35 또는 37을 가질 수 있으며, 이원자 분자인 염소 가스는 분자량 70, 72, 74를 가질 수 있다. 이러한 염소 가스 분자의 확산 속도는 밀도의 제곱근의 역수에 비례한다. 기체는 동일 압력과 온도에서 동일한 부피에 같은 분자의 개수를 가지므로, 분자량은 밀도에 비례한다. 따라서 기체의 확산 속도는 분자량의 제곱근의 역수에 비례한다. 이를 이용하여 분자량 70, 72, 74인 염소 가스의 확산 속도를 각각 v_{70} , v_{72} , v_{74} 라고 하면 이의 확산 속도비는 다음과 같다.

$$v_{70} : v_{72} : v_{74} = \frac{1}{\sqrt{70}} : \frac{1}{\sqrt{72}} : \frac{1}{\sqrt{74}}$$

채점 기준

- 반응 전후의 원자들의 몰비 관계식을 올바르게 적으면 +6점(계수를 맞추면 각 +1점, 계수는 틀리나 각 원자들의 계수 관계식을 올바르게 적으면 각 +0.5점)
- KMnO_4 의 몰-질량관계와 산화·환원 반응의 몰수비 관계를 이용하여 발생하는 염소 가스의 몰수를 올바르게 구하고, 염소 가스의 몰수와 분자량을 이용하여 발생한 염소 가스의 질량을 올바르게 구하면 +4점(반응식의 계수를 이용하여 몰수비를 올바르게 구하면 +2점, 질량 몰수관계를 이용하여 염소 가스의 질량을 올바르게 구하면 +2점)
- 산화수 규칙을 이용하여 망간과 염소의 산화수를 올바르게 구하고, 이때 산화수의 변화를 바탕으로 산화제 및 환원제를 올바르게 기술하면 +4점(반응 전후 Mn과 염소의 산화수를 올바르게 기술하면 각 +0.5점, 산화수의 변화를 올바르게 기술하여 산화제 및 환원제를 올바르게 기술하면 각 +1점, (과망가니즈산 칼륨과 염산대신에 Mn, Cl로 기술하면 각 +0.5점))
- 서로 다른 동위원소를 가져 분자량이 다른 염소분자의 분자량을 올바르게 구하고, 질량-부피관계, 부피-몰수관계를 이용하여 기체의 확산속도가 분자량의 제곱근에 반비례함을 유도하여 염소 분자들의 확산 속도를 분자량의 제곱근의 역수로 올바르게 표현하면 +6점(분자량 70, 74의 염소 가스를 올바르게 적으면 각 +1.5점, 분자량 72의 염소가스를 올바르게 적으면 +1.5점, 질량-부피관계, 부피-몰수관계를 이용하여 기체의 확산속도가 분자량의 제곱근에 반비례함을 유도하면 +1.5점, 염소 분자들의 확산 속도를 분자량의 제곱근의 역수로 올바르게 표현하면 +1.5점)

※ 각 부분에서 바르게 답안을 작성한 경우에도 답안의 완성도에 따라 총점 20점 이내에서 ± 0.5 점 추가 점수 부여 가능함