2018 의학계열 모의논술 모범답안 및 채점기준

[문항 1] 다음 제시문을 읽고 논제에 답하시오.

완전제곱을 이용하여 최솟값을 찾는 다음의 두 가지를 생각해보자.

(가) 공간상의 두 점 $A(1,0,0)$, $B(0,1,0)$과 임의의 실수 k,l으로 다음과 같이 점 $P(u,v,w)$들을 생각한다.

$$(u,v,w)=k(1,0,0)+l(0,1,0). \qquad (1)$$

이때 임의의 점 $Q(x,y,z)$와 점 $P(u,v,w)$사이의 거리는 $\sqrt{(x-k)^2+(y-l)^2+(z-w)^2}$ 이며 $(x-k)^2+(y-l)^2+(z-w)^2$이 최소가 되도록 k, l을 선택할 때 그 거리는 가장 작은 값을 가지게 된다.

(나) 닫힌구간 $[-2,2]$에 정의된 함수 $f(x)$를 네 개의 작은 구간 $[-2,-1)$, $[-1,0)$, $[0,1)$, $[1,2]$ 위에서 적분한 값들을 각각 p,q,r,s라고 하자. 이 때 다음의 A를 최소로 만드는 실수 a,b를 구할 수 있다.

$$A=(p-(-a-b))^2+(q-(a-b))^2+(r-(a+b))^2+(s-(-a+b))^2.$$

[문제 1-1] 제시문 (가)를 참고하여 다음 논제에 답하시오.

(1) (10점) 공간상의 두 점 $A(1,-2,3)$, $B(1,-1,-1)$을 생각하자. 점 $Q(2,1,2)$와 벡터 $(u,v,w)=k(1,-2,3)+l(1,-1,-1)$을 이용하여 만든 점 $P(u,v,w)$사이의 거리가 최소가 되도록 실수 k,l을 찾고 그 논거를 제시하시오.

(2) (10점) 공간상의 두 점 $A(1,-2,3)$, $B(1,-1,-1)$을 생각하자. 임의의 점 $Q(x,y,z)$가 주어진 경우, 이 점과 벡터 $(u,v,w)=k(1,-2,3)+l(1,-1,-1)$을 이용하여 만든 점 $P(u,v,w)$사이의 거리가 최소가 되도록 실수 k,l을 찾고 그 논거를 제시하시오.

■ 채점 기준

(1), (2) 모두

거리 제곱식의 전개 **(5점)**

완전제곱식을 만든 후에 k,l찾기 **(5점)**

- (1), (2) 모두 전개 후 완전제곱식을 만들 때 처음 두 항을 제외하고 쓰지 않아도 감점 없음 -
  공간벡터(점과 평면상의 거리)를 사용하여 푼 경우에도 k,l을 제대로 찾으면 만점
- 완전제곱식을 만드는 계산 실수에도 아이디어가 맞으면 8점

■ 모범 답안

(1) 점 Q와 점 P사이 거리의 제곱은 $(2-k-l)^2+(1+2k+l)^2+(2-3k+l)^2$이다.
이를 전개하면 $14k^2-12k+3l^2+2l+9$ 이며 완전 제곱식으로 표현하면

$$14\left(k-\frac{3}{7}\right)^2+3\left(l+\frac{1}{3}\right)^2-14\times\frac{9}{49}-3\times\frac{1}{9}+9$$

이 된다. 그러므로 $k=\frac{3}{7},\ l=-\frac{1}{3}$이 거리제곱을, 따라서 거리를 최소가 되게 한다.

(2) 점 Q와 점 P사이 거리의 제곱은 $(x-k-l)^2+(y+2k+l)^2+(z-3k+l)^2$이다.
이를 전개하면 $14k^2+(-2x+4y-6z)k+3l^2+(-2x+2y+2z)l+x^2+y^2+z^2$ 이며 완전 제곱식으로 표현하면

$$14\left(k+\frac{-x+2y-3z}{14}\right)^2+3\left(l+\frac{-x+y+z}{3}\right)^2-14\times\left(\frac{-x+2y-3z}{14}\right)^2-3\left(\frac{-x+y+z}{3}\right)^2$$
$$+x^2+y^2+z^2$$

이 된다. 그러므로 $k=\frac{x-2y+3z}{14},\ l=\frac{x-y-z}{3}$가 거리제곱을, 따라서 거리를 최소가 되게 한다.

