2020학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 문제지(자연계열 B형)

[문제 1] 함수 $f(x)$와 $g(x)$는 양의 실수에서 정의되고 미분가능하다. 임의의 양수 x에 대하여 다음 조건을 만족한다.

(가) $f(x) > 0$, $g(x) > 0$

(나) $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 1$

(다) $\dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{3x^2 - 3x + 7}{x^2 + 1}$

(1-1) 극한값 $\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{f'(x)}{g'(x)}$를 구하시오. (80점)

(1-2) 극한값 $\displaystyle\lim_{x\to\infty} f(x)$를 구하시오. (80점)

(1-3) 함수 $g(x)$의 최댓값을 구하시오. (80점)

[문제 2] 다음을 읽고 답하시오.

(가) 원 C는 중심이 $(0,1)$이고 반지름이 $\frac{1}{2}$이다. A는 다음을 만족하는 점 (x,y)들의 집합이다.

- $y \geq 0$
- 점 (x,y)로부터 원 C까지의 최단 거리는 점 (x,y)로부터 직선 $y=-\frac{1}{4}$까지 거리의 2배이다.

(나) 양의 실수 a에 대하여 원 D는 중심이 $\left(a,-\frac{7}{4}\right)$이고 반지름이 $\frac{1}{2}$이다. B는 다음을 만족하는 점 (x,y)들의 집합이다.

- $y \geq 0$
- 점 (x,y)로부터 원 D까지의 최단 거리는 점 (x,y)로부터 x축까지 거리의 2배이다.

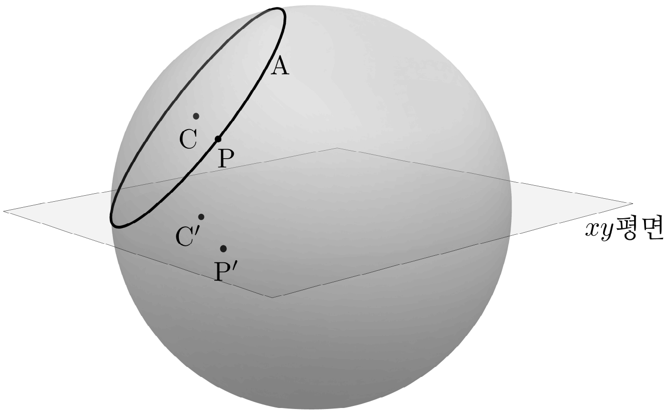
실수에서 정의되는 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여, 집합 A는 $y=f(x)$의 그래프이고 집합 B는 $y=g(x)$의 그래프이다.

(2-1) $y=f(x)$의 그래프의 점근선을 구하시오. (70점)

(2-2) 정적분 $\int_a^{a+1}(x-a)g(x)\,dx$ 를 계산하시오. (80점)

(2-3) 모든 x에 대하여 $f(x) \leq g(x)$를 만족하는 a의 최댓값을 구하시오. (80점)

[문제 3] 구 $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=16$과 평면 $2x-y+2z=4$의 교선인 원을 A, A의 중심 C를 xy평면에 정사영한 점을 C′라 하자, 원 A 위에 있는 임의의 점 P를 xy평면에 정사영한 점을 P′라 하자.



(3-1) 점 C의 좌표를 구하시오. (70점)

(3-2) 점 C′로부터 거리가 최대가 되는 점 P′의 좌표를 모두 구하시오. (80점)

(3-3) 점 C′로부터 거리가 최소가 되는 점 P′의 좌표를 모두 구하시오. (80점)

