〈출제원칙〉

1. 출제 방침

1) 고교 교과서에 기반한 고교 과정 내의 문제를 출제한다.
2) 제시문에 대한 독해력과 분석력, 제시문을 바탕으로 제시된 문제를 해결하는 사고력과 적용하는 능력, 생각하는 바를 논리적으로 전개하는 논술능력을 측정하는 문제를 출제한다.

2. 출제 유형

1) 지문제시형 문제를 출제한다.
2) 제시문은 고교 교과서(“수학”, “수학 I", ”수학 II“, "미적분과 통계기본”, “적분과 통계”)를 참조하여 구성한다.
3) 수리논술(이과, 간호-자연) 문제는 지문에 대한 정확한 독해력, 내용의 분석 능력, 제시된 지식을 이용하여 문제를 해결하는 능력 등을 측정하는 문제를 출제한다. 점수는 100 점이며 변별력을 위해 3개의 문항으로 구성하되, 각 문항은 2개의 소 논제로 구성한다.
4) 약 90-100분 이내에 작성하도록 한다.

3. 출제 의도

1) [문항 1]
일상생활에서 흔히 나타나는 선택의 상황에서 수리적인 판단으로 결론을 이끌어 낼 수 있는 능력을 가지고 있는 지 평가할 수 있도록 하였다.

2) [문항 2]
제시문을 통해 제시된 정의에 맞게 논리적으로 판단할 수 있는 능력을 판단하고자 하였다. 그 과정에서 함수의 최대, 최소에 대한 수학적 이해 능력을 요구하였다.

3) [문항3]
고교 교육과정에 나오는 미분을 이용하여 방정식의 해를 구하는 방법에 대하여 잘 이해하고 있는지, 그리고 제시문의 내용을 이해하여 판별식을 이끌어 내는 능력을 평가할 수 있도록 하였다. 또한, 간단한 적분능력도 평가할 수 있도록 하였다.

4) 궁극적으로 고등학교 수학 문제 제시를 통해 대학 진학 후 이과과목을 수강할 수 있을 정도의 기초적인 능력을 갖추고 있는지를 측정하고자 하였다.

<채점기준>

1. 기본 사항

1) 각 논제를 각각 가중치를 가지고 채점하되 총점으로 환산하여 총괄 평가. 수리논술에서는 **배당된 점수 범위 내에서 등급이 아닌 점수로 표기하여 합산함**.

2) 채점위원 2인이 1조가 되어 한 답안지를 1차와 2차로 나누어 채점하고, 1차 채점의 결과가 만점의 25% 이상의 차이가 날 경우 채점위원이 공동 합의로 2차 채점을 진행하고, 2차 채점에서 위원간의 조정이 이루어지지 않을 경우 3차 채점을 실시한다. 3차 채점은 출제위원을 포함한 새로운 채점위원 2인이 채점하되 1차 채점의 상위와 하위 점수 사이의 점수를 부여한다.

3) 논술 답안에 수험생의 신원을 알릴 만한 요소가 있을 때는 다음과 같이 처리한다.
① 이름이 본문 내용과 별도로 표기된 경우 : 내용, 형식 모두 0점으로 채점
② 이름이 본문 중에 자연스럽게 노출된 경우 : 형식 부분에서 5점 감점
③ 제목이 표기된 경우 : 형식 부분에서 5점 감점
④ 기타 의도적으로 수험생의 신원을 알리는 기호로 판단되는 요소가 있는 경우 : 사안의 경중에 따라 형식 부분에서 5점 이상 감점

2. 세부 사항

1) 문제의 의도에서 완전히 이탈했거나 각 논제와 전혀 다른 내용을 서술한 경우는 0점으로 채점한다.

2) 각 문항 별 채점 기준은 다음과 같다.

[문항 (가)] (20점)

(논제 1) (10점)

통행료를 지불할 필요가 없음을 논술하였는가?	4점
논리적으로 결론을 유추하였는가?	6점

(논제 2) (10점)

통행료를 지불할 필요가 있음을 논술하였는가?	4점
논리적으로 결론을 유추하였는가?	6점

경로 1을 택할 경우 6000원이 든다는 내용은 논제 2에서는 반드시 필요하므로 6점중 2점부여.

