학생 답안 첨삭 예시 문항 1

가톨릭대학교 THE CATHOLIC UNIVERSITY OF KOREA

2018학년도 수시 논술전형모의고사 (자연과학·공학계열, 간호자연)

[문항 1]

논제 1

각각의 수열이 수렴하는 경우에 한해서 성립. 이 경우 각각의 수열이 수렴한다는 보장은 없음

$\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(3a)^n}{(3a)^n+(5b)^n}\times 3a+\lim_{n\to\infty}\frac{(5b)^n}{(3a)^n+(5b)^n}\times 5b=3a$ 이 성립하려면

$\lim_{n\to\infty}\frac{(3a)^n}{(3a)^n+(5b)^n}=1$ 이고 $\lim_{n\to\infty}\frac{(5b)^n}{(3a)^n+(5b)^n}=0$ ···① 이거나 $3a=5b$ ···② 일 때이다

근거가 부족함.

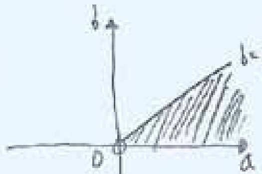
①의 상황에서는 $3a>5b$ 이어야 $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{3a}{3a}\right)^n=\lim_{n\to\infty}1^n=1$ (제시문 ㄱ에 의해) 이고

$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{5b}{3a}\right)^n=0$ ($0<\frac{5b}{3a}<1$ 이므로 제시문 ㄱ에 의해) 이므로 ①이 성립한다

15

② 에서 $3a=5b=k$ 라 하면 $\lim_{n\to\infty}\frac{3^{n+1}a^{n+1}+5^{n+1}b^{n+1}}{3^na^n+5^nb^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2\times k^{n+1}}{2\times k^n}=k=3a$ 이므로 $3a=5b$ 이다

따라서 ①과 ②에 의해 $3a\geq 5b$ → $b\leq\frac{3}{5}a$ 이므로 영역 A를 좌표평면에 나타내면



위그림과 같다. 이때 영역 A는 a축을 포함하지 않는다.
(a와 b는 양수이기 때문에)

①도 아니고 ②도 아닌 경우에 제시문 (ㄷ)의 조건을 왜 만족하지 않는지 명시적으로 논술하세요.

논제 2

$b-a^2$의 최댓값인 M을 구하려면 변하는 a에 의해 변화되는 b의 최댓값을 구해야한다.

이때 그 b의 최댓값은 $b=\frac{3}{5}a$ 직선 위에 있으므로 $b-a^2=\frac{3}{5}a-a^2$ 으로 표현가능하다.

$\frac{3}{5}a-a^2=-\left(a^2-\frac{3}{5}a+\frac{9}{100}\right)+\frac{9}{100}=-\left(a-\frac{3}{10}\right)^2+\frac{9}{100}$ 이므로 최댓값 $M=\frac{9}{100}$ 이다.

명확한 표현을 사용하여 논술하세요.

10

학생 답안 첨삭 예시 문항 2

가톨릭대학교

[문항 2]

논제 1. 먼저 $\overline{OP}=\overline{OQ}$ 임을 이용해 $Q(a(t),0)$의 좌표를 구할 수 있다

$P(t,\ t^3+t^2)$이므로 $\overline{OP}=\sqrt{t^2+t^6+2t^5+t^4}$

$= t\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}$ 이다.

$\overline{OP}=\overline{OQ}$ 이므로 $t\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}=a(t)$이다

이제 $b(t)$를 구하기 위해 직선 l의 방정식을 알아내야 한다.

점 P와 점 Q의 좌표를 알고 있으므로, 직선 l의 기울기부터 구하면

$$\frac{0-(t^3+t^2)}{a(t)-t}=\frac{-t^3-t^2}{t\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-t}=\frac{-t(t+1)}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}$$ 이다.

그러면 직선 l은

$$y=\frac{-t(t+1)}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}x+b(t)$$ 이고, $Q(a(t))$를 대입하면

$$0=\frac{-t^2(t+1)\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}+b(t)$$ 이므로

$$b(t)=\frac{t^2(t+1)\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}$$ 이다. (*)

$\boxed{15}$

논제 2. 우극한 $\lim_{t\to 0+} b(t)$에서 t에 0을 대입해보면 $\frac{0}{0}$의 부정형이 나온다.

(다만 모두 양의 방향에서 0으로 수렴하긴 한다.)

$\boxed{2}$

하지만, 분자의 차수가 분모보다 높고, 이 식을 분리해보면

$$\lim_{t\to 0+} b(t)=\lim_{t\to 0+} t^2(t+1)\frac{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}$$ 이다.

이때, $\frac{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1}$ 에서 분자와 분모의 차수가 같으므로 극한값은 1에 수렴하겠지만

앞의 $t^2(t+1)$이 0으로 수렴하므로

극한의 값은 0 이다.

잘못된 $b(t)$의 식 (*)에 제곱근($\sqrt{\ }$)의 유리화 [illegible] 적용으로

$$b(t)=\frac{t^2(t+1)\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}\left(\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}+1\right)}{\left(\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}-1\right)\left(\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}+1\right)}$$

$$=\frac{t^4+2t^3+t^2+1+\sqrt{t^4+2t^3+t^2+1}}{t+1}$$

따라서 $b(t)$의 우극한은

$$\lim_{t\to 0+} b(t)=\frac{1+1}{1}=2$$

학생 답안 첨삭 예시 문항 3

가톨릭대학교 2018학년도 수시 논술전형모의고사 (자연과학·공학계열, 간호자연)

[문항 3]

38

논제1

실험자 수를 1000명이라고 가정하면

실제로 질병 D에 걸린 사람은 100명이고 (전제의 10%)

D에 걸린 사람 중 D에 걸렸다고 진단받은 사람은 90명이며 ($q=0.9$)

질병 D에 걸리지 않은 사람 중 걸렸다고 진단 받은 사람은 18명이다. (오진할 확률 = 0.02)

이것을 바탕으로 다음 표를 채우면

	D에 걸린 사람	D에 걸리지 않은 사람	
D에 걸렸다고 진단받은 사람	90	18	108
D에 걸리지 않았다고 진단 받은 사람	10	882	892
	100	900	1000

따라서 $p=\dfrac{\frac{90}{1000}}{\frac{108}{1000}}=\dfrac{90}{108}=\dfrac{5}{6}$ ✓

논제2

논제1에서와 마찬가지로 전제 실험자 수를 1000명이라고 가정한 후 표를 채우면

	D에 걸린 사람	D에 걸리지 않은 사람	
D에 걸렸다고 진단받은 사람	$100q$	18	$100q+18$
D에 걸리지 않았다고 진단 받은 사람	$100(1-q)$	882	$982-100q$
	100	900	1000

$p=\dfrac{100q}{100q+18}\geq 0.84$

$100q \geq 84q+18\times 0.84$

$16q \geq 18\times 0.84$

$q \geq 0.925$

계산!!

0.945 −2