2020학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 자연계열(B형) 채점기준표

문항 번호	풀이	배점 및 참고사항
1-1	$\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=1$을 x로 미분하면 $2f(x)f'(x)+2g(x)g'(x)=0$이다. $\frac{f'(x)}{g'(x)}=-\frac{g(x)}{f(x)}$이므로 $\lim_{x\to3}\frac{f'(x)}{g'(x)}=-\lim_{x\to3}\frac{g(x)}{f(x)}=-\frac{g(3)}{f(3)}=-\frac{2}{5}$이다. [참고] $x\neq3$이면 $g'(x)\neq0$이다. 대우명제를 보이자. $g'(a)=0$이라 가정하자. $2f(a)f'(a)+2g(a)g'(a)=0$에서 $f'(a)=0$이다. (다)의 양변을 미분하면 $\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}=\frac{(3x+1)(x-3)}{(x^2+1)^2}$이다. 그러므로 $0=\frac{f'(a)g(a)-f(a)g'(a)}{\{g(a)\}^2}=\frac{(3a+1)(a-3)}{(a^2+1)^2}$가 되어 $a=3$이다.	• $2f(x)f'(x)+2g(x)g'(x)=0$ 30점 • 답 $-\frac{2}{5}$을 구하면 80점
1-2	$\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=1$로 부터 $\{f(x)\}^2\left(1+\left(\frac{g(x)}{f(x)}\right)^2\right)=1$을 얻는다. 따라서 $f(x)>0$이므로 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{g(x)}{f(x)}\right)^2}}$ 이다. $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-3x+7}{x^2+1}=3$이므로 $\lim_{x\to\infty}f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{3}\right)^2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$이다. [참고] 실제로 $f(x)$를 구하면 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{x^2+1}{3x^2-3x+7}\right)^2}}$가 되고 $\lim_{x\to\infty}f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{3}\right)^2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$이다.	• $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{g(x)}{f(x)}\right)^2}}$을 찾으면 40점 • 답 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$을 구하면 80점
1-3	$\frac{d}{dx}\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)=\frac{d}{dx}\frac{3x^2-3x+7}{x^2+1}=\frac{(3x+1)(x-3)}{(x^2+1)^2}$이므로 $\frac{f(x)}{g(x)}$는 $x=3$에서 최솟값 $\frac{f(3)}{g(3)}=\frac{5}{2}$을 가진다. $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=1$로 부터 $\{g(x)\}^2\left(\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)^2+1\right)=1$을 얻는다. 따라서 $g(x)=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)^2+1}}$가 되어 $g(x)$는 $x=3$에서 최댓값을 가진다. $g(3)=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{f(3)}{g(3)}\right)^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2+1}}=\frac{2}{\sqrt{29}}=\frac{2\sqrt{29}}{29}$이다.	• $\frac{f(x)}{g(x)}$의 최솟값 $\frac{f(3)}{g(3)}=\frac{5}{2}$을 구하면 40점 • 답 $\frac{2\sqrt{29}}{29}$를 구하면 80점
2-1	$y=f(x)$라 하면 $\left\|\sqrt{x^2+(y-1)^2}-\frac{1}{2}\right\|=2\left(y+\frac{1}{4}\right)$. $\sqrt{x^2+(y-1)^2}\geq\frac{1}{2}$일 경우 $\sqrt{x^2+(y-1)^2}-\frac{1}{2}=2\left(y+\frac{1}{4}\right)$ 에서 $\frac{x^2}{3}-(y+1)^2=-1$. $\sqrt{x^2+(y-1)^2}<\frac{1}{2}$일 경우	• $\sqrt{x^2+(y-1)^2}<\frac{1}{2}$인 경우를 확인하지 않고 $\frac{x^2}{3}-(y+1)^2=-1$을 구하면 30점