[문제 1-2] 제시문 (나)를 참고하여 다음 논제에 답하시오.

(1) (10점) 닫힌 구간 $[-2,2]$에 정의된 임의의 함수 $f(x)$에 대하여 A값이 최소가 되는 실수 a,b를 p,q,r,s를 이용하여 표현하고 그 논거를 제시하시오.

(2) (10점) (1)에서 구한 a,b가 각각 $\frac{1}{4}\int_{-2}^{2}f(x)g(x)dx$, $\frac{1}{4}\int_{-2}^{2}f(x)h(x)dx$로 표현되도록 함수 $g(x)$, $h(x)$를 찾고, $\int_{-2}^{2}(g(x))^2dx$, $\int_{-2}^{2}(h(x))^2dx$, $\int_{-2}^{2}g(x)h(x)dx$의 적분값들을 구하시오.

(3) (10점) $0\le p\le 1$를 만족하는 p에 대하여 함수 $f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-p)\right)$를 생각하자. 이 함수의 A값이 최소가 되는 a,b를 $p(0\le p\le 1)$에 관한 함수로 표현하시오.

■ 채점 기준

(1) A식을 전개 후 a,b에 관한 내림차순으로 정리 **(5점)**
전개된 식을 완전제곱식으로 만든 후에 a,b 찾기 **(5점)**

(2) a, b를 $f(x)$의 구간 별 적분을 이용하여 표현한 후에 $g(x)$, $h(x)$를 찾기 **(7점)**
- a,b를 풀이처럼 $\frac{1}{4}\int_{-2}^{2} f(x)g(x)dx, \frac{1}{4}\int_{-2}^{2} f(x)h(x)dx$ 형태로 나타내는데 3점
- $g(x)$,$h(x)$를 명확히 구하는데 각 2점

질문의 세 적분값들 구하기 **(3점: 각 1점씩)**

(3) (2)번에서 구한 함수 $g(x)$, $h(x)$를 이용하여 a, b값을 적분 계산으로 구한다. 이 때 코사인 함수의 합의 공식, 그리고 우함수/기함수 성질을 이용하면 계산을 많이 간단히 할 수 있다. 이렇게 합쳐서 계산할 경우
- $\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-p)\right)$을 코사인 덧셈공식을 사용하여 분리하여 계산할 수 있음을 보이면 2점
- $f(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$, $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 각각에 대해 a,b 각 2점씩 총 8점

어떻게 계산하더라도 a, b 각각의 값을 정확하게 계산하면 각 5점씩 부여 **(10점)**

■ 모범 답안

(1) 제시문 (나)의 A식을 전개하면

$$4a^2+4b^2-2(-p+q+r-s)a-2(-p-q+r+s)b+p^2+q^2+r^2+s^2$$

이 되며 이를 완전제곱식으로 표현하면

$$4\left(a-\frac{-p+q+r-s}{4}\right)^2+4\left(b-\frac{-p-q+r+s}{4}\right)^2-4\times\left(\frac{-p+q+r-s}{4}\right)^2-4\times\left(\frac{-p-q+r+s}{4}\right)^2$$
$$+p^2+q^2+r^2+s^2$$

이 된다. 그러므로 $a=\frac{-p+q+r-s}{4}$, $b=\frac{-p-q+r+s}{4}$가 A를 최소로 만들어 준다.