[문항 (나)] (40점)

(논제 1) (20점)

$g(x)=ax+b$라고 하고, $h(x)=g(x)-f(x)=(a-1)x+b$라고 하자. $h(x)$가 일차 함수이고 $h(0)=b$, $h(1)=a-1+b$이므로, $d(f,g)=\max(\lvert b\rvert,\lvert a-1+b\rvert)$이다.	8점
g가 D_f의 원소가 되기 위해서는 제시문 (ㅁ)에 의해, $\lvert b\rvert \le 1$, $\lvert a+b-1\rvert \le 1$을 만족해야 한다.	4점
그런데, $g(0)=b$, $g(1)=a+b$이므로, $-1 \le g(0) \le 1$, $0 \le g(1) \le 2$, 즉, D_f는 $x=0$에서 $[-1,1]$의 한 점을 지나고, $x=1$에서 $[0,2]$의 한 점을 지나는 모든 일차 함수의 집합이 되므로, $C(D_f)$는 밑변이 2이고 높이가 1인 평행사변형이 되어, 그 면적은 2가 된다.	8점

계산 실수 혹은 오타로 인한 오답은 총 10점 이내에서 감점.

(논제 2) (20점)

$g(x)=ax$라고 하고, $h(x)=f(x)-g(x)=2x^2-ax=2(x-a/4)^2-\frac{a^2}{8}$라고 하자. $\lvert h(1)\rvert=\lvert 2-a\rvert$이므로 g가 D_f의 원소가 되기 위해서는 $1\le a\le 3$이 되어야 한다. 이 경우, $\frac{a}{4}$는 1보다 작으므로, $h(x)$의 꼭짓점은 $0\le x\le 1$에 있다. 따라서 g가 D_f의 원소인 경우에는 $d(f,g)=\max(\frac{a^2}{8},\lvert 2-a\rvert)\le 1$을 만족하므로, 제시문 (ㅁ)에 의해 $1\le a\le 2\sqrt{2}$이다.	12점
즉, $P_0\cap D_f$는 원점을 통과하고 기울기가 $1\le a\le 2\sqrt{2}$인 일차함수의 집합이므로, $C(P_0\cap D_f)$는 밑변의 길이가 $2\sqrt{2}-1$이고 높이가 1인 삼각형이 되어 그 면적은 $\frac{2\sqrt{2}-1}{2}$이다.	8점

계산 실수 혹은 오타로 인한 오답은 총 10점 이내에서 감점.

[문항 (다)] (40점)

(논제 1) (20점)

$f'(x)=3x^2+a$이므로, $f'(x)=0$이 서로 다른 두 실근을 가지려면 $a<0$이어야 한다.	5점
이 경우, $f'(x)=0$의 해는 $\pm\sqrt{-\frac{a}{3}}$이고, $f\left(\pm\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)=\pm\sqrt{-\frac{a}{3}}\left(-\frac{a}{3}+a\right)+b=\pm\sqrt{-\frac{4a^3}{27}}+b$이므로,	4점
세 개의 실근을 가질 필요충분조건은 제시문 (ㄴ)에 의해 $a<0$이고 $f\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)f\left(-\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)=b^2+\frac{4}{27}a^3<0$가 된다.	7점
두 번째 부등식은 $a<0$인 경우에만 성립하므로, $27b^2+4a^3<0$이 필요충분조건이다.	4점

계산 실수 혹은 오타로 인한 오답은 총 10점 이내에서 감점.

(논제 2) (20점)

집합 A의 경우, 제시문 (ㄱ)의 조건에 의해 $\alpha^2 - 4\beta < 0$을 만족하게 되고, 집합 B의 경우는 논제 1에 의해, $\beta^2 - \alpha^3 < 0$을 만족해야 한다. 즉, 영역은 $\left\{(x,y) \in R^2 \mid \frac{x^2}{4} < y < x^{3/2},\ 0 \le x \le 16\right\}$ 이다.	10점
따라서 면적은 $\int_0^{16}\left(x^{3/2} - \frac{x^2}{4}\right)dx = \frac{1024}{15}$ 이다.	10점

계산 실수 혹은 오타로 인한 오답은 총 10점 이내에서 감점.

<예시답안>

[문항 (가)] (20점)

논제1

제시문 (ㄱ)~(ㄷ)에 따라 A 지점에서 B 지점까지 가는 데에 드는 비용은
$\left(\dfrac{\text{휘발유의 단가}[\text{원}/\text{L}] \times \text{운행 거리}[\text{km}]}{\text{연비}[\text{km}/\text{L}]} + \text{통행료}[\text{원}]\right)$이다.

경로 1을 택할 경우, 통행료는 없고 연비는 $f(50) = 16 - \dfrac{1}{5}|80 - 50| = 10$ 이므로 비용은 $\dfrac{1500 \times 40}{10} = 6000$원이다. 따라서 경로 2의 비용이 6000원보다 적은 경우를 찾으면 된다.