2020학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 자연계열(B형) 채점기준표

	$\frac{1}{2}-\sqrt{x^2+(y-1)^2}=2\left(y+\frac{1}{4}\right)$에서 $-2y=\sqrt{x^2+(y-1)^2}$ 인데, $y \geq 0$이므로 이런 경우는 불가능하다. 따라서 $y=f(x)$는 쌍곡선 $\frac{x^2}{3}-(y+1)^2=-1$의 $y \geq 0$인 부분이고 쌍곡선의 점근선 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$이다.	● $\sqrt{x^2+(y-1)^2} \geq \frac{1}{2}$인 경우와 $\sqrt{x^2+(y-1)^2} < \frac{1}{2}$인 경우를 모두 확인하고 $\frac{x^2}{3}-(y+1)^2=-1$ 또는 식 $y=-1+\sqrt{\frac{x^2}{3}+1}$을 구하면 40점 ● 점근선 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$을 모두 구하면 70점, 하나만 구하면 60점
2-2	$y=g(x)$라 하면 조건에서 $\sqrt{(x-a)^2+\left(y+\frac{7}{4}\right)^2}-\frac{1}{2}=2y$ 이다. $\sqrt{(x-a)^2+\left(y+\frac{7}{4}\right)^2}=2y+\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하여 $\frac{(x-a)^2}{3}-\left(y-\frac{1}{4}\right)^2=-1$을 얻는다. 따라서 $g(x)=\sqrt{\frac{(x-a)^2}{3}+1}+\frac{1}{4}$이고, $u=\frac{(x-a)^2}{3}+1$ 치환적분에 의하여 $\int_a^{a+1}(x-a)g(x)dx=\frac{8}{3\sqrt{3}}-\frac{7}{8}=\frac{8\sqrt{3}}{9}-\frac{7}{8}$을 얻는다.	● $g(x)=\sqrt{\frac{(x-a)^2}{3}+1}+\frac{1}{4}$을 구하면 30점 ● 적분값 $\frac{8}{3\sqrt{3}}-\frac{7}{8}=\frac{8\sqrt{3}}{9}-\frac{7}{8}$을 구하면 80점
2-3	$f(x)=\sqrt{\frac{x^2}{3}+1}-1$, $g(x)=\sqrt{\frac{(x-a)^2}{3}+1}+\frac{1}{4}$라 하면 $g(x)=f(x-a)+\frac{5}{4}$. 따라서 $g'(x)=f'(x-a)$. $h(x)=g(x)-f(x)$라 두면, $h'(x)=f'(x-a)-f'(x)$. $f''(x)=\frac{\sqrt{3}}{(3+x^2)^{3/2}}>0$이므로 $f'(x)$는 증가함수. $x-a<x$이므로 항상 $h'(x)<0$이고 $h(x)$는 감소함수. 그런데 $\lim_{x\to\infty}h(x)=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{\frac{(x-a)^2}{3}+1}-\sqrt{\frac{x^2}{3}+1}+\frac{5}{4}\right)$ $=-\frac{a}{\sqrt{3}}+\frac{5}{4}$ 항상 $h(x)>0$이므로 $-\frac{a}{\sqrt{3}}+\frac{5}{4}\geq 0$. 따라서 a의 최댓값은 $\frac{5\sqrt{3}}{4}$. [별해] $\frac{x^2}{3}-(y+1)^2=-1$은 $\frac{x^2}{3}-y^2=-1$을 $(0,-1)$ 만큼 평행이동하여 얻은 쌍곡선으로 점근선은 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$이다. $\frac{(x-a)^2}{3}-\left(y-\frac{1}{4}\right)^2=-1$도 $\frac{x^2}{3}-y^2=-1$을 $\left(a,\frac{1}{4}\right)$ 만큼 평행이동하여 얻은 쌍곡선으로 점근선 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(x-a)+\frac{1}{4}$은 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$와 평행하다. 따라서 $f(x)\leq g(x)$이기 위한 a의 최댓값은 $f(x)$의 점근선은 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$과 $g(x)$의 점근선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}(x-a)+\frac{1}{4}$이 겹칠 때 생기며, 이 경우	● $\lim_{x\to\infty}h(x)=-\frac{a}{\sqrt{3}}+\frac{5}{4}$을 구하면 60점. ● 답 $\frac{5\sqrt{3}}{4}$을 구하면 80점 [별해] ● a의 최댓값은 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$와 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}(x-a)+\frac{1}{4}$ 겹칠 때 생김을 보이면 60점. ● 답 $\frac{5\sqrt{3}}{4}$을 구하면 80점

