

2025학년도 논술고사



자연계열

지원학과(부)	성 명	생년월일 (예: 050512)						수험번호														
		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
		6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
		7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7	7
		8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
		9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9	9

유의사항

1. 시험 시간은 100분입니다.
2. 답안 작성은 검은색 볼펜(연필 사용 불가)으로만 가능합니다.
3. 답안의 정해진 작성 분량을 준수하시기 바랍니다. 답안 영역에 작성한 내용만 인정됩니다.
4. 답안에 자신을 드러내거나 알릴 수 있는 표현 및 표시를 하면 안됩니다.
5. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시기 바랍니다.

1. 문제

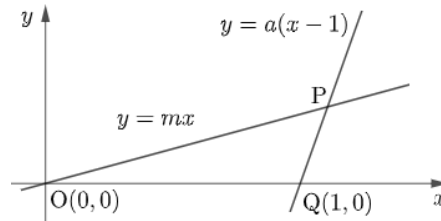
문제 1 자연수 n 에 대하여 점 $(n, 0)$ 을 지나는 직선 l 이 곡선 $y = e^{-x}$ 위의 점 P 에서 이 곡선과 접한다고 할 때, 다음 물음에 답하시오. [총 25점]

- (1) 접선 l 의 방정식과 접점 P 의 좌표를 구하시오. [8점]

- (2) 곡선 $y = e^{-x}$ 과 접선 l 및 두 직선 $y = 0, x = 2n$ 으로 둘러싸인 도형 중 제1사분면에 놓인 부분의 넓이를 a_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} e^n a_n$ 의 값을 구하시오. [8점]

- (3) 점 P 를 지나고 접선 l 에 수직인 직선과 점 P 를 지나고 y 축에 평행한 직선 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 b_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값을 구하시오. [9점]

문제 2 그림과 같이 두 직선 $y = a(x - 1)$ 과 $y = mx$ 의 교점을 P라 하고, $O(0, 0)$, $Q(1, 0)$ 이라 하자.
 (단, $0 < m < a$ 이다.)



다음 물음에 답하십시오. [총 25점]

(1) $a = 2\sqrt{3}$, $m = \frac{\sqrt{3}}{7}$ 일 때, $\cos(\angle OPQ)$ 의 값을 구하십시오. [7점]

(2) $a = 2\sqrt{3}$, $m = \frac{\sqrt{3}}{7}$ 이고 제3사분면에서 직선 $y = mx$ 위에 있는 점 R이 $\overline{RP} = 2$ 를 만족시킬 때, \overline{RQ}^2 의 값을 구하십시오. [8점]

(3) $k > 1$ 인 상수 k 와 $0 < \theta < \frac{\pi}{2k}$ 인 실수 θ 에 대하여 $a = \tan k\theta$, $m = \tan \theta$ 라 하자.

선분 OP의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} f(\theta)$ 의 값을 k 에 대한 식으로 나타내시오. [10점]

문제 3 $a > 4$ 인 실수 a 에 대하여 두 함수 $f(x), g(x)$ 는 $f(x) = x^2(x - 3a + 1), g(x) = -ax(x + 3)$

이다. 다음 물음에 답하시오. [총 25점]

(1) 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 및 직선 $x = -2$ 로 둘러싸인 도형의 넓이가 58일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [8점]

(2) 양수 b 에 대하여 곡선 $y = g(x) + b$ 와 곡선 $y = f(x)$ 가 어떤 한 점에서 공통접선을 가질 때 상수 b 의 값을 구하고, 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x) + b$ 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [8점]

(3) 실수 c 와 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < c) \\ f(2c - x) & (x \geq c) \end{cases}$$

라 하자. 미분계수의 정의를 이용하여 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 c 의 값을 모두 구하시오. [9점]

문제 4 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ (단, $ad-bc \neq 0, c \neq 0$)가 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

- (가) 함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 점근선은 두 직선 $x = n, y = 0$ 이다.
 (나) 점 $N(n, 0)$ 과 함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 $P(2n, f(2n))$ 에 대하여 선분 PN 을 2:1로 외분하는 점을 Q 라 하자. 이때 직선 PQ 와 점 P 를 지나고 y 축에 평행한 직선 및 점 Q 를 지나고 x 축에 평행한 직선으로 둘러싸인 도형의 넓이는 $\frac{2}{n^2}$ 이다. (단, $f(2n) > 0$ 이다.)

다음 물음에 답하시오. [총 25점]

- (1) $f(x)$ 를 구하시오. [8점]
- (2) $n = 1$ 일 때, 곡선 $y = f(x)$ 와 이 곡선을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 곡선, 직선 $x = 1$ 및 두 점 $A(1,0), B(2,1)$ 을 이은 선분 AB 로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오. [8점]
- (3) $n + 2 \leq x \leq n + 3$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $(n + 1)^2 f(x) \leq n^2 f(x - 1)$ 이 성립하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. [9점]