2020학년도 부산대학교 대학입학전형 대비
모 의 논 술 고 사(의학계) 문 제 지

지 원 학 과(부)		수 험 번 호		성 명	

【유의사항】
1. 시험시간은 100분입니다.
2. 답안은 답안지의 해당 문항 번호에 연필 또는 샤프로 작성하시오.
3. 답안을 수정할 때는 지우개를 사용하시오.
4. 문항 번호를 쓰고, 답안을 작성하시오.
5. 학교명, 성명 등 자신의 신상에 관련된 사항은 답안에 드러내지 마시오.
6. 답안 연습은 연습지를 활용하시오.
7. 답안지, 연습지 및 문제지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.

【문항 1】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 평면 위의 세 점 $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$에 대하여 다음이 성립한다.

① $\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{BC}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ ② $\overrightarrow{\mathrm{AB}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\overrightarrow{\mathrm{CB}}$

(나) 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a}, \vec{b}$에 대하여 $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{b}|^2$이 성립한다.

중심이 $\mathrm{O}(0, 0)$이고 점 $\mathrm{A}(2, 0)$을 지나는 원 C가 있다. $\overline{\mathrm{OA}}$ 위에 $\overline{\mathrm{OP}}=t$ $(0 \le t \le 2)$인 점 P와 원 C 위의 임의의 점 Q에 대하여 $\overline{\mathrm{QR}}=\overline{\mathrm{PR}}$를 만족하는 $\overline{\mathrm{OQ}}$ 위의 점 R가 존재한다. 다음 물음에 답하시오.

[1-1] 점 R가 나타내는 도형의 방정식을 t에 관한 식으로 나타내시오. (10점)

[1-2] $0<t<2$일 때, $\overrightarrow{\mathrm{OR}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$를 t에 관한 식으로 나타내시오. (10점)

[1-3] $t=1$일 때, $\overline{\mathrm{PQ}}$의 중점 M에 대하여 $\overrightarrow{\mathrm{RM}}=\overrightarrow{\mathrm{TR}}$를 만족하는 y축 위의 점 T가 존재한다. 이 때, $\overrightarrow{\mathrm{OR}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PR}}$의 값을 구하시오. (10점)

(뒷면에 계속)

【문항 2】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 두 함수 $y=f(u)$, $u=g(x)$가 미분가능할 때, 합성함수 $y=f(g(x))$의 도함수는

$$\{f(g(x))\}'=f'(g(x))g'(x)$$

(나) 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ $(g(x)\neq 0)$가 미분가능할 때,

$$\left\{\frac{f(x)}{g(x)}\right\}'=\frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\{g(x)\}^2}$$

(다) 함수 $f(t)$가 구간 $[a,\, b]$에서 연속일 때, $\dfrac{d}{dx}\displaystyle\int_a^x f(t)\,dt=f(x)$ (단, $a<x<b$)

구간 $[0,\, \infty)$에서 정의된 연속함수 $f(x)$, $g(x)$가 $x\geq 0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)\geq 0,\ f(x)\leq C+\int_0^x f(s)g(s)\,ds \quad (\text{단, } C\text{는 상수})$$

를 만족할 때, 다음 물음에 답하시오.

[2-1] $u(t)=C+\displaystyle\int_0^t f(s)g(s)\,ds$일 때, $u'(t)\leq u(t)g(t)$가 성립함을 보이시오. (10점)

[2-2] $f(x)\leq Ce^{\int_0^x g(s)\,ds}$가 성립함을 보이시오. (20점)

(다음 장에 계속)

【문항 3】 다음 제시문을 이용하여 아래 논제의 풀이 과정과 답을 논리적으로 서술하시오.

(가) 서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 $r(r \le n)$개를 택할 때, 이것을 n개에서 r개를 택하는 조합이라고 하며, 이 조합의 수를 기호로 ${}_n\mathrm{C}_r$와 같이 나타낸다. 이 때, 조합의 수는

$${}_n\mathrm{C}_r = \frac{n!}{r! \times (n-r)!}$$

(나) 자연수 n을 자신보다 크지 않은 자연수 n_1, n_2, n_3, $\cdots$, n_k의 합으로

$$n = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k \ (n_1 \ge n_2 \ge n_3 \ge \cdots \ge n_k)$$

와 같이 나타내는 것을 자연수의 분할이라고 한다. (단, $1 \le k \le n$)

(다) 원소가 유한개인 집합을 공집합이 아닌 몇 개의 서로소인 부분집합의 합집합으로 나타내는 것을 집합의 분할이라고 한다. 예를 들면, 원소가 4개인 집합을 공집합이 아닌 2개의 서로소인 부분집합으로 분할하는 방법의 수는 7이다.

1부터 n까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 n장의 카드가 주머니에 들어 있다. 한 번에 1장에서 n장까지 카드를 반복해서 꺼내려고 한다. 주머니에 남은 카드가 없도록 n장의 카드를 모두 꺼내는 방법의 수를 생각해보자. 예를 들면, $n=3$일 때 꺼내는 방법의 수는 13이다.

[3-1] 다음과 같은 시행을 통해 주머니 속에 있는 모든 카드를 꺼낸다.

i번째 꺼낸 카드의 개수가 m이면 $(i+1)$번째 꺼내는 카드의 개수는 $\frac{m}{2}$ 이하이다.

이와 같은 과정을 통해 10장의 카드를 모두 꺼내는 방법의 수를 구하시오. (10점)

[3-2] n장의 카드를 $k(k \le n)$번 시행하여 모두 꺼낼 때, 첫 번째, 두 번째, $\cdots$, k번째 꺼내는 카드의 개수를 각각 n_1, n_2, $\cdots$, n_k라 하고

$$M(n) = n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$$

라 정의하자.

(1) $M(40)$의 최댓값을 구하시오. (20점)

(2) (1)의 결과에서 카드를 꺼내는 방법의 수가 $\frac{p}{q} \times \frac{40!}{6^{13}}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수) (10점)

* 주의사항: 문제지, 연습지, 답안지에 필요한 인적사항을 기입하였는지 확인하시오.