2023학년도 부산대학교 대학입학전형
논 술 고 사(자연계) 문 제 지

지 원 학 과(부)		수 험 번 호		성 명	

【유의사항】
1. 시험시간은 공통문항과 선택문항을 포함하여 총 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답안을 작성하시오.
5. 공통문항 1, 2는 모두 풀이하고 선택문항의 경우, **선택문항 유형1(미적분)과 선택문항 유형2(기하) 중 하나만 선택하여 답안을 작성하시오.**
6. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
7. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
8. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

【공통문항 1】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 $D=b^2-4ac$라고 할 때,
(ⅰ) $D>0$이면 서로 다른 두 실근을 갖는다.
(ⅱ) $D=0$이면 중근을 갖는다.
(ⅲ) $D<0$이면 서로 다른 두 허근을 갖는다.

실수 k와 양의 실수 r에 대하여 직선 l과 두 곡선 C_1, C_2를

$$l:\ y=kx+k-6$$

$$C_1:\ y=\frac{1}{2}x^2+k-2$$

$$C_2:\ x^2+(y-k)^2=r^2$$

이라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

[1-1] 양의 실수 r에 대하여 곡선 C_1과 곡선 C_2의 교점의 개수를 $N(r)$라 할 때, $N(r)$를 구하시오. (15점)

[1-2] 두 곡선 C_1, C_2 위의 모든 점을 원소로 갖는 집합이 나타내는 도형을 C라 하자.
$r=\sqrt{3}$일 때, 도형 C와 직선 l의 교점의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 k의 값을 구하시오. (20점)

(뒷면에 계속)

【공통문항 2】다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 원의 중심과 직선 사이의 거리를 d, 원의 반지름의 길이를 r라고 하면 원과 직선의 위치관계는 다음과 같다.

(ⅰ) $d < r$이면 서로 다른 두 점에서 만난다.

(ⅱ) $d = r$이면 한 점에서 만난다.(접한다.)

(ⅲ) $d > r$이면 만나지 않는다.

(나) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$이면, $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 k에 대하여 $f(c) = k$인 c가 열린구간 (a, b)에 적어도 하나 존재한다.

함수 $f(x) = x^4 - x^2 + 2$에 대하여 원점 O에서 곡선 $y = f(x)$에 그은 두 접선 l_1, l_2의 접점 중 제1사분면 위에 있는 점을 A라 하자. 함수 $f(x)$의 최솟값을 k라 할 때, 직선 $y = k$와 두 접선 l_1, l_2로 만들어지는 삼각형에 내접하는 원을 C라 하자. 다음 물음에 답하시오.

[2-1] 원 C의 반지름의 길이를 구하시오. (15점)

[2-2] 선분 OA 위의 점 중 원점이 아닌 점 $\mathrm{P}(a, b)$에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 원 C의 내부에 존재하는 10개의 점 $\mathrm{Q}_n(0, q_n)$ $(n = 1, 2, \cdots, 10)$에 대하여

$$S_n = \begin{cases} (\text{삼각형 } \mathrm{PHQ}_n \text{의 넓이}) & (b \neq q_n) \\ 0 & (b = q_n) \end{cases}$$

이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{10} S_n = 1$을 만족시키는 점 P가 적어도 하나 존재함을 보이시오. (20점)

(다음 장에 계속)

【선택문항 유형1(미적분)】다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) $x=a$에서 $x=b$까지의 곡선 $y=f(x)$의 길이 l은 다음과 같다.

$$l=\int_a^b \sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx$$

(나) 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$와 a에 가까운 모든 실수 x에 대하여 다음이 성립한다.

$$f(x)\le h(x)\le g(x) \text{ 이고 } \lim_{x\to a} f(x)=\lim_{x\to a} g(x)=L \text{ 이면 } \lim_{x\to a} h(x)=L$$

(다) 닫힌구간 $[a,b]$에서 증가하는 연속함수 $f(x)$에 대하여 다음이 성립한다.

$$(b-a)f(a) < \int_a^b f(x)\,dx < (b-a)f(b)$$

양의 실수 전체의 집합에서 정의된 미분가능한 함수 $p(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(ⅰ) $t < p(t)$

(ⅱ) $x=t$에서 $x=p(t)$까지의 곡선 $y=x^2$의 길이는 1이다.

다음 물음에 답하시오.