(2) 제시문 (나)에 주어진 것처럼 p, q, r, s는 함수 $f(x)$를 네 개의 작은 구간 $[-2,-1)$, $[-1,0)$, $[0,1)$, $[1,2]$ 위에서 적분한 값들이기 때문에 (1)에서 구한 a,b는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{-p+q+r-s}{4} \\ &= -\frac{1}{4}\int_{-2}^{-1} f(x)\,dx+\frac{1}{4}\int_{-1}^{0} f(x)\,dx+\frac{1}{4}\int_{0}^{1} f(x)\,dx-\frac{1}{4}\int_{1}^{2} f(x)\,dx, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b &= \frac{-p-q+r+s}{4} \\ &= -\frac{1}{4}\int_{-2}^{-1} f(x)\,dx-\frac{1}{4}\int_{-1}^{0} f(x)\,dx+\frac{1}{4}\int_{0}^{1} f(x)\,dx+\frac{1}{4}\int_{1}^{2} f(x)\,dx. \end{aligned}$$

그러므로 함수 $g(x), h(x)$를

$$g(x)=\begin{cases}-1, & -2\le x<-1\\ 1, & -1\le x<0\\ 1, & 0\le x<1\\ -1, & 1\le x\le 2\end{cases},\qquad h(x)=\begin{cases}-1, & -2\le x<-1\\ -1, & -1\le x<0\\ 1, & 0\le x<1\\ 1, & 1\le x\le 2\end{cases}$$

과 같이 정의하면 $a=\frac{1}{4}\int_{-2}^{2}f(x)g(x)dx$, $b=\frac{1}{4}\int_{-2}^{2}f(x)h(x)dx$로 표현할 수 있다.

이 때 적분 $\int_{-2}^{2}(g(x))^2dx$, $\int_{-2}^{2}(h(x))^2dx$, $\int_{-2}^{2}g(x)h(x)dx$들의 값들은 각각 4, 4, 0이다.

(3) $\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-p)\right)$는

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}(x-p)\right)=\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}p\right)+\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}p\right) \qquad (*)$$

과 같이 표현이 되기 때문에, 우선 함수들 $\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$, $\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$에 대하여 A값이 최소가 되는 a,b를 구하자.

$f(x)=\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 인 경우 (2)에서 구한 함수 $g(x), h(x)$와 $\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)g(x)$가 우함수이고, $\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)h(x)$가 기함수라는 사실을 이용하면

$$\begin{aligned}a&=\frac{1}{4}\int_{-2}^{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)g(x)dx\\ &=\frac{1}{4}\cdot 2\cdot\int_{0}^{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)g(x)dx\\ &=\frac{1}{2}\left[\int_{0}^{1}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx-\int_{1}^{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx\right]\\ &=\frac{1}{2}\frac{2}{\pi}\left[\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)-\sin 0-\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}2\right)-\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)\right]=\frac{2}{\pi}\end{aligned}$$

과

$$b=\frac{1}{4}\int_{-2}^{2}\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)h(x)dx=0$$

를 얻는다.

또한 $f(x)=\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)$ 인 경우, $\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)g(x)$가 기함수이고, $\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)h(x)$가 우함수라는 사실 때문에

$$a=\frac{1}{4}\int_{-2}^{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)g(x)dx=0$$

과

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{4}\int_{-2}^{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)h(x)dx \\ &= \frac{1}{4}\cdot 2\cdot \int_{0}^{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)h(x)dx \\ &= \frac{1}{2}\left[\int_{0}^{1}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx + \int_{1}^{2}\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)dx\right] \\ &= \frac{1}{2}\left(-\frac{2}{\pi}\right)\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)-\cos 0+\cos\left(\frac{\pi}{2}2\right)-\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right] = \frac{2}{\pi} \end{aligned}$$

를 얻는다.

그러므로 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2}(x-p)\right)$의 경우, 식 (*)과 적분의 성질을 이용하여 우리는

$$a = \frac{2}{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{2}p\right), \qquad b = \frac{2}{\pi}\sin\left(\frac{\pi}{2}p\right)$$

를 얻게 된다.

[문항 2] 다음 제시문을 읽고 문제에 답하시오.

