문항 2

제시문 (ㄱ)~(ㄹ)을 읽고 문제(논제 1, 논제 2)에 답하시오. (30점)

(ㄱ)

[연속확률변수와 확률밀도함수] 키, 길이, 무게, 온도 등과 같이 어떤 구간에 속하는 모든 실수의 값을 가지는 확률변수를 연속확률변수라 한다. 일반적으로 $\alpha \le x \le \beta$의 모든 실수의 값을 가지는 연속확률변수 X에 대하여 다음 성질을 만족하는 함수 $f(x)$가 존재한다.

1. $f(x) \ge 0$
2. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=\alpha$, $x=\beta$로 둘러싸인 도형의 넓이는 1이다.
3. 확률 $\mathrm{P}(a \le X \le b)$는 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축 및 두 직선 $x=a$, $x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이다. (단, $\alpha \le a \le b \le \beta$)

이 때 함수 $f(x)$를 연속확률변수 X의 확률밀도함수라 하며, X는 확률밀도함수가 $f(x)$인 확률분포를 따른다고 한다.

(ㄴ)

연속확률변수 X의 확률밀도함수가

$$f(x)=kx^3 \quad (1 \le x \le 2)$$

이고, $Y=X^2$이라고 하자.

(ㄷ)

연속함수 $g(y)$는 제시문 (ㄴ)의 연속확률변수 Y와 $1 \le a \le b \le 4$인 임의의 실수 a, b에 대하여 다음을 만족한다.

$$\mathrm{P}(a \le Y \le b)=\int_a^b g(y)dy$$

(ㄹ)

[적분과 미분의 관계] 함수 $f(t)$가 구간 $[a, b]$에서 연속일 때 다음이 성립한다.

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt=f(x) \quad (\text{단, } a<x<b)$$

[논제 1] (15점) 제시문 (ㄴ)의 상수 k의 값과 제시문 (ㄴ)의 연속확률변수 Y에 대하여 확률 $\mathrm{P}(1 \le Y \le 2)$를 각각 구하고 그 근거를 논술하시오.

[논제 2] (15점) 제시문 (ㄷ)의 연속함수 $g(y)$에 대하여 $g(3)$의 값을 구하고 그 근거를 논술하시오.