	$\left(a, \frac{1}{4}\right)$이 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$ 위에 있어야 한다. 따라서 a의 최댓값은 $\frac{5\sqrt{3}}{4}$이다.	
3-1	벡터 $(2,-1,2)$가 평면 $2x-y+2z=4$에 수직하므로 C의 좌표는 $(2t-2,-t+1,2t)$이다. 그런데 C는 평면 $2x-y+2z=4$ 위에 있어야 하므로 $t=1$이다. 따라서 C의 좌표는 $(0,0,2)$이다.	● C의 좌표 $(2t-2,-t+1,2t)$ 40점 ● 답 $(0,0,2)$ 70점
3-2	점 C′와 거리가 최대가 되는 점 P′에서 $\overrightarrow{\mathrm{CP}}$가 xy평면과 평행하여야 하므로 점 P의 z좌표는 2이다. 따라서 $(x+2)^2+(y-1)^2=12$이고, $2x-y=0$ 이므로 P′의 좌표는 $\left(\frac{\sqrt{35}}{5}, \frac{2\sqrt{35}}{5}, 0\right)$ 또는 $\left(-\frac{\sqrt{35}}{5}, -\frac{2\sqrt{35}}{5}, 0\right)$이다.	● z좌표 2를 구하면 40점 ● 답 $\left(\frac{\sqrt{35}}{5}, \frac{2\sqrt{35}}{5}, 0\right)$과 $\left(-\frac{\sqrt{35}}{5}, -\frac{2\sqrt{35}}{5}, 0\right)$을 모두 구하면 80점 (한 개만 구하면 70점)
3-3	점 C′ 와 거리가 최소가 되는 점 P′의 위의 점 $\mathrm{P}_1(x,y,z)$과 점 C′와 거리가 최대가 되는 점 P′ 위의 점 $\mathrm{P}_2\left(\frac{\sqrt{35}}{5}, \frac{2\sqrt{35}}{5}, 2\right)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{CP}_1}$과 $\overrightarrow{\mathrm{CP}_2}$는 서로 수직이다. 따라서 $(x,y,z-2)\cdot(1,2,0)=0$이므로 $x=-2y$를 얻는다. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=16$, $2x-y+2z=4$, $x=-2y$를 풀면 $45y^2=28$이다. 따라서 P′의 좌표는 $\left(\frac{4\sqrt{35}}{15}, -\frac{2\sqrt{35}}{15}, 0\right)$와 $\left(-\frac{4\sqrt{35}}{15}, \frac{2\sqrt{35}}{15}, 0\right)$이다.	● 수직조건으로 부터 $x=-2y$를 구하면 40점 ● 답 $\left(\frac{4\sqrt{35}}{15}, -\frac{2\sqrt{35}}{15}, 0\right)$과 $\left(-\frac{4\sqrt{35}}{15}, \frac{2\sqrt{35}}{15}, 0\right)$을 모두 구하면 80점 (한 개만 구하면 70점)

2020학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 자연계열(B형) 모범답안

[문제 1]

(1-1) $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=1$을 x로 미분하면 $2f(x)f'(x)+2g(x)g'(x)=0$이다.

$\dfrac{f'(x)}{g'(x)}=-\dfrac{g(x)}{f(x)}$이므로 $\displaystyle\lim_{x\to 3}\frac{f'(x)}{g'(x)}=-\lim_{x\to 3}\frac{g(x)}{f(x)}=-\frac{g(3)}{f(3)}=-\frac{2}{5}$이다.

[참고] $x\neq 3$이면 $g'(x)\neq 0$이다. 대우명제를 보이자.

$g'(a)=0$이라 가정하자. $2f(a)f'(a)+2g(a)g'(a)=0$에서 $f'(a)=0$이다.

(다)의 양변을 미분하면 $\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}=\dfrac{(3x+1)(x-3)}{(x^2+1)^2}$이다.

그러므로 $0=\dfrac{f'(a)g(a)-f(a)g'(a)}{\{g(a)\}^2}=\dfrac{(3a+1)(a-3)}{(a^2+1)^2}$가 되어 $a=3$이다.

(1-2) $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=1$로 부터 $\{f(x)\}^2\left(1+\left(\dfrac{g(x)}{f(x)}\right)^2\right)=1$을 얻는다. 따라서 $f(x)>0$이므로

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{1+\left(\dfrac{g(x)}{f(x)}\right)^2}}$이다. $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}=\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-3x+7}{x^2+1}=3$이므로

$\displaystyle\lim_{x\to\infty}f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{1}{3}\right)^2}}=\frac{3}{\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$이다.

