

2018학년도 가톨릭대학교 모의논술전형

-자연 · 공학계열 및 간호(자연)-

문항
1

제시문 (ㄱ)~(ㄴ)을 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하십시오. (30점)

(ㄱ) 등비수열 $\{r^n\}$ 의 수렴, 발산은 다음과 같다.

- ① $r > 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \infty$
- ② $r = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 1$
- ③ $-1 < r < 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0$
- ④ $r \leq -1$ 일 때, 수열 $\{r^n\}$ 은 진동하면서 발산한다.

(ㄴ) [수열의 극한에 대한 기본 성질] 수렴하는 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \beta$ (α, β 는 실수)일 때

- ① $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n + \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \alpha + \beta$
- ② $\lim_{n \rightarrow \infty} k a_n = k \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = k \alpha$ (단, k 는 상수)
- ③ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \alpha \beta$
- ④ $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{\lim_{n \rightarrow \infty} a_n}{\lim_{n \rightarrow \infty} b_n} = \frac{\alpha}{\beta}$ (단, $b_n \neq 0, \beta \neq 0$)

(ㄷ) 두 양수 a, b 에 대하여 다음을 만족하는 점 (a, b) 로 이루어진 영역을 A 라고 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} a^{n+1} + 5^{n+1} b^{n+1}}{3^n a^n + 5^n b^n} = 3a$$

(ㄹ) 제시문 (ㄷ)의 영역 A 에 속하는 점 (a, b) 에 대하여 $b - a^2$ 의 최댓값을 M 이라고 하자.

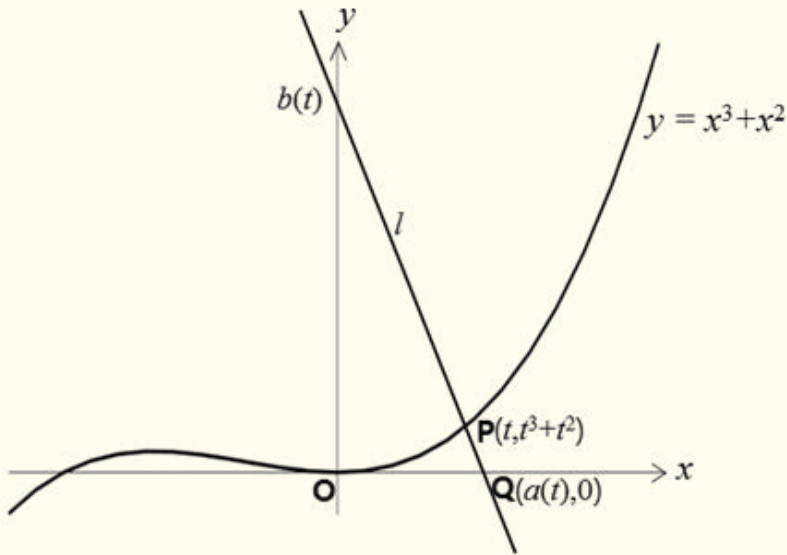
문제 1. (20점) 제시문 (ㄷ)의 영역 A 를 좌표평면 위에 나타내고 그 근거를 논술하십시오.

문제 2. (10점) 제시문 (ㄹ)에서 정의된 M 의 값을 구하고 그 근거를 논술하십시오.

**문항
2**

제시문 (ㄱ)~(ㄴ)을 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하시오. (30점)

(ㄱ) 아래 그림은 삼차함수 $y = x^3 + x^2$ 의 그래프이다. 원점 $O(0, 0)$ 와 이 그래프 위의 점 $P(t, t^3 + t^2)$ 사이의 거리를 $a(t)$ 라고 하자. (단, $t > 0$)



(ㄴ) 제시문 (ㄱ)의 점 $P(t, t^3 + t^2)$ 와 $a(t)$ 에 대하여 점 P와 점 $Q(a(t), 0)$ 를 지나는 직선 l 의 y 절편을 $b(t)$ 라고 하자. 이 때 $\overline{OP} = \overline{OQ}$ 이다.

문제 1. (15점) 제시문 (ㄴ)의 함수 $b(t)$ 를 구하고 그 근거를 논술하시오.

문제 2. (15점) 제시문 (ㄴ)의 $b(t)$ 에 대하여 우극한 $\lim_{t \rightarrow 0^+} b(t)$ 를 구하고 그 근거를 논술하시오.

문항 3

제시문 (ㄱ)~(ㄴ)을 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하십시오. (40점)

(ㄱ) [확률의 덧셈정리] 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

이 성립한다. 특히 두 사건 A, B 가 서로 배반사건이면 다음이 성립한다.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(ㄴ) [조건부확률] 사건 A 가 일어났을 때의 사건 B 의 조건부확률 $P(B|A)$ 는 다음과 같다. (단, $P(A) > 0$)

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

(ㄷ) [확률의 곱셈정리] 두 사건 A, B 에 대하여 다음이 성립한다. (단, $P(A) > 0, P(B) > 0$)

$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = P(B)P(A|B)$$

(ㄹ) 특정 질병 D 에 걸렸는지 진단하는 초음파 검사가 있다. 이 검사 방법으로 진단할 때, D 에 걸린 사람을 D 에 걸렸다고 정확하게 진단할 확률은 q 이고, D 에 걸리지 않은 사람을 D 에 걸렸다고 오진할 확률은 0.02라고 한다. D 에 걸린 사람의 비율이 10%인 어느 실험 집단에서 임의로 한 명을 택하여 이 초음파 검사를 한 결과 D 에 걸렸다고 진단했을 때 실제로 D 에 걸렸을 확률을 p 라고 하자.

문제 1. (20점) 제시문 (ㄹ)에서 q 가 0.9일 때 p 를 구하고 그 근거를 논술하십시오.

문제 2. (20점) 제시문 (ㄹ)에서 p 가 0.84 이상이기 위한 q 의 범위를 구하고 그 근거를 논술하십시오.