인간의 질병을 치료하기 위하여 여러 가지 유전자 재조합 기술이 이용된다. 예를 들어 인슐린을 생성하지 못하는 당뇨병 환자에게 인슐린을 공급하려면 인슐린 단백질을 다량으로 제조하는 방법이 필요하다. 이 때 인슐린 유전자를 플라스미드에 삽입한 후 다시 대장균에 삽입시켜 형질변환 시킨다. 이후 인슐린 유전자를 발현하는 대장균이 증식하면서 인슐린 단백질을 대량생산할 수 있게 되고, 이 단백질을 정제하여 당뇨병 환자에게 사용할 수 있다.

[문제 2-1] 인슐린을 대량 생산하기 위하여 정상인 사람의 체세포에서 인슐린 유전자를 얻어내어 대장균 플라스미드에 삽입시켜 재조합 DNA를 만들고자한다. 인슐린 유전자를 PCR 방법으로 얻어 내려고 할 때, 주형 DNA로 전체 게놈 DNA (whole genomic DNA)를 사용하였을 경우와 mRNA로부터 얻어낸 cDNA를 사용하였을 경우 PCR로 증폭된 DNA 조각의 크기가 달랐다. DNA 조각의 크기가 다른 이유를 설명하시오. (15점)

■ 채점 기준

- cDNA 개념을 설명하지 못하였으면 5점 감점
- 엑손 인트론 개념을 모두 설명하였을 경우 15점 부여
- 엑손 또는 인트론만 언급하였을 경우 각각 5점 감점

■ 모범 답안

PCR 증폭 시 주형 DNA로 전체 게놈 DNA를 사용하는 경우 엑손과 인트론을 모두 포함하므로 엑손만을 포함하고 있는 cDNA를 사용하였을 경우보다 DNA 조각의 크기가 크게 나타난다.

[문제 2-2]

■ 채점 기준

- ddNTP 개념을 설명하지 못하였을 경우 5점 감점
  (예 : 위의 문항에서 4가지를 기술하였으나 ddNTP 개념을 잘 설명 못하였으면 11점만 부여)
- 유전자 분석법 이름들만 나열하였을 경우 5점 부여
- 위의 분석법 과정을 적절히 설명 못하였을 경우 하나당 4점 감점

■ 모범 답안

1. 분석하고자 하는 DNA를 주형으로 하여 상보적인 DNA를 합성하기 위해 dATP, dGTP, dCTP, dTTP 와 같은 dNTP를 공급해주고, DNA 중합효소를 넣어주어 DNA 사슬을 합성하는 중합반응을 일으킨다.
2. 이 때 dNTP와 달리 다이디옥시뉴클레오타이드 (ddNTP)를 넣어 주면 중합반응이 일어나지 않는다.
3. 따라서 dNTP 와 ddNTP를 같이 넣어주면 DNA 합성 중에 상보적인 염기를 가지는 ddNTP가 결합하여 더 이상의 DNA 사슬의 연장 합성이 중지된다. 이때 다양한 길이의 DNA 가 합성된다.
4. 합성된 DNA 사슬의 마지막 염기는 염기종류에 따라 각기 다른 형광물질을 부착시켜 염기정보를 알 수 있다.
5. 다양한 길이로 합성된 DNA 사슬은 전기영동법을 이용하여 크기에 따라 분리하고 형광표지를 인식하여 DNA 의 염기서열의 순서를 측정할 수 있다.

[문제 2-3]

■ 채점 기준

- 치료법의 한가지만 설명하였을 경우 7.5점 부여
- 장점 및 단점 한쪽만 설명하였을 경우 각각 3.5점씩 부여

■ 모범 답안

- 인슐린 단백질 치료 방법
  - 장점 : 단백질을 다량으로 만들 수 있다, 안전하다.
  - 단점 : 치료를 위해서 인슐린 단백질을 지속적으로 주사 맞는 것이 필요하다.
- **유전자 치료법**
  - 장점 : 한번의 치료로 유전자가 삽입되어 지속적인 치료효과를 기대할 수 있다.
  - 단점 : 인슐린 유전자가 다른 유전자 사이로 삽입되어 다른 질병이 나타날 수 있다