(1-3) $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)=\dfrac{d}{dx}\dfrac{3x^2-3x+7}{x^2+1}=\dfrac{(3x+1)(x-3)}{(x^2+1)^2}$이므로 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$는 $x=3$에서 최솟값

$\dfrac{f(3)}{g(3)}=\dfrac{5}{2}$을 가진다. $\{f(x)\}^2+\{g(x)\}^2=1$로 부터 $\{g(x)\}^2\left(\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)^2+1\right)=1$을 얻는다.

따라서 $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)^2+1}}$가 되어 $g(x)$는 $x=3$에서 최댓값을 가진다.

$g(3)=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{f(3)}{g(3)}\right)^2+1}}=\dfrac{1}{\sqrt{\left(\dfrac{5}{2}\right)^2+1}}=\dfrac{2}{\sqrt{29}}=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$이다.

[별해] $f(x)=\dfrac{3x^2-3x+7}{x^2+1}g(x)$이므로 $\left[\left(\dfrac{3x^2-3x+7}{x^2+1}\right)^2+1\right]\{g(x)\}^2=1$이다.

따라서 $g(x)=\left\{1+\left(\dfrac{3x^2-3x+7}{x^2+1}\right)^2\right\}^{-1/2}$이고

$g'(x)=-\dfrac{1}{2}\left\{1+\left(\dfrac{3x^2-3x+7}{x^2+1}\right)^2\right\}^{-3/2}2\cdot\dfrac{3x^2-3x+7}{x^2+1}\cdot\dfrac{(3x+1)(x-3)}{(x^2+1)^2}$이다.

따라서 $g(x)$는 $x=3$에서 최댓값을 가진다. $g(3)=\left\{1+\left(\dfrac{5}{2}\right)^2\right\}^{-1/2}=\dfrac{2}{\sqrt{29}}=\dfrac{2\sqrt{29}}{29}$이다.

2020학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 자연계열(B형) 모범답안

[문제 2]

(2-1) $y=f(x)$라 하면 문제의 조건에서 $\left|\sqrt{x^2+(y-1)^2}-\frac{1}{2}\right|=2\left(y+\frac{1}{4}\right)$을 얻는다.

$\sqrt{x^2+(y-1)^2}\ge\frac{1}{2}$일 경우 $\sqrt{x^2+(y-1)^2}-\frac{1}{2}=2\left(y+\frac{1}{4}\right)$에서 $\frac{x^2}{3}-(y+1)^2=-1$를 얻는다.

$\sqrt{x^2+(y-1)^2}<\frac{1}{2}$일 경우 $\frac{1}{2}-\sqrt{x^2+(y-1)^2}=2\left(y+\frac{1}{4}\right)$에서 $-2y=\sqrt{x^2+(y-1)^2}$을 얻는데

$y\ge 0$이므로 이런 경우는 불가능하다. 따라서 $y=f(x)$는 쌍곡선 $\frac{x^2}{3}-(y+1)^2=-1$의 $y\ge 0$인 부분이다. $y=f(x)$의 그래프의 점근선은 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$이다.

(2-2) $y=g(x)$라 하면 문제의 조건에서 $\sqrt{(x-a)^2+\left(y+\frac{7}{4}\right)^2}-\frac{1}{2}=2y$을 얻는다.

$\sqrt{(x-a)^2+\left(y+\frac{7}{4}\right)^2}=2y+\frac{1}{2}$의 양변을 제곱하여 $\frac{(x-a)^2}{3}-\left(y-\frac{1}{4}\right)^2=-1$을 얻는다.

따라서 $g(x)=\sqrt{\frac{(x-a)^2}{3}+1}+\frac{1}{4}$이고, $u=\frac{(x-a)^2}{3}+1$ 치환적분에 의하여

$\int_a^{a+1}(x-a)g(x)dx=\frac{8}{3\sqrt{3}}-\frac{7}{8}=\frac{8\sqrt{3}}{9}-\frac{7}{8}$을 얻는다.

(2-3) $f(x)=\sqrt{\frac{x^2}{3}+1}-1$, $g(x)=\sqrt{\frac{(x-a)^2}{3}+1}+\frac{1}{4}$라 하면 $g(x)=f(x-a)+\frac{5}{4}$이다. 따라서 $g'(x)=f'(x-a)$이며 $h(x)=g(x)-f(x)$라두면, $h'(x)=f'(x-a)-f'(x)$이다.