경로 2에서 $v_2 \leq 50$ 이면, 운행 거리는 더 멀면서 연비는 10 이하가 되어서 휘발유 비용만 6000원이 넘게 된다. $v_2 > 50$ 이면 $0.96\,(=48/50)$시간 이내에 B 지점에 도착하는데, 오전 5시에 출발하였으므로 이 경우에 통행료는 지불하지 않는다. 따라서 $\dfrac{1500 \times 48}{f(v_2)} < 6000$ 을 만족해야 하므로, $f(v_2) = 16 - \dfrac{1}{5}|80 - v_2| > 12$, 즉 $60 < v_2 < 100$ 인 경우에 경로 2를 택하게 된다.

논제2

논제 1에서 알아본 바와 같이 B 지점에 도착하는 데 1시간이 걸리지 않으므로, 오후 5시에 출발하면 반드시 통행료를 지불하게 된다. 따라서 $\dfrac{1500 \times 48}{f(v_2)} + 1000 < 6000$ 을 만족해야 하므로, $f(v_2) = 16 - \dfrac{1}{5}|80 - v_2| > 14.4$, 즉 $72 < v_2 < 88$ 인 경우에 경로 2를 택하게 된다.

[문항 (나)] (40점)

논제 1

$g(x)=ax+b$라고 하고, $h(x)=g(x)-f(x)=(a-1)x+b$라고 하자. $h(x)$가 일차함수이고 $h(0)=b$, $h(1)=a-1+b$이므로, $d(f,g)=\max(|b|,|a-1+b|)$이다. g가 D_f의 원소가 되기 위해서는 제시문 (ㅁ)에 의해, $|b|\le 1$, $|a+b-1|\le 1$을 만족해야 한다. 그런데, $g(0)=b$, $g(1)=a+b$이므로, $-1\le g(0)\le 1$, $0\le g(1)\le 2$, 즉, D_f는 $x=0$에서 $[-1,1]$의 한 점을 지나고, $x=1$에서 $[0,2]$의 한 점을 지나는 모든 일차함수의 집합이 되므로, $C(D_f)$는 밑변이 2이고 높이가 1인 평행사변형이 되어, 그 면적은 2가 된다.

논제 2

$g(x)=ax$라고 하고, $h(x)=f(x)-g(x)=2x^2-ax=2(x-a/4)^2-\dfrac{a^2}{8}$라고 하자. $|h(1)|=|2-a|$이므로 g가 D_f의 원소가 되기 위해서는 $1\le a\le 3$이 되어야 한다. 이 경우, $\dfrac{a}{4}$는 1보다 작으므로, $h(x)$의 꼭짓점은 $0\le x\le 1$에 있다. 따라서 g가 D_f의 원소인 경우에는 $d(f,g)=\max(\dfrac{a^2}{8},|2-a|)\le 1$을 만족하므로, 제시문 (ㅁ)에 의해 $1\le a\le 2\sqrt{2}$이다. 즉, $P_0\cap D_f$는 원점을 통과하고 기울기가 $1\le a\le 2\sqrt{2}$인 일차함수의 집합이므로, $C(P_0\cap D_f)$는 밑변의 길이가 $2\sqrt{2}-1$이고 높이가 1인 삼각형이 되어 그 면적은 $\dfrac{2\sqrt{2}-1}{2}$이다.

[문항 (다)] (40점)

논제1.

$f'(x) = 3x^2 + a$이므로, $f'(x) = 0$이 서로 다른 두 실근을 가지려면 $a < 0$이어야 한다. 이 경우, $f'(x) = 0$의 해는 $\pm\sqrt{-\frac{a}{3}}$ 이고, $f\left(\pm\sqrt{-\frac{a}{3}}\right) = \pm\sqrt{-\frac{a}{3}}\,(-\frac{a}{3} + a) + b = \pm\sqrt{-\frac{4a^3}{27}} + b$이므로, 세 개의 실근을 가질 필요충분조건은 제시문 (ㄴ)에 의해 $a < 0$이고 $f\left(\sqrt{-\frac{a}{3}}\right)f\left(-\sqrt{-\frac{a}{3}}\right) = b^2 + \frac{4}{27}a^3 < 0$가 된다. 두 번째 부등식은 $a < 0$인 경우에만 성립하므로, $27b^2 + 4a^3 < 0$이 필요충분조건이다.

논제2.

집합 A의 경우, 제시문 (ㄱ)의 조건에 의해 $\alpha^2 - 4\beta < 0$을 만족하게 되고, 집합 B의 경우는 논제 1에 의해, $\beta^2 - \alpha^3 < 0$을 만족해야 한다. 즉, 영역은 $\left\{(x,y) \in R^2 \mid \frac{x^2}{4} < y < x^{3/2},\ 0 \le x \le 16\right\}$ 이다. 따라서 면적은 $\int_0^{16}\left(x^{3/2} - \frac{x^2}{4}\right)dx = \frac{1024}{15}$ 이다.