

2. 생활과학부, 미디어기술콘텐츠학과 논술전형 문제

※ 문항 1, 문항 2는 생략함(인문·사회계열 논술전형 문제와 동일)

문항
3

제시문 (ㄱ)~(ㄹ)을 읽고 문제(문제 1, 문제 2)에 답하십시오. (40점)

_____ ㄱ _____
 $a > 0, b > 0$ 에 대하여 곡선 $y = ax^2$ 과 직선 $y = bx$ 는 원점과 점 $P(x_1, y_1)$ 에서 만난다. (단, $0 < x_1 < 1$)

_____ ㄴ _____
제시문 (ㄱ)의 곡선 $y = ax^2$ 과 x 축, 직선 $x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 A 라고 하자.

_____ ㄷ _____
제시문 (ㄱ)의 곡선 $y = ax^2$ 과 직선 $y = bx$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 B 라고 하자.

_____ ㄹ _____
제시문 (ㄱ)의 곡선 $y = ax^2$, 직선 $y = bx$, 점 $P(x_1, y_1)$ 에 대하여 다음 세 조건을 만족하는 좌표평면 위의 점 (x, y) 로 이루어진 도형의 넓이를 C 라고 하자.

$$\text{i) } x_1 \leq x \leq 1 \quad \text{ii) } y \geq bx \quad \text{iii) } y \leq ax^2$$

[문제 1] (30점) 제시문 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)의 A, B, C 에 대하여 $|B - C| = \frac{A}{2}$ 일 때, a 와 b 의 관계식을 구하고 그 과정을 논술하십시오.

[문제 2] (10점) 제시문 (ㄴ), (ㄷ), (ㄹ)의 A, B, C 에 대하여 $|B - C| = \frac{A}{2}$ 이고 $C = \frac{7}{9}$ 일 때, 제시문 (ㄱ)의 점 P 의 좌표를 구하고 그 과정을 논술하십시오.

문항 3의 출제의도 및 평가기준

01

출제의도

- 가) 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있는지 확인한다.
 나) 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있는지 확인한다.

02

평가기준

[문제 1] 30점

$A = \int_0^1 ax^2 dx = \left[\frac{a}{3} x^3 \right]_0^1 = \frac{a}{3}$	2점
<p>$ax^2 = bx$에서 $x(ax - b) = 0$이므로 $x_1 = \frac{b}{a}$가 된다.</p> $B = \int_0^{b/a} (bx - ax^2) dx$ $= \left[\frac{b}{2} x^2 - \frac{a}{3} x^3 \right]_0^{b/a} = \frac{b^3}{2a^2} - \frac{b^3}{3a^2} = \frac{b^3}{6a^2}$	5점
$C = \int_{b/a}^1 (ax^2 - bx) dx$ $= \left[\frac{a}{3} x^3 - \frac{b}{2} x^2 \right]_{b/a}^1$ $= \frac{a}{3} - \frac{b}{2} - \left(\frac{b^3}{3a^2} - \frac{b^3}{2a^2} \right)$ $= \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + \frac{b^3}{6a^2}$	5점
<p>i) $B \geq C$인 경우</p> $ B - C = B - C = \frac{b}{2} - \frac{a}{3} = \frac{a}{6}$ <p>에서 $\frac{b}{2} = \frac{a}{2}$이므로 $a = b$가 됨을 알 수 있다. 그런데 제시문 (ㄱ)에 따라 $\frac{b}{a} < 1$이어야 하므로 $a > b$임을 알 수 있다. 따라서 이러한 경우는 성립하지 않는다.</p>	8점
<p>ii) $B < C$인 경우</p> $ B - C = C - B = \frac{a}{3} - \frac{b}{2} = \frac{a}{6}$ <p>에서 $\frac{b}{2} = \frac{a}{6}$이므로 $b = \frac{a}{3}$이 됨을 알 수 있다.</p>	8점
<p>i), ii)에 의해서 $b = \frac{a}{3}$, 즉, $a = 3b$라는 관계식을 얻을 수 있다.</p>	2점

[문제 2] 10점

문제 1에서 $a = 3b$ 이므로 $C = \frac{a}{3} - \frac{b}{2} + \frac{b^3}{6a^2}$
 $= b - \frac{b}{2} + \frac{b^3}{54b^2}$
 $= \frac{14}{27}b$

가 된다.

5점

이 값이 $\frac{7}{9}$ 이므로 $b = \frac{3}{2}, a = \frac{9}{2}$ 가 된다.

따라서 점 P의 좌표는 $(\frac{b}{a}, \frac{b^2}{a}) = (\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$ 임을 알 수 있다.

5점