$f''(x)=\frac{\sqrt{3}}{(3+x^2)^{3/2}}>0$이므로 $f'(x)$가 증가함수인데 $x-a<x$이므로 항상 $h'(x)<0$이고 $h(x)$는 감소함수이다. 그런데 $\lim_{x\to\infty}h(x)=\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{\frac{(x-a)^2}{3}+1}-\sqrt{\frac{x^2}{3}+1}+\frac{5}{4}\right)=-\frac{a}{\sqrt{3}}+\frac{5}{4}$이므로 항상 $h(x)>0$이기 위하여서는 $-\frac{a}{\sqrt{3}}+\frac{5}{4}\ge 0$이어야 한다. 따라서 a의 최댓값으로 $\frac{5\sqrt{3}}{4}$을 얻는다.

[별해] $\frac{x^2}{3}-(y+1)^2=-1$은 $\frac{x^2}{3}-y^2=-1$을 $(0,-1)$ 만큼 평행이동하여 얻은 쌍곡선으로 점근선은 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$이다. $\frac{(x-a)^2}{3}-\left(y-\frac{1}{4}\right)^2=-1$ 역시 $\frac{x^2}{3}-y^2=-1$을 $\left(a,\frac{1}{4}\right)$ 만큼 평행이동하여 얻은 쌍곡선으로 점근선 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}(x-a)+\frac{1}{4}$은 $y=\pm\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$와 평행하다. 따라서 $f(x)\le g(x)$이기 위한 a의 최댓값은 $f(x)$의 점근선은 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$과 $g(x)$의 점근선 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}(x-a)+\frac{1}{4}$이 겹칠 때 생기며, 이 경우 $\left(a,\frac{1}{4}\right)$이 $y=\frac{1}{\sqrt{3}}x-1$ 위에 있어야 한다. 따라서 a의 최댓값은 $\frac{5\sqrt{3}}{4}$이다.

2020학년도 세종대학교 수시모집
논술고사 자연계열(B형) 모범답안

[문제 3]

(3-1) 벡터 $(2,-1,2)$가 평면 $2x-y+2z=4$에 수직하므로 C의 좌표는 $(2t-2,-t+1,2t)$이다. 그런데 C는 평면 $2x-y+2z=4$ 위에 있어야 하므로 $t=1$이다. 따라서 C의 좌표는 $(0,0,2)$이다.

(3-2) 점 C'와 거리가 최대가 되는 점 P'에서 $\overrightarrow{\mathrm{CP}}$가 xy평면과 평행하여야 하므로 점 P의 z좌표는 2이다. 따라서 $(x+2)^2+(y-1)^2=12$이고, $2x-y=0$ 이므로 P'의 좌표는 $\left(\frac{\sqrt{35}}{5},\frac{2\sqrt{35}}{5},0\right)$ 또는 $\left(-\frac{\sqrt{35}}{5},-\frac{2\sqrt{35}}{5},0\right)$이다.

(3-3) 점 C' 와 거리가 최소가 되는 점 P'의 위의 점 $\mathrm{P}_1(x,y,z)$과 점 C'와 거리가 최대가 되는 점 P' 위의 점 $\mathrm{P}_2\left(\frac{\sqrt{35}}{5},\frac{2\sqrt{35}}{5},2\right)$에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{CP}_1}$과 $\overrightarrow{\mathrm{CP}_2}$는 서로 수직이다. 따라서 $(x,y,z-2)\cdot(1,2,0)=0$이므로 $x=-2y$를 얻는다. $(x+2)^2+(y-1)^2+z^2=16$, $2x-y+2z=4$, $x=-2y$를 풀면 $45y^2=28$이다. 따라서 P'의 좌표는 $\left(\frac{4\sqrt{35}}{15},-\frac{2\sqrt{35}}{15},0\right)$ 또는 $\left(-\frac{4\sqrt{35}}{15},\frac{2\sqrt{35}}{15},0\right)$이다.