[미적분-1] $\lim_{t\to\infty}\{p(t)-t\}=0$임을 보이시오. (10점)

[미적분-2] $\lim_{t\to\infty} t\{p(t)-t\}$의 값을 구하시오. (10점)

[미적분-3] $\lim_{t\to\infty} t^2\{1-(p'(t))^2\}$의 값을 구하시오. (10점)

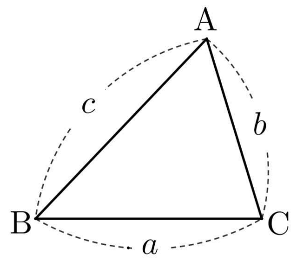
(뒷면에 계속)

【선택문항 유형2(기하)】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

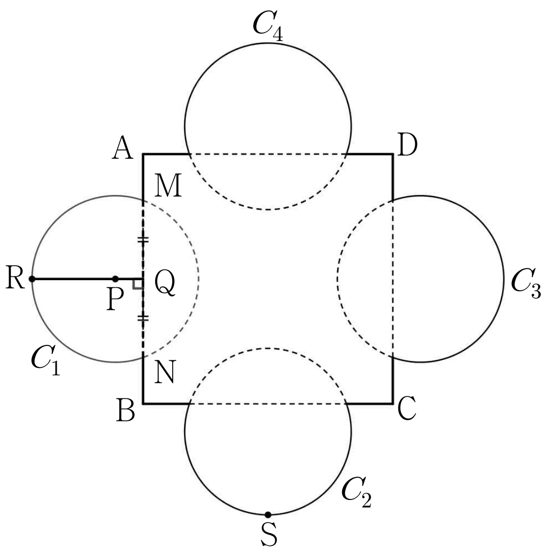
(가) 평면 β 위의 도형의 넓이를 S, 이 도형의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 S'이라 할 때,
두 평면 α, β가 이루는 각의 크기를 $\theta\,(0^\circ \le \theta \le 90^\circ)$라고 하면 $S' = S\cos\theta$이다.

(나) 삼각형 ABC의 세 변의 길이가 a, b, c일 때 다음이 성립한다.

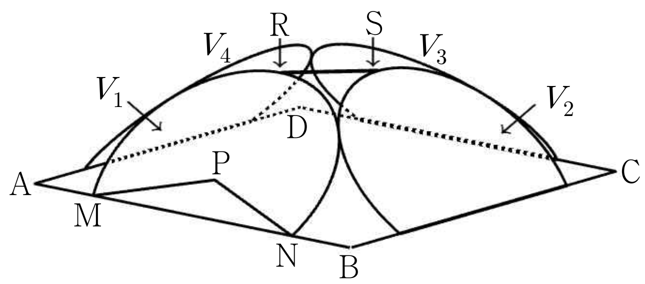
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$$
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$$



[그림1]과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 ABCD의 각 변에 반지름의 길이가 2인 네 원 C_1, C_2, C_3, C_4의 일부가 붙어 있는 모양의 종이가 있다. 이때 원 C_1은 선분 AB의 수직이등분선에 대하여 대칭이고, 원 C_1, C_2는 직선 AC에 대하여 각각 원 C_4, C_3에 대칭이며, 원 C_1, C_4는 직선 BD에 대하여 각각 원 C_2, C_3에 대칭이다. 원 C_1의 중심을 P라 하고, 원 C_1이 선분 AB와 만나는 두 점을 각각 M, N이라 하자. 또한 선분 MN의 중점을 Q, 반직선 QP와 원 C_1이 만나는 점을 R, 점 R를 직선 BD에 대하여 대칭이동한 점을 S라 하자.
이 종이에서 [그림2]와 같이 선분 AB를 접는 선으로 하여 원 C_1의 일부를 접어 올린 도형을 V_1이라 하고, 같은 방식으로 선분 BC, CD, DA를 접는 선으로 하여 각각 원 C_2, C_3, C_4의 일부를 접어 올린 도형을 순서대로 V_2, V_3, V_4라 하자. 이때 정사각형 ABCD와 도형 V_n $(n=1, 2, 3, 4)$이 이루는 각의 크기는 같고, 1 이상 3 이하의 자연수 n에 대하여 도형 V_n과 V_{n+1}의 테두리는 각각 한 점에서 만난다. 그리고 도형 V_1 위의 점 R와 V_2 위의 점 S 사이의 거리는 $\sqrt{2}$이다. (단, 종이의 두께는 고려하지 않는다.)



[그림1]



[그림2]

다음 물음에 답하시오.

[기하-1] 선분 PQ의 길이를 구하시오. (단, $0 < \overline{\mathrm{PQ}} < 2$) (15점)

[기하-2] [그림2]에서 도형 V_2가 포함된 평면을 α라 하자. 삼각형 PMN의 평면 α 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. (15점)

*** 주의사항: 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.**