2022학년도 부산대학교 대학입학전형 대비
모 의 논 술 고 사(자연계) 문 제 지

지 원 학 과(부)		수 험 번 호		성 명	

【유의사항】
1. 시험시간은 공통문항과 선택문항을 포함하여 총 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답안을 작성하시오.
5. 공통문항 1, 2는 모두 풀이하고 **선택문항의 경우, 선택문항 유형1(미적분)과 선택문항 유형2(기하) 중 하나만 선택하여 답안을 작성하시오.**
6. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
7. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
8. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

【공통문항 1】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$(단, $g(x) \neq 0$)으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 하면 다음 식이 성립한다.

$$f(x) = g(x)Q(x) + R(x)$$

이때 $R(x)$의 차수는 $g(x)$의 차수보다 낮다.

(나) 자연수 n에 대한 명제 $p(n)$이 모든 자연수 n에 대하여 성립함을 증명하려면 다음 두 가지가 성립함을 보이면 된다.

(ⅰ) $n = 1$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다.

(ⅱ) $n = k$일 때, 명제 $p(n)$이 성립한다고 가정하면 $n = k+1$일 때도 명제 $p(n)$이 성립한다.

이와 같이 자연수 n에 대한 어떤 명제 $p(n)$이 성립함을 증명하는 방법을 수학적 귀납법이라고 한다.

[1-1] 다항식 $f(x)$를 $x^2 - x + 1$로 나눈 나머지는 $x - 1$이고, $x + 1$로 나눈 나머지는 -1일 때, $f(x)$를 $x^3 + 1$로 나눈 나머지를 구하시오. (15점)

[1-2] 다항식 $g(x) = x^4 + x - 1$ 대하여 다음 명제가 성립함을 수학적 귀납법을 사용하여 증명하시오.
(단, $g^1(x) = g(x)$이고 $g^{n+1}(x) = g(g^n(x))$ (n은 자연수)이다.) (20점)

모든 자연수 n에 대하여 $g^n(x)$를 $x^2 - x + 1$으로 나눈 나머지는 항상 일정하다.

(뒷면에 계속)

【공통문항 2】다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 때, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식은

$$y=f'(a)(x-a)+f(a)$$

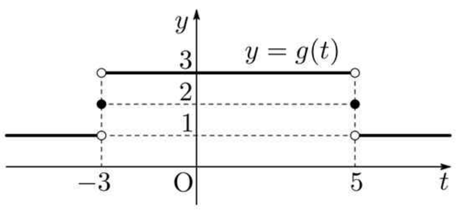
이다.

(나) 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(a)=0$이고, $x=a$의 좌우에서

1) $f'(x)$의 부호가 양에서 음으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극대이다.

2) $f'(x)$의 부호가 음에서 양으로 바뀌면 함수 $f(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

좌표평면 위의 점 $(0, t)$에서 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프에 그을 수 있는 접선의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $y=g(t)$의 그래프가 그림과 같을 때, 다음 물음에 답하시오.



[2-1] $f(0)$의 값을 모두 구하시오. (25점)

[2-2] $f(0)<0$이고, 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점에서의 접선의 기울기의 최솟값이 -3일 때, 함수 $f(x)$를 구하시오. (10점)

(다음 장에 계속)

【선택문항 유형1(미적분)】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 두 각 α와 β에 대하여 다음이 성립한다.

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

(나) 함수 $f(x)$가 닫힌구간 $[a,\ b]$에서 연속일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 두 직선 $x=a,\ x=b$로 둘러싸인 도형의 넓이 S는 다음과 같다.

$$S=\int_a^b |\,f(x)\,|\,dx$$

(다) 두 함수 $f(x),\ g(x)$가 미분가능할 때, 다음이 성립한다.

$$\int f(x)g'(x)dx=f(x)g(x)-\int f'(x)g(x)dx$$

좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x,\ e^{-x})$, $\mathrm{B}(x,\ -e^{-x})$을 잇는 선분 위의 점 P가 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AB}}\sin^2 x$를 만족한다. $x\geq 0$일 때, 점 P가 나타내는 곡선을 C라 하자. 자연수 n에 대하여 곡선 C가 x축과 만나는 점을 원점에서 가까운 순서대로 나열할 때, n번째 점을 P_n이라 하자. 다음 물음에 답하시오.

[미적분-1] 곡선 C의 방정식을 구하고, 점 P_{10}의 x좌표를 구하시오. (10점)

[미적분-2] 곡선 C와 선분 $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\dfrac{S_9}{S_8}$의 값을 구하시오. (20점)

(뒷면에 계속)

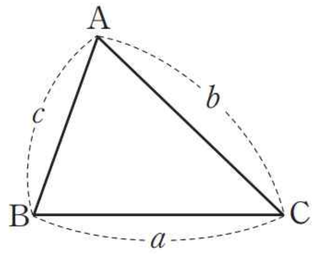
【선택문항 유형2(기하)】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 두 평면벡터 $\vec{a} = (a_1, a_2)$, $\vec{b} = (b_1, b_2)$에 대하여 $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 내적은

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$$

이다.

(나) 삼각형 ABC에 대하여



$\triangle$ABC 의 넓이 S는 $S = \dfrac{1}{2}ab\sin C = \dfrac{1}{2}bc\sin A = \dfrac{1}{2}ca\sin B$ 이다.

좌표평면에 두 타원 $E_1 : \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{25} = 1$, $E_2 : \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$ 이 있다. 제1사분면에서 타원 E_1위의 임의의 한 점을 $\mathrm{P}(t, s)$라 하고, 점 P에서 x축에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 타원 E_2의 교점을 Q라 하자. 점 P에서 타원 E_1의 접선과 점 Q에서 타원 E_2의 접선의 교점을 R라 할 때, 다음 물음에 답하시오.

[기하-1] $\overrightarrow{\mathrm{PH}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{RH}}$의 값을 구하시오. (10점)

[기하-2] 삼각형 PQR의 넓이를 S_1, 삼각형 QRH의 넓이를 S_2라 할 때, $\dfrac{S_1}{S_2}$의 값을 구하시오. (10점)

[기하-3] $\angle\mathrm{PRQ} = \angle\mathrm{QRH}$를 만족시키는 점 R의 좌표를 구하시오. (10점)

* 주의사항: 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.